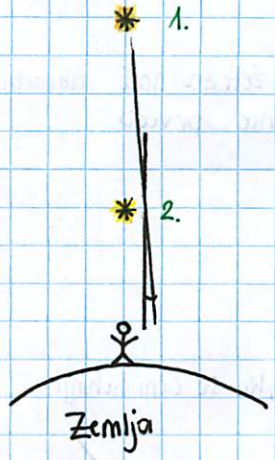


### 2. posledica: ODKLON SVETLOBE (1917)



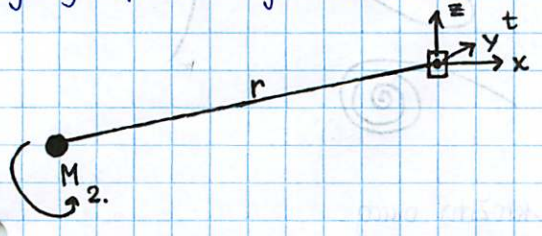
2. zvezda deformira prostor, tako da 1. zvezda oz. žarek 1. zavije.

Dokaz:



Sončni mrk. Zvezda za soncem je vidna ob sončnem mrku.

### Nadaljevanje Splošne teorije relativnosti



Razdalja se ohranja:  $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$ ;  $\sum_{\mu, \nu=0}^3 g_{\mu\nu} r^\mu r^\nu$

Metrični tenzor g:

Specialna t. relativnosti:

$$g = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Splošna t. relativnosti:

$$1. r, M: \begin{pmatrix} -\alpha & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\alpha} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = g$$

rotacija mase M  
2. r, M,  $\Gamma_0$   
v g se namreito ničel pojavi  $\Gamma_0$ .

Prostor Winkoskega je ukrivljen prostor (v njem je odvisno, kje se nahajajo gude na maso):

$$-ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) c^2 dt^2 - \frac{1}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

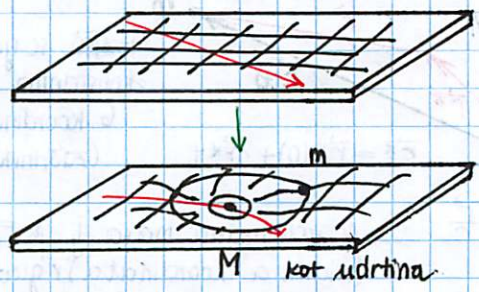
Pri Lorentzovi transformaciji (L) ostane velikost vrelno enaka,  $\gamma_r = \gamma_t = \text{konstanta}$

(\*)  $\alpha = 1$ , če sta telci neskončno daleč ali pa ni sploh nobene mase.

⇒ Lorentzova transformacija (ki rahlo spremenjena) pokveči telca, saj metričen tenzor ni neodvisen od razdalje (tj. kje transformirani)

Upostevamo pravilo:  $\sum_{\mu, \nu} g_{\mu\nu} r^\mu r^\nu$

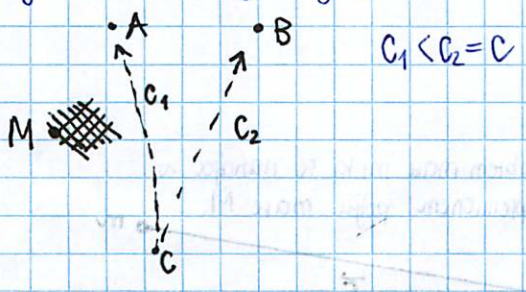
„Linearne“ enačbe postanejo nelinearne.



### 3. posledica - RETARDACIJA

V bližini gravitacijskega polja se svetloba ne giblje s svetlobno hitrostjo.

Priimer: - masa zelo velike (npr. galaksije)  
- svetloba, ki gre blizu mase, gre bolj počasni



### 4. posledica - PODALJŠANJE ČASA V GRAVITACIJSKEM POLJU

$$d\tau^2 = \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2$$

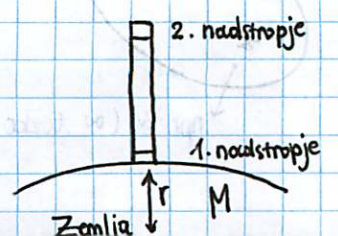
Dani ima dve enaki uri, ki sta sinhronizirani.

$t_1 < t_{100}$

↳ ura, ki je v večjem grav. polju (prostoru), se giblje počasneje.

$$\frac{GM}{RC^2} = 10^{-6}$$

$$\frac{\Delta t}{t} \approx 10^{-6}$$



Ekperiment: železo z 8-zarki (enaka frekvenca) 1. nadstropje  
 hočemo ujeti žarke z drugim kosom železa 100. nadstropje

Časovna skala je tako drugačna, ker je frekvenca drugačna, da drugi kos železa noč absorbirati žarke. Zato so drugi kos železa zadržali (N), da je začel absorbirati žarke prvega.

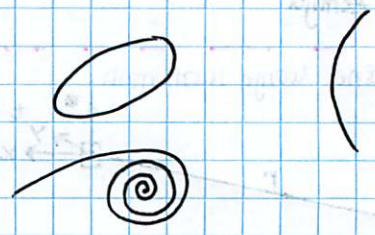
**5. nadstropje - ČRNE LUKNJE**

$\frac{2GM}{r} \stackrel{?}{=} 1$  (gornji ekperiment - ura v 1. nadstropju bi stala)

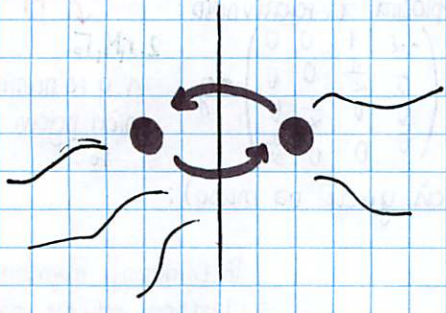
Schwarzschildov radij:  $r_s = 1,4 \text{ km}$  sonce

Či bi se Sonce skrčilo na  $r_s$ , se bi seselo in nastala bi črna luknja. Vsa telesa, ki se črni luknji približajo manj kot  $1,4 \text{ km}$ , se ne morejo več vrniti nazaj. Črna luknja srka vase vsa svetlobo, ..., itd.

Če imamo podani dve masi, je njun tir hiperbola ali elipsa. Kaj je tir črne luknje?



**6. posledica - GRAVITACIJSKI VALOVI**



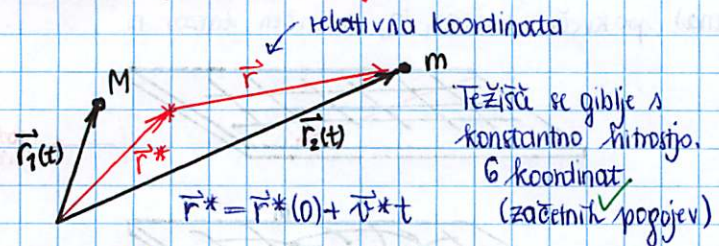
Po klasični fiziki telesi krožita okrog skupnega težišča v neskončnost.

Po splošni r. relativnosti: je prostor ukrivljen in ta valuje. Singularnost prostora so gravitacijski valovi.



Pot dveh zvezd, ki na koncu padeta ena v drugo (ker si G ohranja!)

**KEPLERJEV PROBLEM**



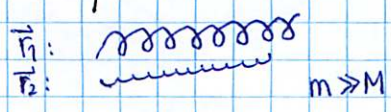
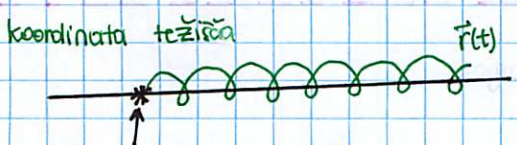
$M \ddot{\vec{r}} = -\frac{k}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$

$\mu$  reducirana masa, tj.  $\mu = \frac{m}{M+m}$  (relativna koordinata)  $\vec{r}$  glede na  $\vec{r}^*$

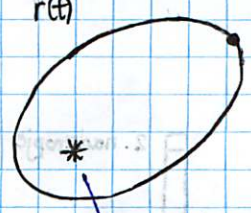
Dani imamo dve telesi z masama  $m$  in  $M$ . Obe teži masi se s časom spreminjata. Vprašanje je, kako se teži spreminjata, če med njima deluje gravitacijska sila. Za vsako od teles potrebujemo dvanajst začetnih pogojev:

$\vec{F}_{12} = \frac{GMm}{|r_1 - r_2|^3} \cdot (r_2 - r_1)$

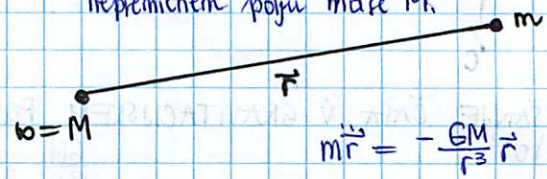
$t=0$ : Začetni pogoji:  $\vec{r}_{12}(0)$ ,  $\vec{v}_{12}(0)$  }  $\Rightarrow \vec{r}_{12}(t) = ?$



relativna koordinata  $r(t)$



Problem mase  $m$ , ki se nahaja v nepremičnem polju mase  $M$ .



$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ;  $(\vec{r} = m\vec{L}) = \text{konstanta}$   
 ↓  
 konstanta, ker je sila radialna.

0. konstanta gibanja:  $W = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 - \frac{GMm}{r}$  95  
 1. konstanta gibanja: hitrost težišča  
 2. konstanta gibanja: vrtilna količina  
 3. konstanta gibanja: Laplace-Runge-Lenzov vektor

Ugotovitve: 1.  $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \dot{\vec{p}} + \dot{\vec{r}} \times \vec{p} = 0$

2.  $\vec{r} \cdot \dot{\vec{L}} = 0$   
 Tir je vedno pravokoten na vrtilno količino (ki je odvisna od začetnih pogojev).

3. Laplace-Runge-Lenz  
 (1799) (1919) (1924)  
 $\vec{A} \dots$  Laplaceov-Rungov-Lenzov vektor  
 $\vec{A} = \vec{r} \times (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) - GM \frac{\vec{r}}{r} = \text{konstanta}$

$\frac{d\vec{A}}{dt} = \dots = 0$

$\vec{A} \cdot \vec{L} = 0$  tj.  $\vec{A}$  leži v isti ravnini kot  $\vec{r}$   
 $\vec{r} \cdot \vec{A} = \vec{r} \cdot (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) - GM r(t) = \vec{L} \cdot \dot{\vec{r}} - GM r(t)$

↑  
 tir konstanta

↑  
 konstanta

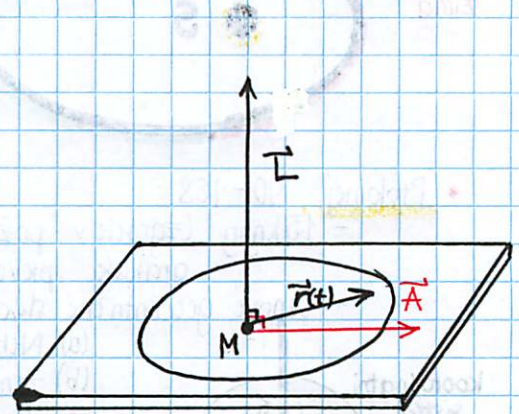
$r A \cos \varphi = \vec{L} \cdot \dot{\vec{r}} - GM r(t)$   
 $r = \frac{L^2 / GM}{1 + \frac{A}{GM} \cos \varphi} = r(\varphi)$   
 povzroči asimetrijo!

$\frac{A}{GM} = 1 \Rightarrow r(\varphi) = \frac{1}{1 - \cos \varphi}$

elipsa postane parabola - 2. kozmična hitrost

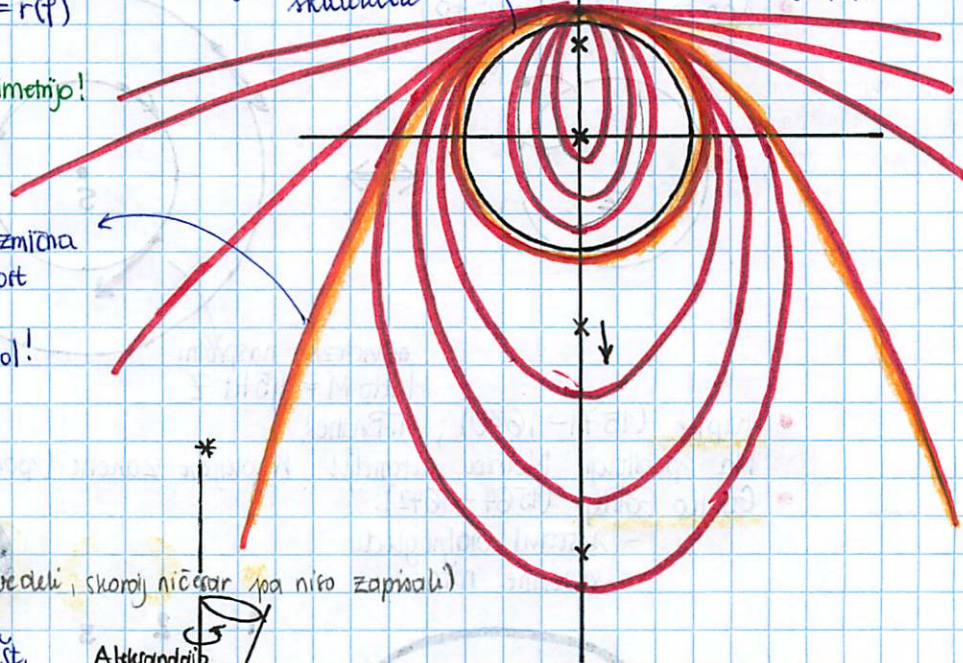
$\frac{A}{GM} \gg 1$  pri maksimalnem kotu je pol!

Resitev ( $\rightarrow \uparrow$ ) ni nikoli spirala (le za 1 ali 2 telesu!).



Enačba elipse v polarnih koordinatah:  
 $r(\varphi) = \frac{C_1}{1 - E \cos \varphi}$   
 Zemlja: Vooloravni met! (del elipse vidno!)

1. kozmična hitrost, gonitvi se sklanjata



## ZGODOVINA - ASTRONOMIJA

- Egipčani + Babilonci (veliko so vedeli, skoraj ničesar pa niso zapisali)
- stari Grki: (prvi zapisali)

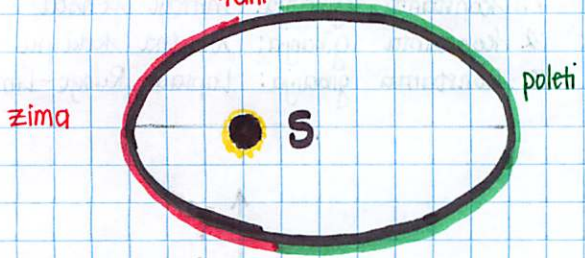
- Eratosten 276-196 pr.n.št.  
 Določil radij Zemlje s pomočjo Sonca, ki je (natančno dan) v Asuanu navpično, v Aleksandriji pa po kotom 7°  
 50 dni skanavano ~ razdalja  
 100 stadije  
 || + lok stopinje  
 157 km  $\rightarrow$  6300 km  
 Aleksandrija - Asuan



- Aristark 320-250 pr.n.št. Heliocentričnost
- Apolonij 261-190 pr.n.št. Geocentričnost
- !!! • Hiparkh 190-120 pr.n.št.:

- Katalog zvezd 850; koordinatna mreža, sferična sfera
- določil precesijo Zemljine osi (npr. če vrtačko zavrtiš nagnjeno).
- 26 000 let je en obhod Zemlje (ki se giblje po "stožcu")
- jakost zvezd razvrstil po sijju (velja še danes)

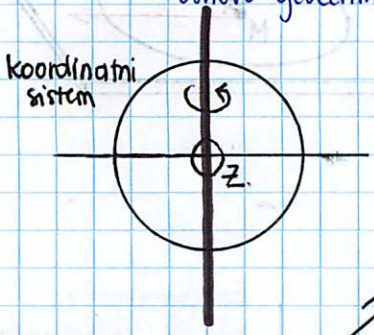
- (pomlad + poletje) = (jesen + zima + 4)



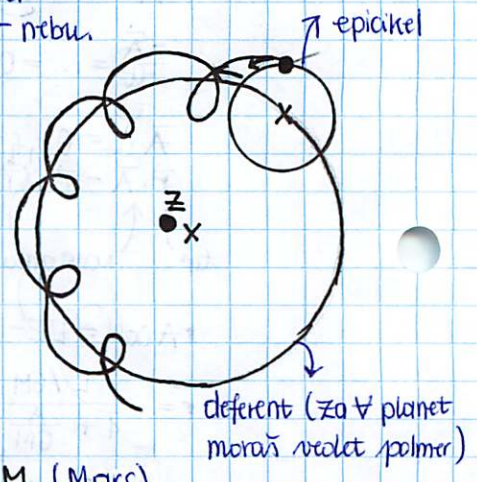
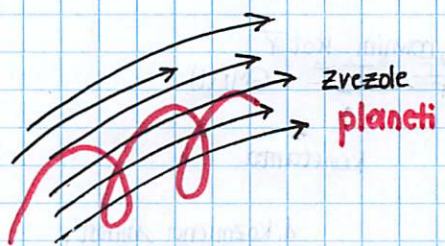
Čez 26 000 let se "zima" in "poletje" zamenjata, zime so daljše, hladnejše, poletja krajša, bolj vroča - LEDENE DOBE.

• Ptolomej 90-168:

- 13 knjig (zgorle v požaru Aleksandrijske knjižnice, ohranili so se arabski prevodi ALMAGEST v Španiji).
- Osnove geocentrične slike:

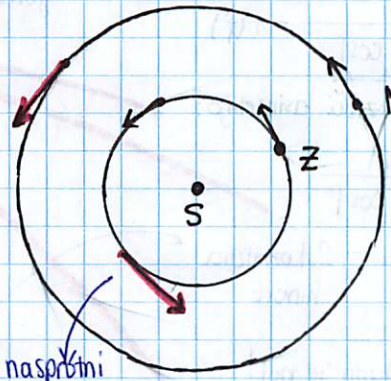
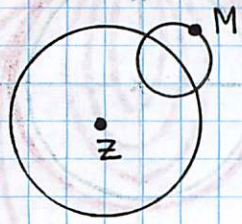


- (a) Nebo je sfera, ki se vrti (s konstantno hitrostjo) okrog Zemlje.
- (b) Zemlja je okrogla, mineje v sredini sfere.
- (c) Zvezde so nepremične, minejejo na sferi - nebu.
- (d) planeti:



3. Renesansa:

• Kopernik (1473-1543)



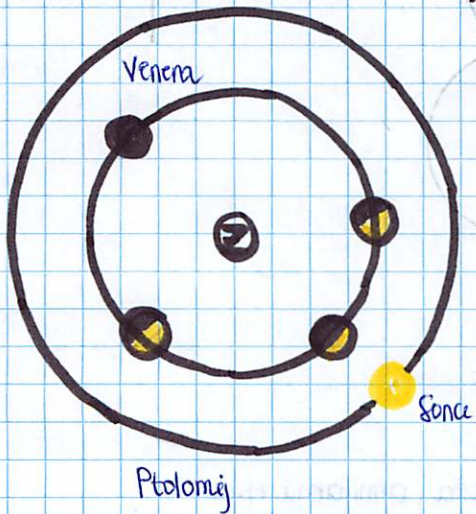
navidezno nasprotni  
1 leto M = 1,5 let Z

• Kepler (1571-1630); T. Brahe!

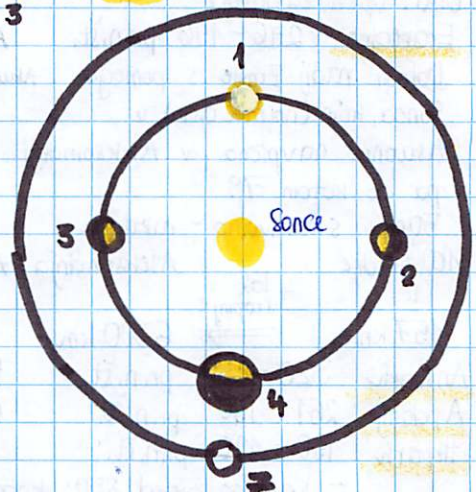
Na podlagi Marra utemeljil Keplerjeve zakone (poglj nazaj).

• Galileo Galilej (1564-1642):

- sestavi daljnogled
- Venerine mene

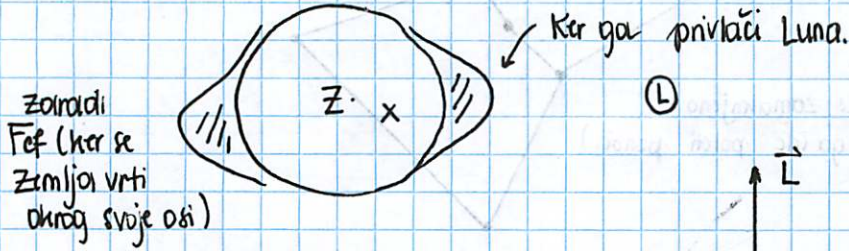


Ptolomej

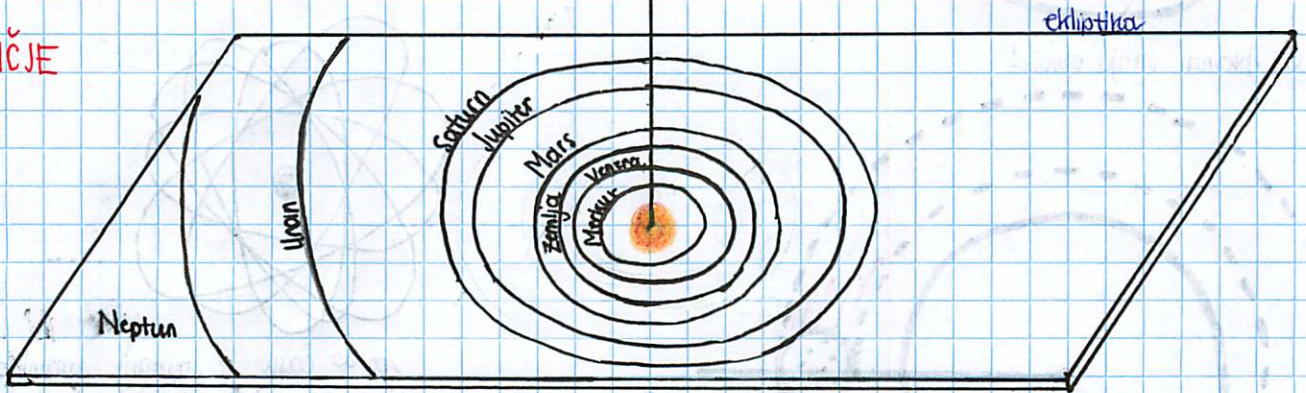


Kopernik

- gorovja na Luni
- Jupitrove Lune
- triolek Saturn
- zvezde v Rinski cesti
- črni "krogi" na soncu (daljnogled + sonce)
- pojavnil plimo in oseka  
5h 48min ~ 6h



**OSONČJE**



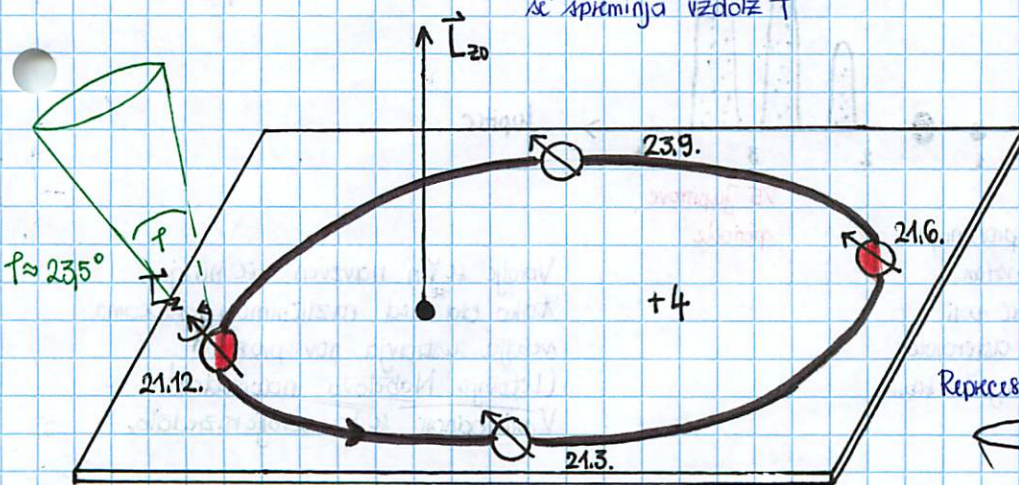
$\vec{L}$  je vrtilna količina celotnega sončja.  
Vsak od planetov ima lastno vrtilno količino, ki pa se ne ohranja.  
Fiksna pa je  $\vec{L}$ .  
Elipse zgonij hiko vse v isti ravnini.



"radij" x "hitrost" = konstanta  
tj. vrtilna količina se ohranja

$$\vec{m} = \frac{m}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

se spreminja vzdolž  $r$



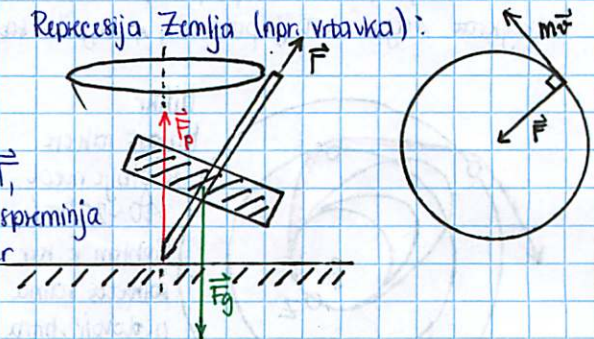
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

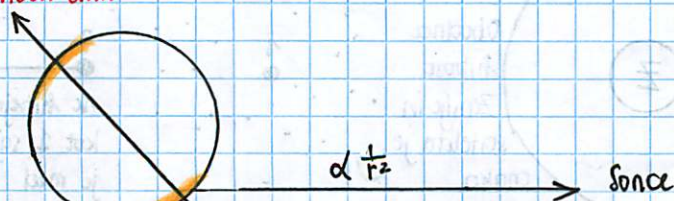
$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$$

Precesija Zemlja (npr. vrtačka):

$\vec{M} \perp \vec{L}$ ,  
zato se spreminja  
le smer

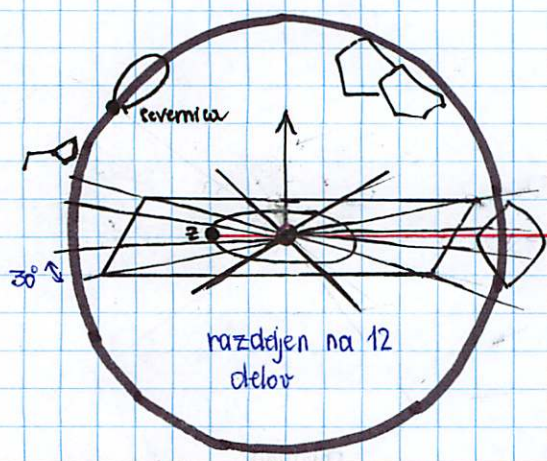


**Milankovičevi cikli**

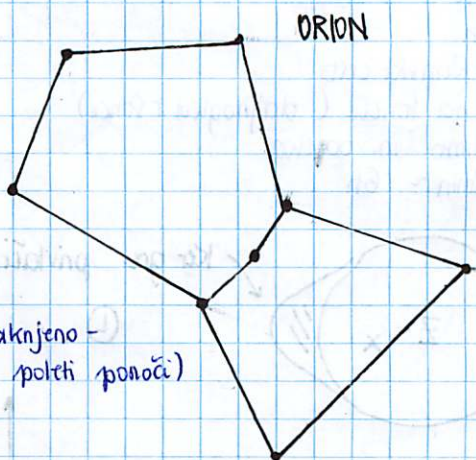


sila reja, kot na drugi strani

Zodiak je namišljen pas na nebu. Drugiču mu pravimo tudi živalski krog, katerega predstavlja niz ozvezdij, skozi katere potuje Sonce.

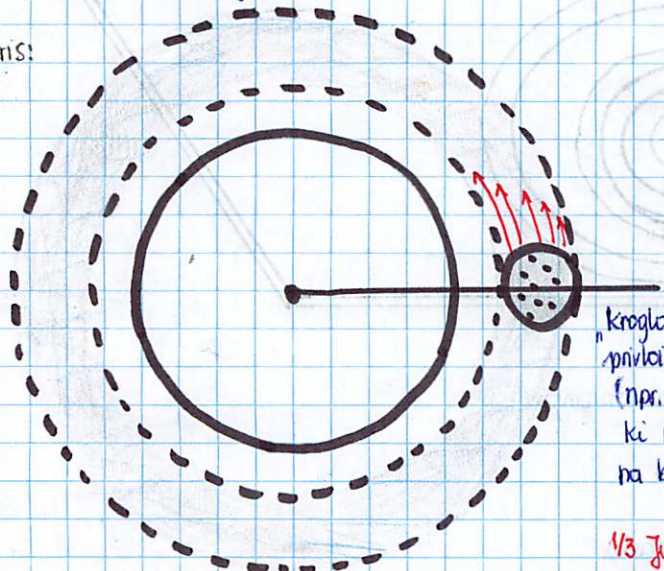


vadnar (en mesec zamaknjeno - vidimo ga čele poleti ponoči)

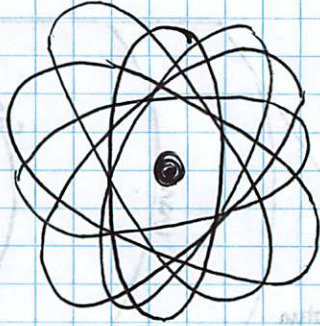


Vsi veliki planeti imajo obroče!

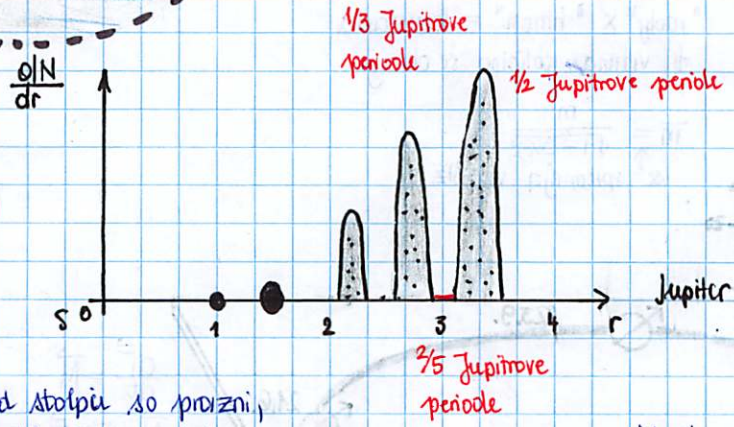
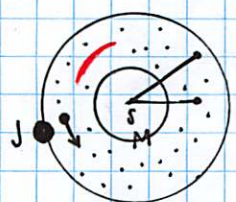
Naris:



"krogla" če gledamo privlačne sile (npr. kupa peska, ki ima različno hitrost glede na bližino planeta)

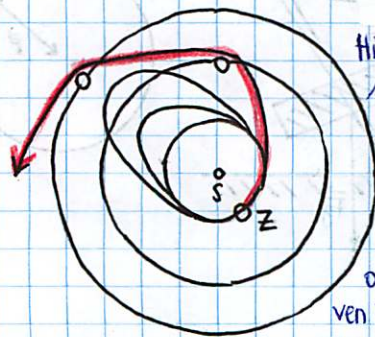


po 100 času je gibanje pravilno, to je kroženje okrog planeta! Torej trkov ni več.

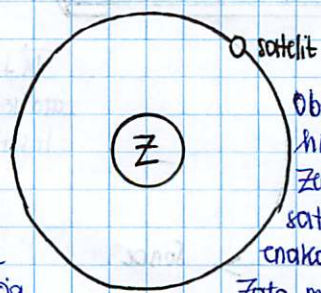


Pasovi, ki k nahajajo med stolpici so prazni, ker je Jupiter vse asteroide, ki so s intem času kot Jupiter naredili 2x, 3x... več poti (začetek skupen, konec skupen, le pot asteroidov nekajkrat večja kot Jupitrova), potegnili k sebi.

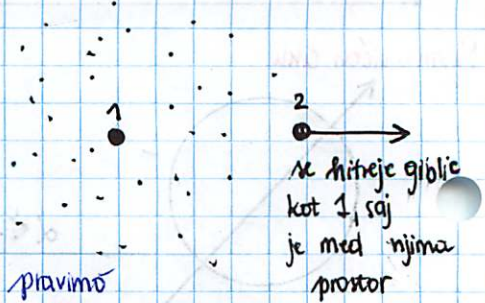
Verolje se čini navzven vse hitreje, tako da med različnimi "točkama" medolja ustvarja nov prostor (Letošnja Nobelova nagrada!) V prihodnost se bo vesolje razredilo.



Hitrost rakete se giblje med 10-20 km/s. Problem je, ker raketa sama ni dovolj hitra, da bi npr. odletela ven iz našega oslonja. Zato si pomagamo s planeti, ki raketo pospešijo (glj. sliko!)



Obodna hitrost Zemlje in satelita je enaka. Zato mu tudi pravimo geostacionarni satelit.



2 se hitreje giblje kot 1, saj je med njima prostor