

1.B izpit iz Klasične mehanike, 10.6.2022

1. Obravnavaj gibanje delca v Yukawinem potencialu $V(r) = -k \exp(-r/r_0)/r!$

a) Skiciraj obliko efektivnega potenciala za oba predznaka k . Iz oblike efektivnega potenciala določi, katere orbite so vezane in katere so sipalne pri različnih vrednostih energije. Pri katerih vrednostih vrtilne količine obstajajo vezane orbite?

b) Od tu naprej obravnavaj zgolj privlačni primer $k > 0$. Določi vrednosti parametrov, pri katerih najdeš stabilne krožne orbite! Zapiši zvezo, ki določa radij kroženja!

c) Obravnavaj orbite, ki jih dobiš za majhne odmike od stabilnih krožnih orbit. Določi frekvenco nihanja! Ali so te orbite sklenjene? Utemelji!

2. Po vodoravno nameščenem vodilu v obliki kvadrata namestimo štiri enake uteži z masami m , tako da je na vsaki stranici po ena utež. Sosednje uteži so povezane z vzmetmi s prožnostnimi koeficienti k in začetnih dolžin l_0 , v ravnovesju pa so uteži medsebojno oddaljene za l od svojih najbližjih sosedov, tako da so vzmeti prednapete ($l_0 \leq l$). Z s_i ($i = 1, 2, 3, 4$) označimo odmike uteži iz ravnovesne lege, kot kaže skica.

a) Z s_i in l izrazi lege uteži \vec{r}_i in v matrični obliki zapiši kinetično energijo sistema.

b) V približku majhnih nihanj ($s_i \ll l$) izpelji potencialno energijo sistema. Pri tem uporabi Taylorjev razvoj $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots$ in razvij rezultat do kvadratičnega reda v s_i . Na koncu rezultat prepisi v matrično obliko.

c) Izračunaj lastne načine nihanja in pripadajoče lastne frekvence. Skiciraj gibanje delcev za posamezni lastni način!

d) Imejmo vodilo v obliki pravilnega n -kotnika, po katerem je razporejenih in z vzmetmi povezanih n enakih uteži, ki so v ravnovesju medsebojno oddaljenene od najbližjih sosedov za l , podobno kot v prejšnjem delu naloge ($n = 4$). V limiti $n \rightarrow \infty$ izračunaj ali z argumentom pojasni frekvenco lastnega načina $\underline{a} = (1, 1, \dots, 1)^T$!

