

2. izpit iz Klasične mehanike, 22.6.2022

1. Delec z maso m nadenemo na vodilo v obliki navpično postavljenega obroča (glej skico). Delec po vodilu gladko drsi. Obroč vrtimo okrog simetrijske osi s fiksno kotno hitrostjo ω . Zapiši Lagrangeovo funkcijo za sistem! Za spremenljivko uporabi θ , ki je kot med najnižjo točko na obroču in položajem delca (skica spodaj levo). Skiciraj efektivni potencial! Kako se njegova oblika spreminja z velikostjo ω ? Izračunaj frekvenco nihanja ω_{nih} za majhne odmike od stabilne ravnovesne lege in skiciraj $\omega_{nih}(\omega)$! Izračunaj in skiciraj tudi časovno odvisnost navora, s katerim delujemo na obroč v osi!

2. a) Delec z maso m se giblje v potencialu

$$V(x, y, z) = \begin{cases} 0 & ; x < 0, \\ V_0 & ; x > 0. \end{cases}$$

Zapiši Lagrangeovo funkcijo in izpelji ohranjene količine! Izračunaj trajektorijo delca z začetno hitrostjo $\mathbf{v} = (v_{x0}, v_{y0}, v_{z0})$!

b) Kako se premislek in izračun spremenita, če je potencial oblike

$$V(\mathbf{r}) = \begin{cases} V_0 & ; r < r_0, \\ 0 & ; r > r_0 \end{cases}$$

Kakšne trajektorije pričakuješ?

3. V horizontalni ravnini imamo tri dolga nepremična ravna vodila. Kote med vodili označimo s θ_{12} , θ_{23} in θ_{31} , kot je prikazano na skici (spodaj desno). Na vodila nadenemo uteži z maso m , ki po vodilih gladko drsijo, uteži pa so paroma povezane z vzmetmi s koeficientom k in zanemarljive (ničelne) dolžine v začetnem stanju. Predpostavi, da so vodila razmaknjena v vertikalni smeri za majhno razdaljo, tako da se lahko uteži nemoteno premikajo mimo presečišča vodil.

a) Zapiši lege uteži!

b) V matrični obliki zapiši kinetično in potencialno energijo sistema!

c) Za primer $\theta_{12} = \theta_{23} = \theta_{31} = 2\pi/3$ poišči lastne načine in pripadajoče lastne frekvence. Skiciraj gibanje delcev za posamezni lastni način!

