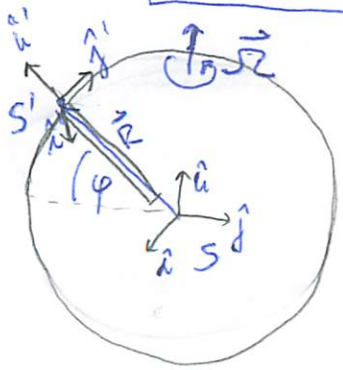


PADANJE KAMNA V JASEK



Kamen vržemo v jasek, ki gre naravnano proti centru zemlje, nahaja se na geografski širini φ . Zanima nas, kako se giblje kamen s časom v sistemu S' , $\vec{r}'(t) = ?$
 Na začetku $t=0$ je miroval v izhodišču S' .
 $\vec{r} = r \cos\varphi \hat{j}' + r \sin\varphi \hat{i}'$

NAMIGI:

- 2. Newtonov zakon za S' , $\vec{F}_g = -mg\hat{i}'$. zanemari $\vec{r} \times (\vec{\Omega} \times [\vec{r} + \dot{\vec{r}}])$ saj so zanemarljivi v primerjavi z F_g .

Zapiši gibalno enačbo po komponentah $\hat{i}', \hat{j}', \hat{k}'$:

$$\underbrace{\ddot{x}'(t)}_{\text{enačba ①}} + \underbrace{\ddot{y}'(t)}_{\text{enačba ②}} + \underbrace{\ddot{z}'(t) - 2\Omega \dot{x}' \cos\varphi + g}_{\text{enačba ③}} = 0$$

• sistem DE rešuj s triki:

- Vpelji: $y = z' \cos\varphi - x' \sin\varphi$ im $z = z' \sin\varphi + y' \cos\varphi$

- Rešuj enačbe: ①: $\ddot{x}' + 2\Omega y = 0$
- ④: $② \sin\varphi - ③ \cos\varphi: \ddot{y} - 2\Omega \dot{x}' = -g \cos\varphi$
- ⑤: $② \cos\varphi + ③ \sin\varphi: \ddot{z} = -g \sin\varphi$

• ⑤: Poišči homogeno z_H in partikularno rešitev z_P , $z(t) = z_H + z_P$

• ① + i ④ \Rightarrow enačba ⑥. Uredi $\xi = x' + iy$. Reši ⑥ z nastavitvami.

• Ostale konstante iz začetnih pogojev: $x'(t=0) = y'(t=0) = z'(t=0) = \dot{x}'(t=0) = \dot{y}'(t=0) = \dot{z}'(t=0) = 0$

• Rešitev:

$$x' = -\frac{g \cos\varphi}{4\Omega^2} \left(\cos 2\Omega t - 1 \right) + \frac{g \cos\varphi}{2\Omega} t$$

$$y' = -g \sin\varphi \cos\varphi \left(\frac{\cos 2\Omega t}{4\Omega^2} - \frac{1}{4\Omega^2} + \frac{t^2}{2} \right)$$

$$z' = \frac{g \cos^2\varphi}{4\Omega^2} \left(\cos 2\Omega t - 1 \right) - \frac{gt^2}{2} \sin^2\varphi$$