

1. Domača Naloga iz Nanofizike, 5.3.2024

1. Pri nalogi nas zanima ali sistem večih enakih sipalcev v kvantnem vodniku kdaj preide v ohmski režim, to je, da njegova upornost narašča sorazmerno s številom sipalcev oziroma dolžino vodnika. Za transport elektronov naj bo pomemben le en prečni valovni način.

- a) Obravnavaj najprej primer dveh sipalcev v koherentnem režimu. Vsak od sipalcev naj bo opisan s sipalno matriko $(r_i, t_i), (t_i, r'_i)$. Elektron na poti od enega do drugega pridobi dinamično fazo χ . Izračunaj prepustnost T skozi sistem (oziroma prepisi rezultat z vaj) in skiciraj, kako se le-ta spreminja s χ !
- b) Izpelji tudi rezultat za primer klasičnih sipalcev (odbojnost R_i , prepustnost T_i)!
- c) Pokaži, da rezultat za skupno prepustnost lahko dobiš tudi preko zveze $(1 - T)/T = (1 - T_1)/T_1 + (1 - T_2)/T_2$. Količina $(1 - T)/T$ je torej aditivna.
- d) Količina $\rho_i = (1 - T_i)/T_i$ igra vlogo upornosti normirano na kvant upornosti $1/G_0$ (upor $\tilde{R}_i = \rho_i/G_0$). Celotno upornost za sistem večih sipalcev lahko dobiš kot vsoto posamičnih upornosti. Če želiš dobiti pravi tok skozi sistem je potrebno upoštevati še zaporedno vezavo po ene kontaktne upornosti $1/(2G_0)$ za levi in desni priključek (torej v celoti $1/G_0$). Pokaži, da za sipalec s prepustnostjo T dobiš pravi izraz za tok ($I = G_0TV$), če celotni sistem predstaviš kot zaporedno vezan sipalec in dve kontaktne upornosti.
- e) Pokaži, da je prepustnost za N zaporednih sipalcev s prepustnostjo T_1

$$T = \frac{T_1}{N(1 - T_1) + T_1} \quad (1)$$

Pokaži da, če definiramo $N = \nu L$, kjer je ν število sipalcev na dolžinsko enoto in L dolžina, lahko ta rezultat prepisemo v obliko $T = L_0/(L + L_0)$, kjer je $L_0 = T_1/(\nu(1 - T_1))$. V tem režimu (nekoherentni sipalci) upornost linearno narašča z dolžino in dobimo standardno Ohmsko obnašanje.

2. V prejšnji nalogi smo interferenčne efekte popolnoma zanemarili. Sedaj pa bomo pokazali [glej Datta, stran 198], da če interferenčne efekte upoštevamo v povprečju lahko dobimo obnašanje, ki je zelo drugačno od Ohmskega. Začnimo z rezultatom za dva sipalca

$$T(\chi) = \frac{T_1 T_2}{1 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \chi + R_1 R_2}. \quad (2)$$

Iz tega lahko za par sipalcev zapišemo upornost $\rho_{12}(\chi) = (1 - T(\chi))/T(\chi)$. Denimo, da imamo množico parov sipalcev, za katere faz χ ne poznamo. Potem je za sistem značilna $\rho_{12} = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} d\chi \rho_{12}(\chi)$.

- a) Pokaži, da velja $\rho_{12} = \frac{1+R_1 R_2 - T_1 T_2}{T_1 T_2} = \rho_1 + \rho_2 + 2\rho_1 \rho_2$, kjer je $\rho_i = (1 - T_i)/T_i$! Ta rezultat vsebuje nekoherentno vsoto upornosti in pa popravek, ki v povprečju upošteva interferenčne efekte.
- b) Sedaj bomo ta izraz uporabili za izračun upornosti prevodnika dolžine L , ki mu dodamo košček dolžine ΔL in ima upornost za katero privzamemo $\Delta\rho = \Delta L/L_0$. Po izrazih zgoraj torej dobimo $\rho(L + \Delta L) = \rho(L) + [1 + 2\rho(L)]\Delta L/L_0$. Pokaži, da spremembno upornosti vodnika z dolžino opiše diferencialna enačba

$$d\rho(L)/dL = \frac{1 + 2\rho}{L_0} \quad (3)$$

in da to enačbo reši $\rho(L) = [e^{2L/L_0} - 1]/2$! S tem smo pokazali, da ob upoštevanju interferenčnega popravka ρ_{12} upornost sistema eksponentno narašča z dolžino vodnika. Temu režimu pravimo močna lokalizacija.