1. naloga. $h = 2$ m, $\alpha = 30°$, $k = 0.15$. Ko se zaletišče izravna, klada doseže hitrost:

$$\begin{aligned}\frac{mv^2}{2} &= mgh \quad \text{(ohranitev energije)},\\ v &= \sqrt{2gh} = 6.3 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

Energija se ne ohranja med vzponom na rampo, ker sila trenja opravi delo:

$$\begin{aligned}\Delta W_k + \Delta W_p &= A_t,\\ 0 + mg(h' - h) &= -F_t s \quad (s \text{ je pot, ki jo prepotuje klada po rampi}),\\ mg(h' - h) &= -mgk\cos\alpha\frac{h'}{\sin\alpha},\\ h' - h &= -\frac{kh'}{\tan\alpha},\\ h' &= \frac{h}{1 + \frac{k}{\tan\alpha}} = 1.59 \text{ m}.\end{aligned}$$

Kroglica na ravnini doseže manjšo hitrost, ker se del energije pretvori v rotacijsko energijo.

$$\begin{aligned}\frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} &= mgh, \quad \omega = \frac{v}{r},\\ \frac{mv^2}{2} + \frac{2mr^2}{5}\frac{v^2}{2r^2} &= mgh,\\ \frac{v^2}{2} + \frac{v^2}{5} &= gh,\\ v &= \sqrt{\frac{10gh}{7}} = 5.29 \text{ m/s}.\end{aligned}$$

Po rampi pa se kroglica dvigne na začetno višino $h' = 2m$, ker se kotali in ne čuti nobene zunanje sile razen pravokotne sile podlage in sile teže.

2. naloga. $M_b = 250$ kg, $m = 80$ kg, $r = 8$ m, $p = 1$ bar, $T_z = 293$ K, $M = 29$ kg/kmol. Sila vzgona mora biti enaka sili teže:

$$\begin{aligned}(M_b + 4m)g + \rho_n\frac{4\pi r^3}{3}g &= \rho_z\frac{4\pi r^3}{3}g,\\ (M_b + 4m) + \frac{pM}{RT_n}\frac{4\pi r^3}{3} &= \frac{pM}{RT_z}\frac{4\pi r^3}{3},\\ M_b + 4m &= \frac{4\pi r^3 pM}{3R}\left(\frac{1}{T_z} - \frac{1}{T_n}\right),\\ \frac{1}{T_n} &= \frac{1}{T_z} - \frac{3R(M_b + 4m)}{4\pi r^3 pM},\\ T_n &= \left(\frac{1}{T_z} - \frac{3R(M_b + 4m)}{4\pi r^3 pM}\right)^{-1} = 377 \text{ K} = 104 \text{ °C}.\end{aligned}$$

V drugi vrstici smo obe gostoti izrazili iz plinske enačbe. Za drugi del naloge le obrnemo enačbo, ki smo jo pravkar izpeljali.

$$M_b + xm = \frac{4\pi r^3 pM}{3R}\left(\frac{1}{T_z} - \frac{1}{T_n}\right),$$
$$x = \frac{1}{m}\left(\frac{4\pi r^3 pM}{3R}\left(\frac{1}{T_z} - \frac{1}{T_n}\right) - M_b\right) = 2.3.$$

Balon lahko nosi največ dva potnika.

3. naloga. $d = 15$ cm, $e_1 = 3\ \mu$As, $e_2 = -5\ \mu$As, $z = 20$ cm. V ravnovesni legi sta enaki sila teže in elektrostatska sila.

$$mg = 2\frac{|e_1 e_2|}{4\pi\epsilon_0 r^2}\frac{z}{r},$$
$$mg = 2\frac{|e_1 e_2|}{4\pi\epsilon_0\left(\frac{d^2}{4} + z^2\right)}\frac{z}{\sqrt{\frac{d^2}{4} + z^2}},$$
$$m = \frac{|e_1 e_2| z}{2\pi\epsilon_0\left(\frac{d^2}{4} + z^2\right)^{3/2} g} = 0.56 \text{ kg}.$$

4. naloga. $T_1 = 293$ K, $p_2 = 3p_1$, $\kappa = 1.4$. Izračunati moramo, koliko dela opravi plin v vsakem od treh korakov, in koliko toplote pri tem izmenja. Vsako od teh količin bomo izrazili z začetno temperaturo T_1.

1 → 2: Volumen je konstanten, zato je $A_{12} = 0$, temperatura pa je po plinski enačbi $T_2 = 3T_1$. Toplota, ki jo plin prejme je $Q_{12} = mc_V\Delta T_{12} = 2mc_V T_1$.

2 → 3: Pri adiabatni spremembi se toplota ne izmenjuje, torej je $Q_{23} = 0$. Iz tega sledi, da je sprememba notranje energije enaka opravljenemu delu:

$$mc_V(T_3 - T_2) = A_{23},$$
$$mc_V(T_3 - 3T_1) = A_{23}.$$

T_3 bomo izračunali iz enačbe adiabate in pogoja, da je $p_3 = p_1$. Najprej izrazimo volumen

$$p_2 V_2^\kappa = p_3 V_3^\kappa,$$
$$3p_1 V_1^\kappa = p_1 V_3^\kappa,$$
$$V_3 = 3^{1/\kappa} V_1,$$

in temperatura je po plinski enačbi

$$T_3 = \frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} T_1 = 3^{1/\kappa} T_1.$$

Opravljeno delo je tako

$$A_{23} = mc_V(3^{1/\kappa} T_1 - 3T_1) = (3^{1/\kappa} - 3)mc_V T_1.$$

3 → 1: Delo pri konstantnem tlaku je

$$A_{31} = -p_1(V_1 - V_3) = -p_1(V_1 - 3^{1/\kappa}V_1) = p_1V_1(3^{1/\kappa} - 1),$$

toplota pa

$$Q_{31} = mc_P(T_1 - T_3) = mc_P(1 - 3^{1/\kappa})T_1$$

.

Izkoristek izrazimo kot kvocient med neto opravljenim delom in dovedeno toploto

$$\eta = \frac{-A_{23} - A_{31}}{Q_{12}}$$

Minus v števcu je zaradi dogovora, da je delo negativno, če plin z delom energijo odda okolici. Torej ...

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{-(3^{1/\kappa} - 3)mc_VT_1 - p_1V_1(3^{1/\kappa} - 1)}{2mc_VT_1}, \\
&= \frac{-(3^{1/\kappa} - 3)mc_VT_1 - \frac{mRT_1}{M}(3^{1/\kappa} - 1)}{2mc_VT_1}, \\
&= \frac{(3 - 3^{1/\kappa})c_V - \frac{R}{M}(3^{1/\kappa} - 1)}{2c_V}, \\
&= \frac{3 - 3^{1/\kappa} - \frac{c_P - c_V}{c_V}(3^{1/\kappa} - 1)}{2}, \\
&= \frac{3 - 3^{1/\kappa} - (\kappa - 1)(3^{1/\kappa} - 1)}{2} = 0.17
\end{aligned}$$

Izkoristek Carnotovega stroja z enakimi ekstremnimi temperaturami bi bil

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{3T_1} = 0.67,$$

kar je približno 4 × več.