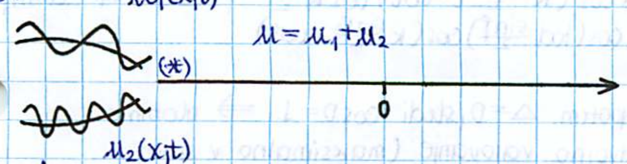
INTERFERENCA

Interferenca – je sestavljanje (superpozicija) dveh ali več koherentnih (to je valov, ki izhajajo iz posameznih izvorov z isto frekvenco ali valovno dolžino in konstantno fazno razliko) valovanj / valov, pri čemer nastane nov valovni vzorec.

1D: u_1 in u_2 interferirata u!

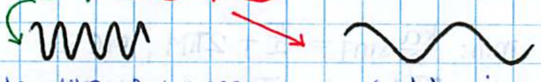


↳ dani sta dve struni z različnimi valovnimi dolžinami (torej frekvenca je različna, mesto valovanja, kjer se sestavita oz izvor pa isto (*)).

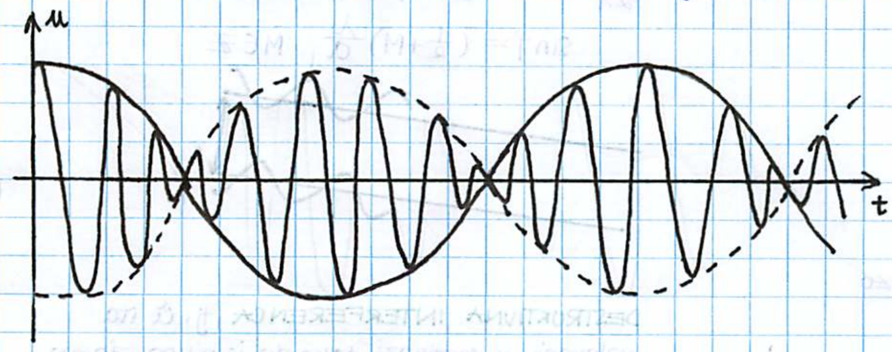
$u = A\cos(k_1x - \omega_1 t) + A\cos(k_2 x - \omega_2 t)$; $\omega = kc$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ← privzemimo, da sta amplitudi enaki ← ZAKAJ???

$x=0$: $u(0,t) = A(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t) = 2A\cos\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t =$

$= 2A\underbrace{\cos\bar{\omega}t}\ \underbrace{\cos\frac{\Delta\omega}{2}t}$, kjer $\omega_1 - \omega_2 = \Delta\omega \leq \omega_1, \omega_2$



zelo velika frekvenca — (zelo) majhna frekvenca

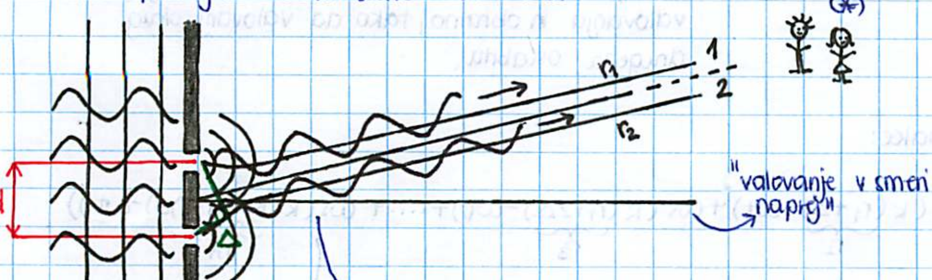


UTRIPANJE
(primer: zvočne vilice)

→ pozor, či sta amplitudi različni, ne gre za utripanje!

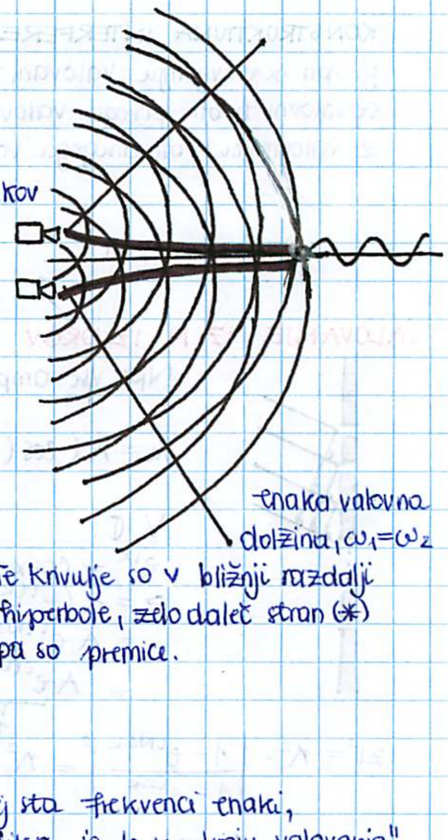
2D: VALOVANJE IZ DVEH IZVOROV

(Valove opazujemo zelo daleč stran (*).)



koti so enaki, valova sta enaka (~), različni sta le poti, ki ju opravita

Primer 2 zvočnikov



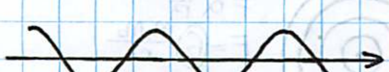
Te krivulje so v bližnji razdalji hiperbole, zelo daleč stran (*) pa so premice.

d – primerljiva z valovno dolžino

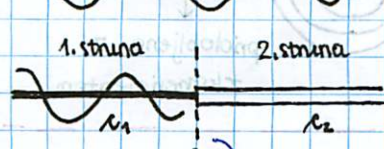
$\lambda = 500\,\text{nm} = 0{,}5\,\mu\text{m} = 0{,}0005\,\text{mm}$ ($\lambda \cdot 20$ debelina lista)

$u = u_1 + u_2 = A\cos(kr_1 - \omega t) + A\cos(kr_2 - \omega t)$; $\Delta = r_2 - r_1$ ← torej sta frekvenci enaki, razlika je le v „kraju valovanja" tj. Δ!

Zakaj je valovna dolžina vedno enaka v celem prostoru?



$y'' = \frac{1}{c^2}\ddot{y}\ \ \sum A_i\cos(kx - \omega t)$



Zaradi teh dveh pogojev začetno valovanje preide v drugačno valovanje (zvezna, tj. za poljubno majhen $\varepsilon > 0$, v ε-okolici je frekvenca enaka!)

Pogledamo robne pogoje:

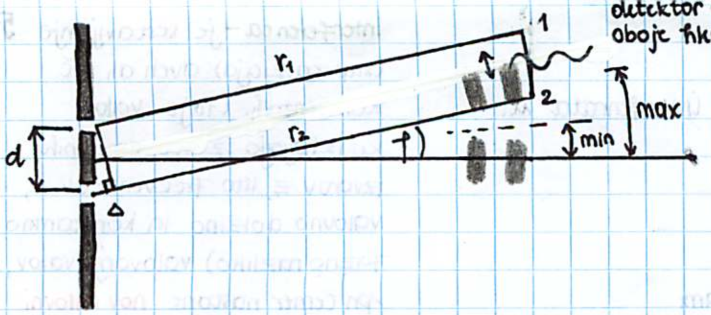
1. pogoj: krivulja mora biti zvezna (tj. struna se ne sme strgati)
Struna na levi → $u_1 = u_2|_{x=0}$ za $\forall t$

2. pogoj:

← v primeru nihanja!

Odvoda z leve in desne strani sta različna (ost!).

$\ddot{u}|_0 \propto u_2' - u_1'$



$$u = A(\cos(kr_1-\omega t)+\cos(kr_2-\omega t)) = $$
$$= 2A\cos\left(k\frac{r_1+r_2}{2}-\omega t\right)\cos k\frac{\Delta}{2} \quad ; \Delta = r_2 - r_1 = d\sin\varphi$$
$$= 2A\cos\left(kd\frac{\sin\varphi}{2}\right)\cos\left(k\frac{r_1+r_2}{2}-\omega t\right)$$

$\varphi = 0$, potem $\Delta = 0$, sledi $\cos 0 = 1 \Rightarrow$ dobimo dvojno valovanje (maksimalno v smeri naprej).

$u^2 \propto W$

$$u^2 = 4A^2\cos^2\frac{kd\sin\varphi}{2}\cos^2\left(k\frac{r_1+r_2}{2}-\omega t\right)$$

ZANIMIVO!

Označimo z $\tilde{A}$

Po načelu interference je skupni odmik nihajoče količine v izbrani točki in izbranem trenutku enak vsoti te količine za vsako od posameznih valovanj.

max: $\frac{kd\sin\varphi}{2} = \pi \cdot M$, $M \in \mathbb{Z}$

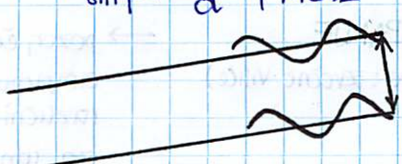
$\frac{\cancel{2}\pi d}{\cancel{2}\lambda}\sin\varphi = \cancel{\pi}M$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

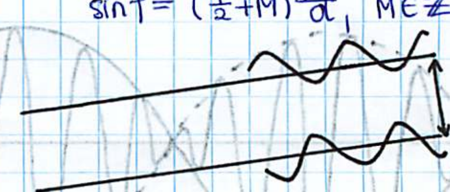
$\sin\varphi = \frac{M\lambda}{d}$, $M \in \mathbb{Z}$

min: $\frac{kd}{2}\sin\varphi = \frac{\pi}{2} + \pi M$, $M \in \mathbb{Z}$

$\frac{\cancel{2}\pi d}{\cancel{2}\lambda}\sin\varphi = \frac{\pi}{2} + \cancel{\pi}M$, $M \in \mathbb{Z}$

$\sin\varphi = \left(\frac{1}{2}+M\right)\frac{\lambda}{d}$, $M \in \mathbb{Z}$





KONSTRUKTIVNA INTERFERENCA, tj. pri sestavljanju valovanj z enako fazo se valovni hrbti prvega valovanja ujema z valovnimi hrbti drugega valovanja.

DESTRUKTIVNA INTERFERENCA, tj. či sta valovanji v protifazi, tako da je njuna fazna razlika enaka 180°, pa pride valovni hrbet prvega valovanja na valovno dolino drugega valovanja in obratno, tako da valovanji drug drugega oslabita.

VALOVANJE IZ N IZVOROV

Npr. vse amplitude so enake:

$$u = A\left(\cos(kr_1-\omega t)+\cos(k\underbrace{(r_1+\Delta)}_{r_2}-\omega t)+\cos(k\underbrace{(r_1+2\Delta)}_{r_3}-\omega t)+\ldots+\cos(k\underbrace{(r_1+(N-1)\Delta)}_{r_n}-\omega t)\right)$$

kosinus je realni del eksponentne funkcije „v kompleksnem svetu"

V $\mathbb{C}$:

$e^{ix} = \cos x + i\sin x$

$$z = A\left(e^{i(kr_1-\omega t)} + e^{i(k(r_1+\Delta)-\omega t)} + \ldots + e^{i(k(r_1+(N-1)\Delta)-\omega t)}\right) =$$
$$= Ae^{i(kr_1-\omega t)}\left(1+e^{ik\Delta}+e^{ik2\Delta}+\ldots+e^{ik(N-1)\Delta}\right) =$$
$$= A\underbrace{e^{i(kr_1-\omega t)}}_{1}\cdot\frac{1-e^{iN\Delta k}}{1-e^{ik\Delta}}$$

$$|z|^2 = A^2\cdot\left|\frac{1-e^{iN\Delta k}}{1-e^{i\Delta k}}\right|^2 = A^2\cdot\left|\frac{e^{\frac{iN\Delta k}{2}}\left(e^{-\frac{iN\Delta k}{2}}-e^{\frac{iN\Delta k}{2}}\right)}{e^{\frac{i\Delta k}{2}}\left(e^{-\frac{i\Delta k}{2}}-e^{\frac{i\Delta k}{2}}\right)}\right|^2 = A^2\cdot\frac{\sin\frac{Nk\Delta}{2}}{\sin\frac{k\Delta}{2}}$$

$e^{a+b} = e^a \cdot e^b$

$1+x+\ldots+x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}$

$\frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i} = \sin x$

$$\left(e^{i(kr_1-\omega t)}\right)^2 = \cos^2(kr_1-\omega t)+\sin^2(kr_1-\omega t) = 1$$

ELEKTRIKA (=elektron..., ἤλεκτρον – jantar)

- Coulomb (izmeril že prej znane sile (Grki)) (1736–1806, FRA)

Coulombov zakon (okvirno)

$F = G_e\frac{e_1e_2}{r^2}$, kjer $G_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, $\varepsilon_0 = 7{,}89\cdot10^{-12}\frac{As}{Vm}$

$[AV] = [W] = [Nm/s]$

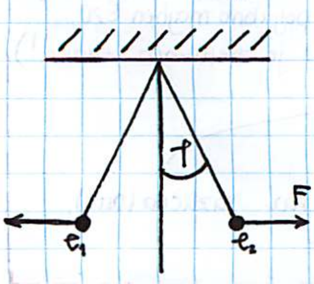
$[V] = [Nm/As]$

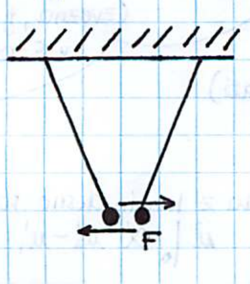
Newton s Kep. zakoni:

$F \propto \frac{1}{r^2}$

$F = G\frac{m_1m_2}{r^2}$

približno z eksperimentom



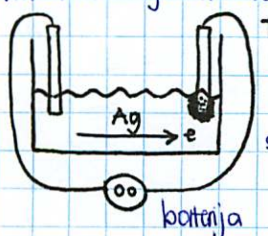


$\sum_i e_i =$ konstanta ; $e = Ne_0$, $N \in \mathbb{N}$

$e_0 = 1{,}6\cdot10^{-19}As$

električni naboj je lahko negativen ali pozitiven

Električni tok je bil znan prej kot Coulombov zakon. Zato so enoto za tok „pridobili" drugače.



srebrov jodid

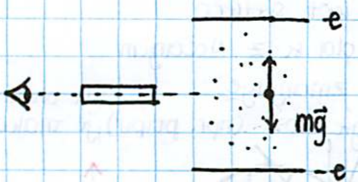
Elektroliza

$$\frac{m_{Ag}}{t} = \Phi_m$$

$$1A = I = \frac{de}{dt} \rightarrow e \sim As = C, \; A = \frac{C}{s}$$

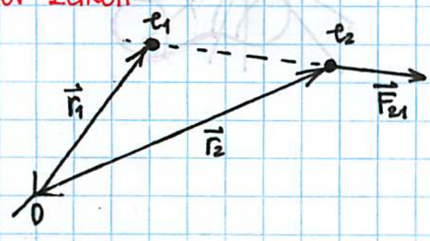
osnovna enota

1A je količina srebra, ki se izloči v eni uri



← viskozna meglica dja, ki se zaradi električnega polja (delovanja sil) skoraj ne premika. S tem je Millikan določil osnovni električni naboj elektrona ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As).

Coulombov zakon



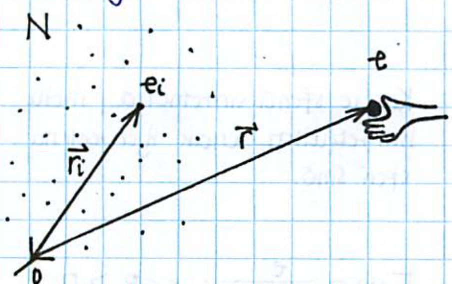
naboja se odbija, če sta enako predznačena
privlačita, različno

$$\vec{F}_{21} = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \; ; \text{ kjer } \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

(vzdolž zveznice, ker $e_1 = e_2$)

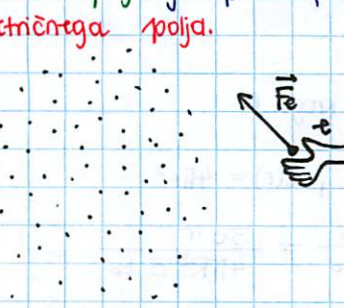
e – testni elek. naboj

Več nabojev:



$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N} \frac{e_i e}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$$

Električno polje je prostor, v katerem deluje električna sila na električni naboj. Določeno je z jakostjo električnega polja.



Fe je sila, ki je posledica vseh drugih nabojev razen testnega (e).

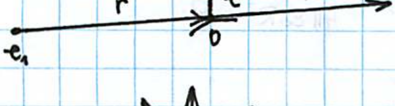
Jakost elek. polja ($\vec{E}$) je vektorska količina, ki določa elek. polje. Določena je s Coulombovo silo na majhen električni naboj v izbrani točki polja.

Električno silo lahko zapišemo kot produkt naboja e in jakosti elek. polja E:

$$\vec{F}_e = e\vec{E}$$

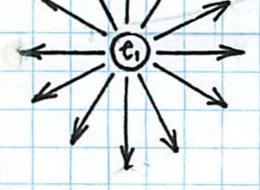
$$\vec{F}_g = m\vec{a} = m\vec{g}$$

→ kot gravitacijsko polje



$$\vec{F} = \frac{e_1 e}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

$$\vec{E} = \frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

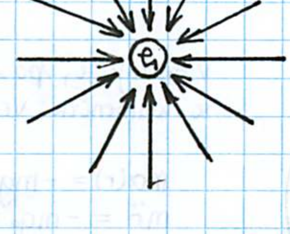


silnice

$e_1 = |e_1|$

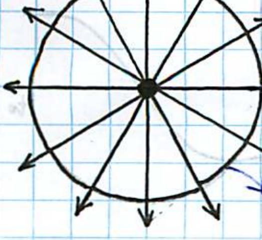
$e_1 = -|e_1|$

silnice



Gaussov izrek

• e_i



→ lupina krogle

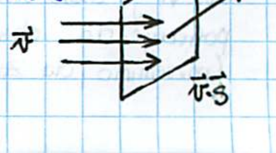
$$E = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$S = 4\pi r^2$$

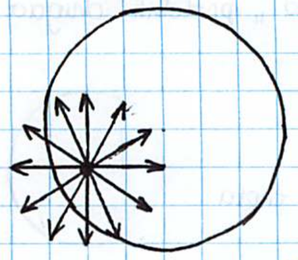
$$ES = \frac{e}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 \cancel{r^2}} \cdot \cancel{4\pi r^2} = \frac{e}{\varepsilon_0} = \Phi_e$$

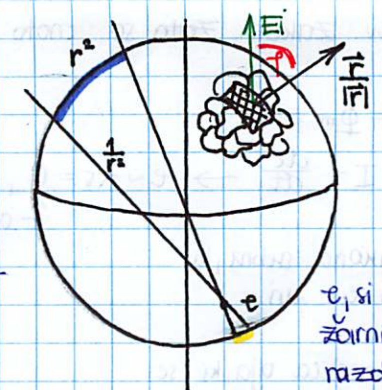
Električni pretok (Φ_e) je merilo za število električnih silnic skozi izbrano ploskev.

Npr. $\Phi_v = \vec{v}\vec{S}$



e_i





← normala

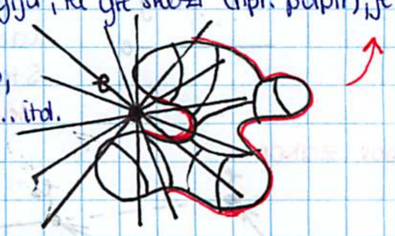
e_i si predstavljamo kot svetlečo žarnico. Potem velja, da se z večanjem razdalje intenziteta zmanjšuje.
Vendar energija, ki gre skozi (npr. papir), je enaka. se ohrani/

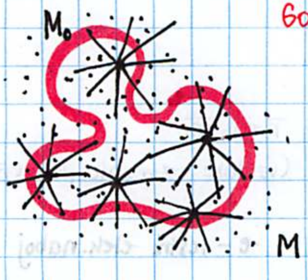
$$\Delta \vec{S_i} = \Delta S_i \frac{\vec{r_i}}{|\vec{r_i}|} = \Delta S_i \cdot \vec{n_i}$$

$$\vec{E_i} \cdot \Delta \vec{S_i} = E_i \cdot \Delta S_i \cdot \cos\varphi$$

$$\lim_{\substack{\max \Delta S \to 0 \\ \text{oz. } N \to \infty}} \sum_{i=1}^{N} \vec{E_i} \cdot \Delta \vec{S_i} = \underbrace{\int \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{e}{\varepsilon_0}}_{\text{Gaussov izrek}} = \sum_{j=1}^{M} \frac{e_j}{\varepsilon_0}$$

Telo ni nujno okroglo, lahko je „tulasto", ... itd.



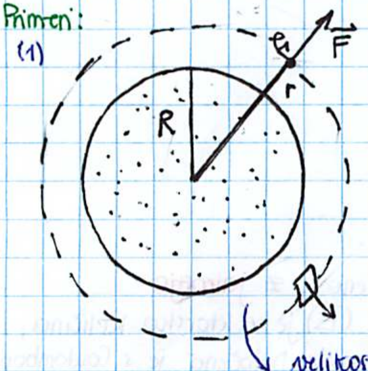


M_0 – zaobjeti naboji

M_0 razbijemo na majhne koščke in pogledamo kakšen je električni pretok.

Primeri:

(1)



velikost polja je enaka povsod zaradi simetrije

$$\int \vec{E}\, d\vec{S} = \sum_i \frac{e_i}{\varepsilon_0}$$

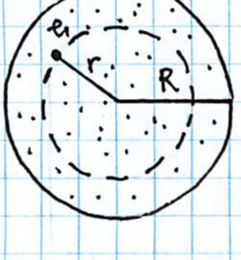
$$\rho_e = \frac{e}{V} = \text{konstanta}$$

Ker je sfera simetrična, mora biti rezultat enak kjer koli na sferi smo.

$$\int \vec{E}(\vec{r})\, d\vec{S} = \int E\, dS = E \int dS = ES = \frac{e}{\varepsilon_0} \implies E(r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\ ;\ r + R \geq R$$

odvisen le od razdalje in ne od smeri, tj $\vec{E}(r)$

(2)



naboji enakomerno razporejeni

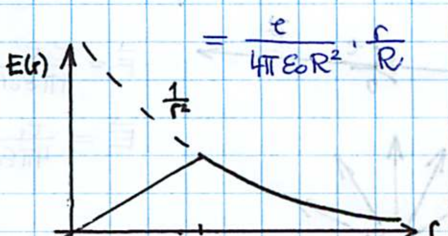
(npr. kakšno je gravitacijsko polje v Zemlji)
$r \leq R$

naboj znotraj krogle (s polmerom R)

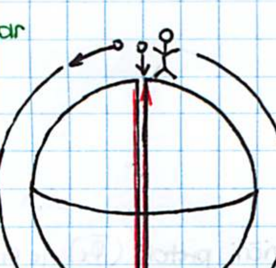
$$E(r)S(r) = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho_e \frac{4\pi r^3}{3}\ ;\ S(r) = 4\pi r^2$$

$$E(r) = \rho_e \frac{4\pi r^3}{\varepsilon_0 4\pi r^2 3} = \frac{r\rho_e}{3\varepsilon_0} = \frac{3e \cdot r}{4\pi R^3 3 \cdot \varepsilon_0} =$$

$$= \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \cdot \frac{r}{R}$$



Seminar



Vprašanje je, po kolikšnem času se kamenček vrne nazaj?

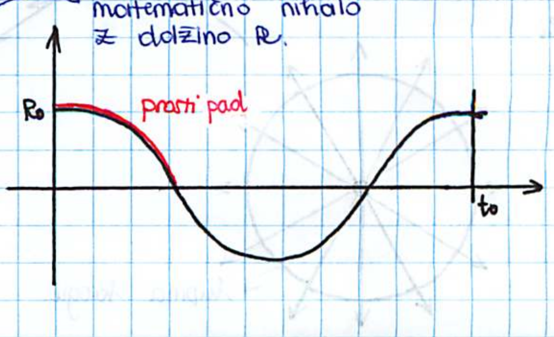
$$ma(r) = -mg(r) = -mg_0\frac{r}{R}$$

$$m\ddot{r} = -mg_0\frac{r}{R}$$

$$\ddot{r} + \omega^2 r = 0\ ;\ \omega^2 = \frac{g_0}{R}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0}$$

matematično nihalo z dolžino R.



Čas ↓↑ je enak času, ki kamenček potrebuje, da obkroži Zemljo.
(privzemimo, da Zemlja ni iz vroče snovi)