KONSTANTE GIBANJA V HAMILTONOVI MEHANIKI

Konstante gibanja (oz integrali gibanja) količine $f(\underline{q}, \underline{p}, t) = C$, ki so neodvisne od časa

Najenostavneje je prepoznati konstante gibanja preko cikličnih koordinat : $H \neq H(q_i)$ - koordinate, ki ne nastopajo v H. Tedaj so ~~njihove~~ konstante gibanja njihovi konjugirani impulzi:

$$\frac{\partial H}{\partial q_j} = -\dot{p}_j = 0 \quad \Rightarrow \quad p_j(t) = p_j^0 .$$

Na predavanjih ste pokazali: ~~da če neka količina f ni eksplicitno odvisna od časa: $f \neq f(t)$~~
časovni totalni odvod količine f:

$$\frac{df}{dt} = \{f, H\} + \frac{\partial f}{\partial t}$$

Če ni eksplicitno odvisna od časa, je $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$ in

$$\frac{df}{dt} = \{f, H\}$$

$$\{f, g\} = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial q_i} \frac{\partial g}{\partial p_i} - \frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial g}{\partial q_i} \right) \qquad \text{Poissonov oklepaj}$$

Če je $\{f, H\} = 0$ in $f \neq f(t)$, je $\frac{df}{dt} = 0 \Rightarrow f$ konstanta gibanja!

LASTNOSTI POISSONOVIH OKLEPAJEV

1. linearnost : $\{f, \lambda g + \mu h\} = \lambda\{f, g\} + \mu\{f, h\}$
2. antisimetričnost : $\{f, g\} = -\{g, f\}$
3. cikličnost : $\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\} = 0$
4. produkt : $\{f, gh\} = \{f, g\}h + g\{f, h\}$

Pomembne zveze:

$$\left.\begin{aligned} \{q_i, q_j\} &= \{p_i, p_j\} = 0 \\ \{q_i, p_j\} &= \delta_{ij} \end{aligned}\right\} \text{kanonične spremenljivke}$$

$$\{l_i, l_j\} = \sum_k \varepsilon_{ijk} l_k \rightarrow \text{vrtilne količine}$$

$$l_x = y p_z - z p_y$$
$$l_y = z p_x - x p_z$$
$$l_z = x p_y - y p_x$$