

3. izpit iz Klasične mehanike, 31.8.2022

1. Tog T-spoj je sestavljen iz dolge palice, pričvrščene pod pravim kotom na palico dolžine l , ki je vrtljivo vpeta v izhodišču. T-spoj se vrvi s konstantno kotno hitrostjo ω . Po dolgi palici prosto drsi utež z maso m , ki je s spojem obeh palic povezana z vzmetjo s koeficientom k in zanemarljive (ničelne) dolžine v začetnem stanju (glej skico spodaj levo). Odmik uteži m od spoja obeh palic označimo z r .

- a) Zapiši lego uteži m in izračunaj kinetično energijo!
- b) Zapiši Lagrangeovo funkcijo in enačbo gibanja!
- c) Zapiši mejno vrednost ω in v različnih režimih za različne vrednosti ω zapiši časovno odvisnost $r(t)$.

2. Obravnavaj gibanje delca z maso m v potencialu $V(r) = \beta r^k$, pri čemer sta $\beta, k > 0$. Z l označimo vrtilno količino delca.

- a) Skiciraj efektivni potencial in poišči radij r_0 za krožno orbito!
- b) Delec rahlo sunemo, da začne njegova oddaljenost od izhodišča r nihatiti okoli vrednosti r_0 . Poišči frekvenco ω_r za mala nihanja v r .
- c) Izračunaj razmere med frekvenco ω_r in frekvenco (skoraj) krožnega gibanja $\omega_\phi \equiv \dot{\phi}$. Podaj nekaj (vsaj dve) vrednosti $k > 0$, za katere je izračunano razmerje racionalno število, kar pomeni, da so orbite sklenjene. Skiciraj orbite!

3. Vzdolž vodoravnega vodila, vpetega med dve nepremični steni, se gibljejo tri uteži, tako da je njihovo gibanje enodimensionalno. Srednja utež ima maso M , preostali dve uteži pa maso m . Med utežmi in stenama so vpete štiri enake vzmeti s prožnostnimi koeficienti k , kot je prikazano na skici spodaj desno. Vzmeti so nenapete v ravnovesni legi sistema.

- a) V matrični obliki zapiši kinetično in potencialno energijo sistema!
- b) Izračunaj lastne nihajne načine in pripadajoče lastne frekvence! Skiciraj gibanje uteži za posamezen lastni način! Pomagaj si s simetrijo problema.
- c) Denimo, da ob času 0 srednjo utež odmaknemo iz ravnovesne lege, ostali dve pa pridržimo v njuni ravnovesni legi. Zapiši odmike vseh treh uteži kot funkcijo časa!

