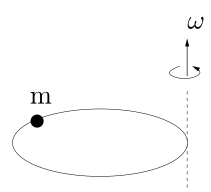
1. kolokvij iz Klasične mehanike I, 20. 4. 2012

1. Delec z maso m se brez trenja giblje po obroču z radijem R. Obroč se vrti s konstantno frekvenco ω okrog osi, ki gre skozi fiksno točko na obroču in je pravokotna na ravnino obroča. Poišči enačbo gibanja za delec. Kje so stacionarne lege delca in kakšna je njihova narava (labilna, stabilna)?

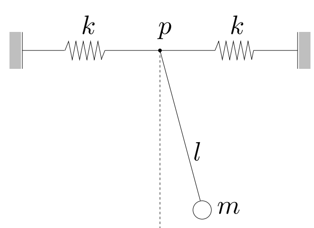


2. Potencialno energijo elektrona v električnem polju, ki ga ustvarjajo elektrode ustrezno oblikovanega kondenzatorja, zapišemo kot:

$$V = \frac{V_0}{2z_0^2}(3z^2 - r^2).$$

Zapiši Lagrangeovo funkcijo ter enačbe gibanja. Enačbe reši pri začetnih pogojih $\vec{r}(0) = 0$ in $\dot{\vec{r}}(0) = v_{0x}\hat{\imath} + v_{z0}\hat{k}$. V ravnini xz skiciraj tir elektrona.

3. Nihalo z maso m in lahko palico dolžine l je vpeto v točko p. Točka p se pod vplivom dveh vzmeti s konstanto k lahko giblje le v horizontalni smeri. V ravnovesni legi sistema sta vzmeti nenapeti. Izračunaj frekvenco majhnega nihanja, ki nastopi, če maso m malo izmaknemo iz ravnovesja.



4. Pokaži, da v primeru keplerjevskega potenciala za vezane orbite velja zveza $2\bar{T} = -\bar{V}$, kjer sta $\bar{T}$ in $\bar{V}$ časovni povprečji kinetične in potencialne energije. Lahko si pomagaš z zvezama:

$$H = -\frac{GM\mu}{2a} \quad \text{in} \quad \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + \epsilon\cos\varphi} = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$$

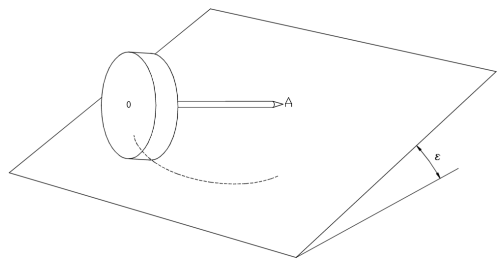
(tu so: M vsota mas, μ reducirana masa, a in ϵ pa glavna polos in ekscentričnost elipse t.j. orbite)

3 naloge štejejo "približno"100%. Vso srečo.

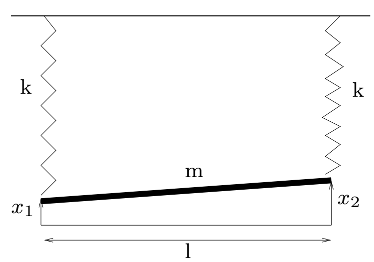
2. kolokvij iz Klasične mehanike, 15. 6. 2012

1. V laboratoriju na vesoljski postaji zavrtimo kvader mase m in s stranicami a, $b = a$ in $c = a\sqrt{2}$ okoli telesne diagonale s kotno hitrostjo ω. Kvader nato spustimo, da se vrti kot prosta vrtavka. Izračunaj tenzor vztrajnostnega momenta. Zapiši rešitve Eulerjevih enačb za vrtenje kvadra v njegovem lastnem sistemu. Kolikšna je frekvenca proste precesije?

2. Tanek valj z radijem R s pravokotno lahko prečko dolžine l se brez zdrsavanja (točka A miruje) lahko kotali po ravni podlagi nagnjeni za kot ϵ glede na vodoravnico (glej sliko). Zapiši enačbe gibanja in jih reši za primer majhnega nihanja okoli ravnovesne lege.



3. Palica z maso m in dolžino l (vztrajnostni moment palice okrog težišča $I = ml^2/12$) je na strop pritrjena z enakima vzmetema kot prikazuje slika. Zanima nas gibanje sistema v vertikalni smeri, tako da odmike v horizontalni smeri zanemarimo (upoštevaj $|x_2 - x_1| \ll l$). Zapiši Lagrangeovo funkcijo, izraženo z odmiki x_1, x_2 obeh koncev palice iz ravnovesja. Poišči lastne načine nihanja in njihove frekvence.



4. Posplošena Lagrangeova funkcija za delec z maso m je

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 - \omega^2 x^2)e^{\gamma t}, \quad 0 < \gamma < \omega.$$

Določi Hamiltonovo funkcijo in Hamiltonove enačbe gibanja ter jih reši. Interpretiraj rešitev in napovej vrednost x v limiti $x(t \to \infty)$. Komentiraj še, ali je Hamiltonova funkcija ohranjena količina.

1. izpit iz Klasične mehanike, 5. 7. 2012

1. Po žičnem vodilu parabolične oblike brez trenja drsi drobna utež. Vodilo se vrti okoli navpične simetrijske osi z' s kotno hitrostjo ω_0, njegovo obliko pa v vrtečem koordinatnem sistemu opišemo z zvezo $z' = ax'^2$. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe gibanja. Ugotovi, kdaj je ravnovesna lega stabilna in reši enačbe za primer majhnega nihanja.

2. Opazujemo steber z radijem R, ki se mu tok hokejskih ploščkov z radijem a približuje z desne strani in se na njem elastično sipajo. Ploščki so enakomerno porazdeljeni po širini L. Skupno število ploščkov N je veliko. Gol je postavljen na oddaljenosti d od stebra in ima širino w. Lahko predpostaviš, da velja $d \gg R, d \gg w, w \gg a$.

i.) Izpelji povezavo med udarnim parametrom b in sipalnim kotom θ za plošček.

ii.) Če dvodimenzionalni sipalni presek, ki poda število ploščkov sipanih v kot $d\theta$, definiramo kot $(N/L)\sigma(\theta)d\theta$, poišči diferencialni sipalni presek.

iii.) Koliko ploščkov bo končalo v golu? Koliko jih bo zadelo steber?

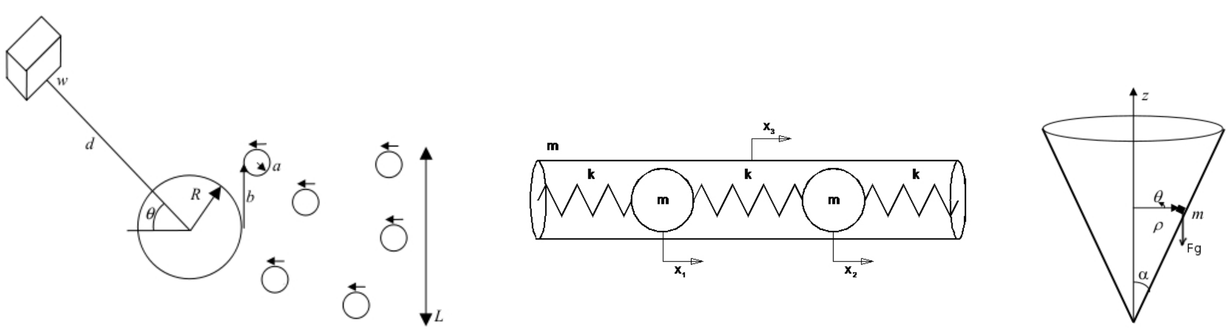
3. Po cevi z maso m brez trenja drsita uteži z maso m. Uteži in cev so povezani z vzmetmi, tako kot prikazuje slika in tvorijo sestavljeno nihalo. Zapiši Lagrangeovo funkcijo ter izračunaj lastne frekvence in lastne nihajne načine za takšno nihalo. Cev in uteži se lahko gibljejo samo v smereh označenih s puščicami (1D sistem).

4. Delec z maso m se brez trenja giba po notranji površini stožca s kotov 2α v vrhu.

i.) Poišči Langrangeovo in Hamiltonovo funkcijo za dan problem. Katere so ohranjene količine?

ii.) Pokaži, da je rešitev ekvivalentna gibanju delca z neko efektivno maso v enodimenzionalnem efektivnem potencialu. Kaj sta v tem primeru V_{eff}?

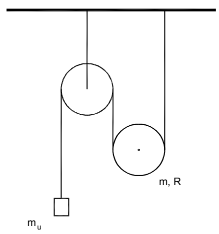
iii.) S pomočjo efektivnega potenciala ugotovi, pri kakšnem radiju ρ_0 je kroženje (pri konstantnem radiju) rešitev problema.



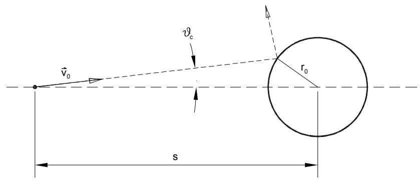
Slika 1: Leva: k 2. nalogi, sredinska: k 3. nalogi, desna: k 4. nalogi.

Izpit iz Klasične mehanike 11.9. 2012

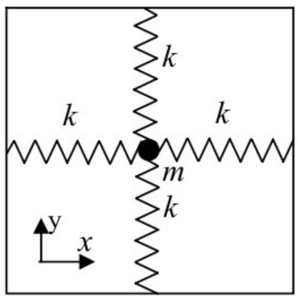
1. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe za sistem uteži in škripcev, ki jih prikazuje slika. Upoštevaj, da je vrvica neraztegljiva, ter da potuje po škripcih brez zdrsavanja. Oba škripca imata maso *m* in polmer *R*. Reši enačbe in komentiraj reštev.



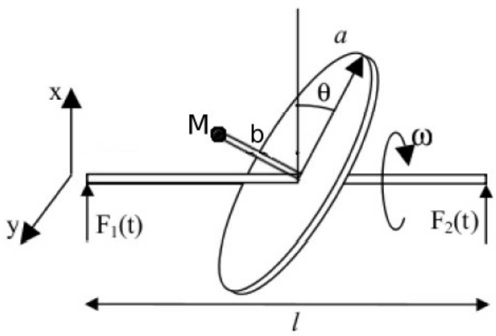
2. Z drobnim projektilom z razdalje *s* streljamo na težko mirujočo tarčo premera $2r_0$. Projektil ima ob izstrelitvi hitrost v_0, tarčo pa opišemo s centralno simetričnim potencialom $V = \begin{cases} V_0 \ , r < r_0 \\ 0 \ , r \geq r_0 \end{cases}$. Pri streljanju opazimo, da do kritičnega kota ϑ_c med smerjo streljanja in zveznico do središča tarče (glej sliko), projektil prodre v notranjost tarče, pri večjih kotih pa se odbije. Skiciraj efektivni potencial, karakteriziraj možne orbite in izračunaj kritični kot.



3. Utež z maso *m* je pritrjena na kvadratni okvir s štirimi vzetmi s koeficienti *k* kot prikazuje slika. Njeno gibanje je omejeno na ravnino okvirja. V ravnovesni legi vzmeti niso napete. Recimo, da okvir položimo na tla na severnem tečaju. Zapiši enačbe gibanja za majhna nihanja okrog ravnovesne lege. Pri tem upoštevaj le glavne prispevke. Poišči splošno rešitev teh enačb in komentiraj kakšnemu gibanju ustrezajo.

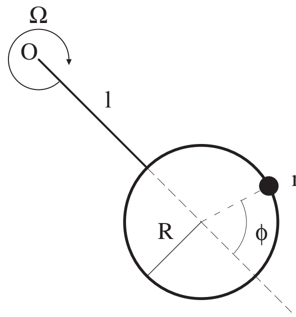


4. Na disk z maso *m* in radijem *a* je s paličico dolžine *b*, ki gre skozi njegovo simetrijsko os, pritrjena dodatna masa *M*. Celotno telo je, kot prikazuje slika, pripeto na sredino palice z dolžino *l*, ki se vrti s konstantno kotno hitrostjo. Maso obeh palic zanemarimo. Izračunaj komponente sil $\boldsymbol{F_1(t)}$ in $\boldsymbol{F_2(t)}$, s katerimi moramo delovati na konceh palice, da uravnovesimo navore.

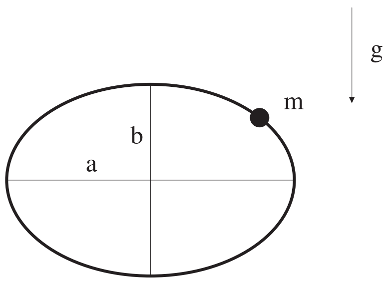


Kolokvij iz Klasične mehanike 22.4.2011

1. Okoli vertikalne osi O se s konstantno kotno hitrostjo Ω vrti sklop iz palice dolžine l in okroglega obroča s polmerom R (glej sliko). Po obroču se brez trenja giblje točkasto telo m. Kako zapišemo položaj telesa kot funkcijo časa in kota ϕ? Od tod izpelji Lagrangevo funkcijo in poišči enačbo gibanja za točkasto telo! Izračunaj energijo sistema! Ali se energija ohranja? Poišči stabilno ravnovesno lego in frekvenco majhnega nihanja okoli ravnovesja!



2. Točkasto telo m se brez trenja giblje po eliptičnem obroču, ki ga opisuje enačba $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$ (glej sliko). V smeri y deluje homogeno težnostno polje g. Za posplošeno koordinato izberemo količino α, definirano z $x = a\cos\alpha$, $y = b\sin\alpha$. Izpelji enačbo gibanja za α in poišči stabilno ravnovesno lego in frekvenco majhnega nihanja okoli ravnovesja!



3. Točkasto telo se giblje v centralnem potencialu oblike:

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & \text{za } r < R_0 \\ 0 & \text{sicer} \end{cases} \tag{1}$$

Skiciraj efektivni potencial ter klasificiraj in skiciraj možne orbite. Ugotovi, pri katerih vrednostih vrtilne količine (za dano energijo), so vezane orbite zaključene po enem obhodu.

4. Pri mini golfu se luknjica premera $2R$ nahaja v središču lijaka, ki ga opišemo z zvezo $z = -\alpha r^{-1}$, $\alpha > 0$, kjer je r oddaljenost od središča luknjice. Luknjico ciljamo z velike razdalje l, pri čemer žogico sunemo z začetno hitrostjo v_0. Za kolikšen kot glede na smer proti središču luknjice smemo zgrešiti, da bo žogica še zadela? Navodilo: žogico obravnavaj kot točkasto telo in upoštevaj, da je vzpetina blaga (t.j. hitrost žogice v navpični smeri lahko zanemariš).

Kolokvij iz Klasične mehanike 3.6.2011

1. Obravnavamo dvojno torzijsko nihalo. Na strop je pritrjena žica, na katero je obešena homogena okrogla plošča z maso m in polmerom R, tako da je pritrdišče žice natanko v sredini plošče. Torzijski koeficient žice je D. Na spodnji strani plošče je v sredini pritrjena druga žica, na katero je simetrično obešena še ena plošča. Obe plošči imata enako maso in polmer, pa tudi žici imata obe enak torzijski koeficient. Zapiši Lagrangevo funkcijo sistema ter poišči lastni frekvenci in lastna vektorja za nihanje sistema.

2. Obravnavamo simetrično vrtavko z glavnimi vztrajnostnimi momenti $J_1 = J_2 = J$ in $J_3 = J'$. Vrtavka je vpeta tako, da njena lastna os z' vedno oklepa kot θ_0 z laboratorijsko osjo z (Eulerjev kot $\theta = \theta_0$ je torej konstanten), zato lastna os z' med gibanjem oriše stožec. Zapiši Lagrangevo funkcijo za preostala Eulerjeva kota ϕ in ψ, poišči ustrezni enačbi gibanja in določi časovni potek $\phi(t)$ in $\psi(t)$. Na začetku velja $\phi(0) = \psi(0) = 0$, hitrost vrtenja okoli osi z' je Ω, os z' pa oriše stožec v času τ.

3. Kovanec naj opleta (oz. se kotali) po svojem obodu tako, da njegovo težišče miruje. Zapiši enačbe gibanja t.j. Eulerjeve enačbe za opisan sistem. Upoštevaj, da se kovanec kotali brez zdrsavanja, in zapiši ustrezno vez. Izračunaj frekvenco opletanja v odvisnosti od nagiba kovanca.

4. Elektron se giblje v magnetnem polju dolgega ravnega vodnika skozi katerega teče električni tok. Magnetno polje v tem primeru podaja vektorski potencial $\mathbf{A} = C \ln(r/r_0)\hat{\mathbf{k}}$. Zapiši Lagrangeovo in Hamiltonovo funkcijo ter poišči konstante gibanja. Kateri pogoj mora biti izpolnjen, da bo gibanje v ravnini, ki vsebuje vodnik? Za primer takšnega ravninskega gibanja ugotovi, kako je videti tir elektrona.

Izpit iz Klasične mehanike 1. 7. 2011

1. Na vesoljski postaji, ki ima obliko ogromnega koluta polmera R, umetno težnost ustvarimo z vrtenjem postaje okoli simetrijske osi s kotno hitrostjo ω. Na takšni postaji opazujemo mala nihanja nitnega nihala z dolžino niti l (naj velja $l \ll R$). Zapiši Lagrangevo funkcijo za primer majhne amplitude nihanja in ustrezne enačbe gibanja za opisan sistem, ter jih reši.

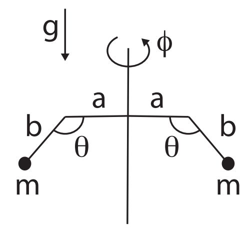
2. Obravnavamo ravninsko nihanje matematičnega nihala z raztegljivo vrvico. Na elastični (raztegljivi) vrvici je obešena utež z maso m. Dolžina neobremenjene vrvice je l, njen koeficient vzmeti pa označimo s k. Sistem je v težnostnem polju. Zapiši Lagrangevo funkcijo in enačbe gibanja za utež. Določi ravnovesni položaj uteži in obravnavaj mala nihanja takšnega nihala.

3. Kvader mase m in s stranicami a, b, in c vpnemo tako, da se lahko vrti okoli fiksne osi, ki poteka vzdolž telesne diagonale. Izračunaj vztrajnostni tenzor v lastnem koordinatnem sistemu. Kvader zavrtimo s kotno hitrostjo ω. Zapiši Eulerjeve enačbe gibanja in izračunaj, kakšen navor deluje na ležaje osi.

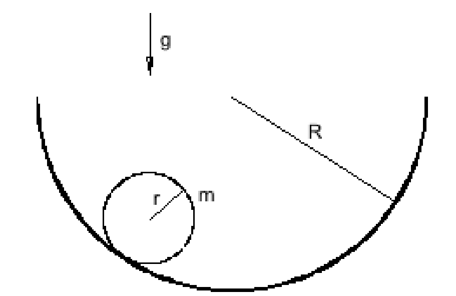
4. Delec je ujet v pasti, ki jo opišemo s potencialom $V_{\text{past}} = \frac{1}{2}k_1x^2 + \frac{1}{2}k_2y^2 + \frac{1}{2}k_3z^2$. Ujeti delec ima naboj q. Vzpostavimo dodatno električno polje jakosti E_0 v smeri, vzporedni z vektorjem $(1, -1, 0)$. Zapiši Hamiltonovo funkcijo, določi enačbe gibanja in jih reši.

Izpit iz Klasične mehanike 16. 9. 2011

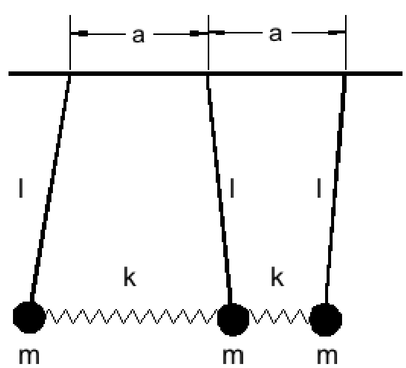
1. Vztrajnik je sestavljen iz dveh uteži z maso m na prečkah dolžine b, te pa so pritrjene na nosilca dolžine a (glej sliko). Celotna naprava se lahko vrti okoli navpične osi, gibljiva pa sta tudi oba stika med prečko in nosilcem (problem poenostavimo tako, da privzamemo, da sta oba kota enaka). Določi Lagrangevo funkcijo in enačbe gibanja. Naštej konstante gibanja.



2. Po valjasti skledi polmera R se brez zdrsavanja kotali homogen valj s polmerom r in maso m (glej sliko). Zapiši vezi, kinetično in potencialno energijo ter Lagrangeovo funkcijo. Zapiši še Lagrangeove enačbe, izračunaj ravnovesno lego ter reši enačbe za primer majhnega nihanja valja.



3. Za trojno nihalo, kot ga prikazuje slika, izračunaj za majhna nihanja lastne nihajne načine in ustrezne lastne frekvence. Dolžine neraztegnjenih vzmeti so enake razmaku a med vpetji posamičnih nihal. Namig: upoštevaj simetrijo.

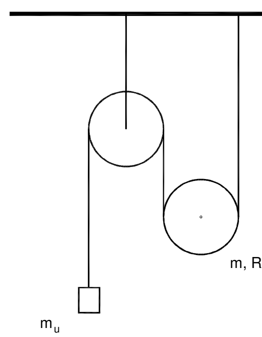


4. Delec z maso m in nabojem e je ujet v statični električni pasti, poleg tega pa ga vzbujamo z dodatnim časovno periodičnim poljem. Obravnavamo poenostavljen problem, kjer predpostavimo, da ima polje samo komponento v smeri x in ga zapišemo kot $\mathbf{E} = [ax + b\cos(\omega t)]\mathbf{e}_x$, kjer sta a in b neki konstanti. Zapiši Hamiltonovo funkcijo in enačbe gibanja za dve različni izbiri potencialov ϕ in $\mathbf{A}$: i) polje opišemo s skalarnim potencialom ϕ, potencial $\mathbf{A}$ pa je enak nič, ii) polje opišemo z vektorskim potencialom $\mathbf{A}$, potencial ϕ pa je enak nič. Je generalizirani impulz v obeh primerih enak? Kaj pa hitrost?

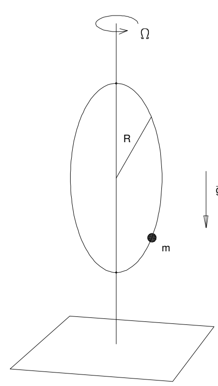
Kolokvij iz Klasične mehanike 16.4. 2010

1. Hokejist na ledeni ploskvi v Tivoliju sune pak s hitrostjo 30 m/s natančno v smeri proti severu. Za koliko bo zaradi vrtenja Zemlje na poti 50 m pak skrenil z začetne smeri? Ljubljana se nahaja na geografski širini 46^0 in pak drsi brez trenja.

2. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe za sistem uteži in škripcev, ki jih prikazuje slika. Upoštevaj, da je vrvica neraztegljiva, ter da potuje po škripcih brez zdrsavanja. Oba škripca imata maso m in polmer R. Reši enačbe in komentiraj reštev.



3. Po žičnem obroču, ki se vrti okoli navpične osi s kotno hitrostjo Ω, brez trenja drsi drobna utež (glej sliko). Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe. Pokaži da obstaja mejna kotna hitrost vrtenja, do katere je ravnovesna lega uteži na dnu obroča. Za ta primer reši enačbe gibanja za majhna nihanja.

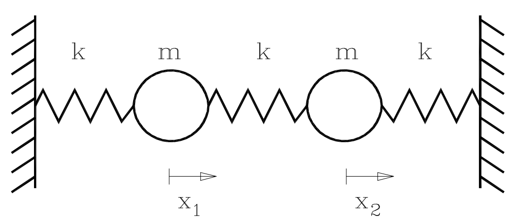


Kolokvij iz Klasične mehanike 3.6. 2010

1. Izračunaj sipalni presek za trk točkastega projektila s tarčo premera *2R*, če med njima deluje privlačna sila, ki jo opišemo s centralnim potencialom $V = -\alpha / r^3$, $\alpha > 0$. Navodilo: skiciraj efektivni potencial in ugotovi kakšen je potrebni pogoj za trk (dva primera!).

2. V laboratoriju na vesoljski postaji zavrtimo kvader mase *m* in s stranicami a, $b = a$ in $c = a/\sqrt{2}$ okoli telesne diagonale s kotno hitrostjo ω. Kvader nato spustimo da se vrti kot prosta vrtavka. Kako se kvader vrti za opazovalca v laboratoriju? Namig: rešitve najprej zapiši v lastnem sistemu kvadra in jih nato transformiraj v laboratorijski sistem.

3. Za dvojno nihalo prikazano na sliki izračunaj lastne frekvence in lastne nihajne načine ter zapiši rešitev za primer začetnih pogojev $\underline{x}^T(t=0) = (0,0)$ in $\underline{\dot{x}}^T(t=0) = (v_0, 0)$.

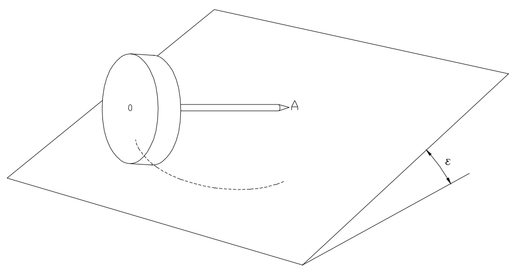


Izpit iz Analitične mehanike 16.9. 2009

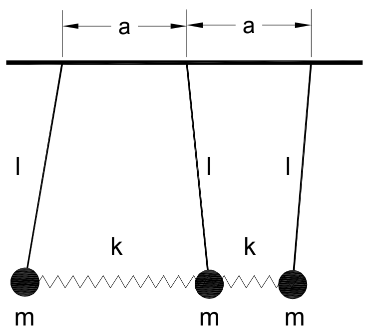
1. Po žičnem vodilu, katerega obliko podaja zveza $z = a(1+\cos(kx^2))$, brez trenja drsi drobna utež mase *m*. Skiciraj obliko vodila, zapiši Lagrangeovo funkcijo in enačbe, poišči stabilne ravnovesne lege ter izračunaj frekvence pripadajočih majhnih nihanj.

2. Pri mini golfu se luknjica premera *2R* nahaja v središču lijaka, ki ga opišemo z zvezo $z = -\alpha r^{-1}, \alpha > 0$. Tu je *r* oddaljenost od središča luknjice. Luknjico ciljamo z velike razdalje *l*, pri čemer žogico sunemo z začetno hitrostjo v_0. Za kolikšen kot glede na smer proti središču luknjice smemo zgrešiti, da bo žogica še zadela? Navodilo: žogico obravnavaj kot točkasto telo in upoštevaj, da je vzpetina blaga t.j. hitrost žogice v navpični smeri lahko zanemariš.

3. Vztrajnik premera *2R* s pravokotno prečko dolžine *l,* se brez zdrsavanja (točka A miruje) kotali po ravni podlagi nagnjeni za kot ε glede na vodoravnico (glej sliko). Zapiši gibalne enačbe in jih reši za primer majhnega nihanja okoli ravnovesne lege. Namig: uporabi Lagrangeov formalizem podobno kot v primeru vrtavke.



4. Za trojno nihalo, kot ga prikazuje slika, izračunaj za majhna nihanja lastne nihajne načine in ustrezne lastne frekvence. Dolžine neraztegnjenih vzmeti so enake razmaku *a* med vpetji posamičnih nihal. Namig: upoštevaj simetrijo.



Kolokvij iz analitične mehanike 14.11. 2007

1. Vrteča restavracija na stolpu v Torontu se zavrti dvakrat v minuti, česar se morajo pri svojem delu navaditi natakarji, ki raznašajo hrano. Kako je glede na gladino juhe v krožniku na mizi, nagnjena gladina tiste, ki jo natakar ravnokar nese mimo nas? Natakar hiti v radialni smeri proti gostu na obodu restavracije s hitrostjo 1m/s, naša miza pa je 20m oddaljena od osi vrtenja.

2. Homogen valj se lahko prosto vrti okoli navpične osi. Na obod valja je pritrjeno spiralno vodilo s hodom p [m/2π] po katerem brez trenja drsi drobna utež z maso m. V začetku utež miruje na vrhu valja, ko pa jo spustimo zaradi teže oddrsi navzdol. Zapiši Lagrangeovo funkcijo za opisan sistem, ter reši ustrezne enačbe.

3. Pokaži, da je v primeru keplerjevskega potenciala $V = -k/r$ (k>0) t.i. Runge-Lenzov vektor $\vec{R} = \vec{p} \times \vec{L} - k\,m\,(\vec{r}/r)$ konstanta gibanja. Tu sta: $\vec{p} = m\dot{\vec{r}}$ gibalna količina in $\vec{L} = m\,\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ vrtilna količina. Namig: oglej si časovni odvod vektorja $\vec{R}$ in upoštevaj, da se vrtilna količina ohranja.

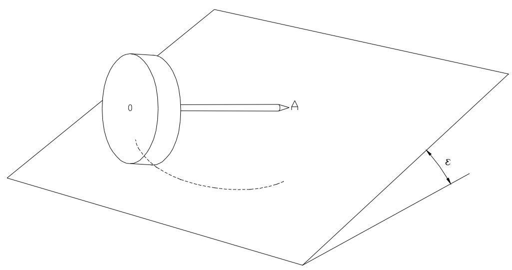
4. Z drobnim projektilom ustrelimo na težko mirojočo tarčo. Tarčo opišemo s centralno simetričnim potencialom $V = \begin{cases} V_0 \ , \ r < r_0 \\ 0 \ , \ r \geq r_0 \end{cases}$. Izračunaj potrebno kinetično energijo projektila, če naj le-ta, pri izbranem udarnem parametru, prodre v notranjost tarče. Izračunaj totalni sipalni presek za ta isti proces.

Kolokvij iz analitične mehanike 15.1. 2008

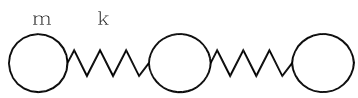
1. Na vodoravno podlago navpično postavimo tanko palico (z dolžino l in maso m). Palica sčasoma pade, med padanjem pa spodnji konec palice pri nekem nagibu zdrsne. Izračunaj zvezo med kotom nagiba pri zdrsu in koeficientom lepenja med palico in podlago. Uporabi metodo Lagrangeovih multiplikatorjev.

2. Lagrangeovo funkcijo za nabit delec v magnetnem polju zapišemo kot $L = \frac{1}{2} m \sum_i \dot{q}_i^{\,2} + e \sum_i \dot{q}_i A_i$. Pokaži, da se Hamiltonova funkcija, ki je definirana kot $H = \sum_i p_i \dot{q}_i - L$ v tem primeru zapiše kot $H = \frac{1}{2m} \sum_i \left(p_i - eA_i \right)^2$.

3. Vztrajnik premera $2R$ s pravokotno prečko dolžine l, se brez zdrsavanja (točka A miruje) kotali po ravni podlagi nagnjeni za kot ε glede na vodoravnico (glej sliko). Zapiši gibalne enačbe in jih reši za primer majhnega nihanja okoli ravnovesne lege. Namig: uporabi Lagrangeov formalizem podobno kot v primeru vrtavke.



4. Model neke molekule napravimo tako, da tri enake kroglice (atome) z maso m povežemo z dvema enakima vzmetema (k) kot prikazuje slika. Izračunaj lastne nihajne načine in pripadajoče frekvence nihanja. Atomi se lahko gibljejo samo vzdolž daljše simetrijske osi molekule.

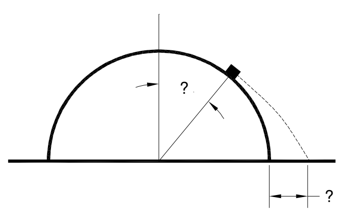


Izpit iz Analitične mehanike 20.2. 2008

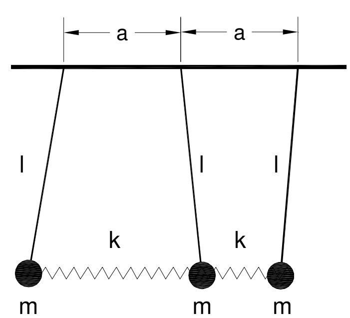
1. Žično vodilo, katerega obliko podaja zveza $z = \alpha x^2$, se s konstantno kotno hitrostjo Ω vrti okoli navpične osi (le-ta sovpada s simetrijsko osjo vodila). Po vodilu brez trenja drsi drobna utež mase *m*. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe, ter jih reši za primer majhnega nihanja. Interpretiraj rešitve. Namig: *L* in enačbe je smiselno zapisati v vrtečem sistemu vodila.

2. Pri mini golfu se luknjica premera *2R* nahaja na vrhu blage vzpetine, ki jo opišemo z zvezo $z = \alpha r^{-1}$, kjer je *r* oddaljenost od središča luknjice. Luknjico ciljamo z velike razdalje *l*, pri čemer žogico sunemo z začetno hitrostjo v_0. Za kolikšen kot glede na smer proti središču luknjice smemo zgrešiti, da bo žogica še zadela? Navodilo: žogico obravnavaj kot točkasto telo in upoštevaj, da je vzpetina blaga t.j. hitrost žogice v navpični smeri lahko zanemariš.

3. Po površini gladke polkrogle brez trenja z vrha zdrsne drobna utež. Z metodo Lagrangeovih multiplikatorjev določi kot pri katerem se utež odlepi od površine krogle in izračunaj, kako daleč od oboda polkrogle pade na tla.



4. Za trojno nihalo, kot ga prikazuje slika, izračunaj za majhna nihanja lastne nihajne načine in ustrezne lastne frekvence. Dolžine neraztegnjenih vzmeti so enake razmaku *a* med vpetji posamičnih nihal. Namig: upoštevaj simetrijo.

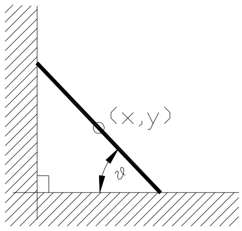


Izpit iz analitične mehanike 5.3. 2008

1. V skledo, ki ima obliko polkrogle s polmerom *R*, položimo kroglico z maso *m* in polmerom *r*. Obravnavaj ravninsko kotaljenje kroglice po skledi - zapiši gibalne enačbe ter jih reši za primer majhnega nihanja. Kako se spreminja frekvenca nihanja, če večamo polmer kroglice?

2. Izračunaj totalni sipalni presek, da komet trči v Sonce. Komet obravnavaj kot točkasto telo, Sonce pa ima polmer *R*.

3. Palica z maso *m* in dolžino *l*, ki jo postavimo v kot med steno in tlemi pod kotom ϑ, brez trenja zdrsne (glej sliko). Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne vezi. Za generalizirane koordinate vzemi *x*, *y* težišča in kot ϑ. Izrazi silo, s katero stena deluje na palico pri kotu ϑ in ugotovi, pri katerem kotu se palica odlepi od stene. Uporabi metodo Lagrangeovih multiplikatorjev.



4. Elektron v vodikovem atomu 'vidi' statično električno polje protona kot magnetno polje: $\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2}\mathbf{v}\times\mathbf{E}$. Delovanje le-tega na magnetni moment elektrona $\boldsymbol{\mu} = -\frac{e_0}{m}\mathbf{s}$ opišemo s Hamiltonovo funkcijo $H = \boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B}$, kjer je **s** lastna vrtilna količina elektrona (spin). S Poissonovimi oklepaji zapiši gibalno enačbo za spin elektrona in izračunaj frekvenco precesije (pojavu pravimo sklopitev spin-tir). Za polmer orbite elektrona vzemi Bohrov radij r_B=0.053nm, za velikost tirne vrtilne količine pa l=h/2π.

Izpit iz analitične mehanike 6.6. 2008

1. V cirkusu opazujemo dva klovna, ki izvajata točko, katere del je balanasiranje palice na nosu. Točko izvajata na vrtečem podiju, pri čemer prvi stoji na robu, drugi pa od središča hodi proti prvemu s hitrostjo v. V katero smer in pod kakšnim kotom sta nagnjeni palici obeh klovnov? Podij se vrti počasi, tako da ves čas velja

$$\omega^2 r \ll g.$$

2. V atomarnem plinu med dvema atomoma deluje sila, ki jo določa potencial $V(r) = -C/r^6, C > 0$. Izračunaj presek za združitev delcev kot funkcijo energije.

3. Tanko palico (z dolžino l in maso m) navpično postavimo na konico prsta. Če s prstom ne "lovimo ravnotežja" bo palica sčasoma padla Izračunaj silo na prst v odvisnosti od kota nagiba med padanjem palice. Uporabi metodo Lagranževih multiplikatorjev.

4. Elektron v vodikovem atomu 'vidi' statično električno polje protona kot magnetno polje: $\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2}\mathbf{v} \times \mathbf{E}$. Delovanje le-tega na magnetni moment elektrona $\boldsymbol{\mu} = -\frac{e_0}{m}\mathbf{s}$ opišemo s Hamiltonovo funkcijo $H = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$, kjer je $\mathbf{s}$ lastna vrtilna količina elektrona (spin). S Poissonovimi oklepaji zapiši gibalno enačbo za spin elektrona in izračunaj frekvenco precesije (pojavu pravimo sklopitev spin-tir). Za polmer orbite elektrona vzemi Bohrov radij r_B=0.053nm, za velikost tirne vrtilne količine pa l=h/2π.