

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Oddelek za fiziko

Seminar I_a - 1. letnik, II. stopnja

Kvantna dekoherenca

Avtor: Marko Medenjak
Mentor: prof. dr. Anton Ramšak

Ljubljana, 2012

Povzetek

V seminarju je predstavljen proces dekoherence. Ta opisuje zakaj in kako pride do prehoda med kvantno superpozicijo in statistično mešanico, ki je povezan s prehodom med kvantnim in klasičnim. V uvodu se posvetimo razlogom zaradi katerih se je koncept dekoherence sploh pojavil. Nato predstavimo princip gostotnih matrik, s pomočjo katerih lahko klasificiramo proces dekoherence. Temu sledi vpeljava ideje, ki stoji za dekoherenco. V seminarju predstavimo dva modela dekoherence, za konec pa se posvetimo še samim eksperimentom, ki zaenkrat potrjujejo napovedi modelov. Letošnja Nobelova nagrada je bila podeljena za razvoje eksperimentalnih metod, ki med drugim omogočajo spremljanje kvantne dekoherence.

Kazalo

1	Uvod	2
2	Gostotna matrika	2
2.1	Reducirana gostotna matrika	2
2.2	Fizikalni pomen gostotne matrike	4
3	Preferenčna baza, Dekoherenca in Stern-Gerlach paradigma	5
4	Modeli dekoherence	7
4.1	Analitično rešljiv spinski model	8
4.2	Kvantno Brownovo gibanje	9
5	Meritve kvantne dekoherence	12
5.1	Fotoni v resonatorju	12
6	Zaključek	14
7	Literatura	15

1 Uvod

Očetje kvantne mehanike so se s postulatno kolapsa valovne funkcije pragmatično znebili vprašanja o prehodu med kvantnim in klasičnim. Kasneje so se pojavile mnoge alternativne interpretacije, ki ponujajo drugačne odgovore na vprašanje prehoda med kvantnim in klasičnim. Težava ostalih interpretacij je ta, da so eksperimentalne napovedi enake kot pri Kopenhagenski interpretaciji¹. Kljub temu pa iz Teorije univerzalne valovne funkcije², izhaja ideja da bi navidez neunitaren razvoj lahko sledil iz unitarne kvantne mehanike. Kvantna dekoherenca obravnava vpliv okolja na stanje sistema. S procesom dekoherence je tesno povezano vprašanje izbire preferenčne baze. Proces, ki opisuje izbiro preferenčne baze, se imenuje “einselection” (environment induced selection of preferred basis). Kvantna dekoherenca ne odpravi stohastičnosti procesa pri meritvi, tako da se v seminarju ne bomo ukvarjali s samim vplivom procesa na različne interpretacije, ampak z dekoherenco kot s fenomenološkim procesom. Kljub nekoliko filozofskemu uvodu se bomo v nadaljevanju seminarja izogibali vprašanju interpretacije, ki je navadno v ospredju pri vsaki obravnavi prehoda med kvantnim in klasičnim. Za pregled interpretacij in vpliv dekoherence nanje priporočamo [6].

Pri kvantni dekoherenci poskušamo odgovoriti na vprašanje zakaj v “klasičnem” svetu nastopajo le lastna stanja opazljivk ne pa superpozicija teh, čeprav ta sledi iz enodelčne Schrödingerjeve enačbe. Krivca za odsotnost interference iščemo v interakciji kvantnega sistema z okoljem. V naslednjem poglavju se bomo posvetili matematičnemu formalizmu, ki bo natančneje opisal razliko med “klasično” mešanico stanj in kvantno superpozicijo.

2 Gostotna matrika

V prvem podpoglavju je predstavljen razlog za vpeljavo gostotnih matrik, med tem ko je v drugem nazorno predstavljen fizikalni pomen posameznih členov gostotne matrike.

2.1 Reducirana gostotna matrika

Za opis procesa dekoherence je potrebna vpeljava formalizma reduciranih gostotnih matrik. S pomočjo redukcije gostotne matrike, ki opisuje stanje celotnega fizikalnega sistema (tako opazovanega sistema, kot tudi okolja), se znebimo odvečne informacije, ki jih poseduje okolje in je v veliki meri za opazovalca nedosegljiva.

Poglejmo si formalizem gostotnih matrik na primeru dveh kvantno prepletenih spinov. Vzemimo povsem splošen primer valovne funkcije prepletenega stanja dveh delcev s spinom

$$|\psi\rangle = (a_{\uparrow\uparrow}|\uparrow\rangle|\uparrow\rangle + a_{\downarrow\uparrow}|\downarrow\rangle|\uparrow\rangle + a_{\uparrow\downarrow}|\uparrow\rangle|\downarrow\rangle + a_{\downarrow\downarrow}|\downarrow\rangle|\downarrow\rangle). \quad (2.1)$$

¹Kopenhagenska interpretacija postulira kolaps valovne funkcije.

²Interpretacija kvantne mehanike z vzporednimi svetovi

Zanima nas kakšna je pričakovana vrednost z-komponente spina. Zgornji sistem je zapisan, v bazi z-komponente spina, tako da lahko pričakovano izračunamo kar po Bornovem pravilu

$$\langle \hat{S}_{z1} \rangle = (|a_{\uparrow\uparrow}|^2 + |a_{\uparrow\downarrow}|^2) \frac{\hbar}{2} - (|a_{\downarrow\downarrow}|^2 + |a_{\downarrow\uparrow}|^2) \frac{\hbar}{2}. \quad (2.2)$$

Vpeljimo sedaj gostotno matriko. Definirana je tako, da pomnožimo vektor valovne funkcije zapisan v vrstici, z vektorjem iste valovne funkcije zapisanim v stolpcu. To lahko v okviru Dirackovega formalizma zapišemo

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{bmatrix} |a_{\uparrow\uparrow}|^2 & a_{\uparrow\uparrow}a_{\uparrow\downarrow}^* & a_{\uparrow\uparrow}a_{\downarrow\uparrow}^* & a_{\uparrow\uparrow}a_{\downarrow\downarrow}^* \\ a_{\uparrow\uparrow}^*a_{\uparrow\downarrow} & |a_{\uparrow\downarrow}|^2 & a_{\uparrow\downarrow}^*a_{\downarrow\uparrow}^* & a_{\uparrow\downarrow}^*a_{\downarrow\downarrow}^* \\ a_{\uparrow\uparrow}^*a_{\downarrow\uparrow} & a_{\uparrow\downarrow}^*a_{\downarrow\uparrow} & |a_{\downarrow\uparrow}|^2 & a_{\downarrow\uparrow}^*a_{\downarrow\downarrow}^* \\ a_{\uparrow\uparrow}^*a_{\downarrow\downarrow} & a_{\uparrow\downarrow}^*a_{\downarrow\downarrow} & a_{\downarrow\uparrow}^*a_{\downarrow\downarrow} & |a_{\downarrow\downarrow}|^2 \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Operator z-komponente spina prvega delca je $\hat{S}_z \otimes \hat{I}_2$. Zapis pomeni, da z operatorjem z komponente spina delujemo na prvi spin, na drugega pa z identičnim operatorjem. Operator lahko zapišemo v matrični obliki kot

$$\hat{S}_z \otimes \hat{I}_2 = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Tu je S_z operator spina vzdolž z-osi za prvi podsistem, I_2 pa identični operator za drugi podsistem. Opazimo, da velja tudi zveza

$$\langle \hat{S}_{z1} \rangle = Tr \left(\rho \hat{S}_z \otimes \hat{I}_2 \right), \quad (2.5)$$

kjer predstavlja $Tr()$ sled. Tukaj se nam morda zdi vpeljavo gostotnih matrik nekoliko odvečna, saj ne vsebujejo nobene dodatne informacije glede na valovno funkcijo, ki pa je očitno preprostejši objekt. Razlog za vpeljavo gostotnih matrik je ta, da za posamezen podsistem prepletenega sistema v splošnem ne moremo zapisati valovne funkcije, saj ta ne obstaja neodvisno od drugega podsistema. Lahko pa opišemo stanje prvega podsistema s pomočjo reducirane gostotne matrike

$$\rho_1 = Tr_2 \rho = \begin{bmatrix} |a_{\uparrow\uparrow}|^2 + |a_{\uparrow\downarrow}|^2 & \alpha \\ \alpha^* & |a_{\downarrow\uparrow}|^2 + |a_{\downarrow\downarrow}|^2 \end{bmatrix}; \quad \alpha = a_{\uparrow\uparrow}a_{\downarrow\uparrow}^* + a_{\uparrow\downarrow}a_{\downarrow\downarrow}^*. \quad (2.6)$$

Tu predstavlja $Tr_2()$ sled po elementih drugega sistema. Tukaj gre za povprečenje stanja prvega sistema po stanju drugega podsistema. Stanju podsistema, za katerega ne obstaja valovna funkcije, lahko pa njegovo stanje opišemo z reducirano gostotno matriko, pravimo mešano stanje. Vidimo, da lahko pričakovano vrednost opazljivke v prvem sistemu zapišemo tudi kot

$$\langle \hat{S}_{z1} \rangle = Tr \left(\rho_1 \hat{S}_{z1} \right). \quad (2.7)$$

Gostotna matrika nam tako omogoča opis posameznega kvantnega podsistema, brez da bi se zanimali za stanje drugih podsistemov. V naravi navadno nastopajo mešana stanja kvantnih podsistemov. Vzemimo za primer elektron, ki ga iz atoma izbije foton. Stanje elektrona je prepleteno s stanjem fotona in stanjem iona ter se posledično nahaja v mešanem stanju, kljub temu da stanje fotona, elektrona in iona lahko zapišemo z valovno funkcijo. Pri Stern Gerlach eksperimentu dobimo delce iz pečice. Stanje teh delcev ne moremo opisati z valovno funkcijo, lahko pa jih z gostotno matriko. V termodinamski limiti, se izkaže, da je porazdelitev teh delcev veleanonična.

Reducirane gostotne matrike nam omogočajo obravnavo posameznih prepletenih kvantnih podsistemov, saj nam podaja pričakovano vrednost vsakega operatorja opazljivke posameznega podsistema. Za opazljivko, ki je povezana le s prvim podsistemom, velja da jo lahko zapišemo kot $\hat{O} = \hat{O}_1 \otimes \hat{I}_2$. Pričakovano vrednost opazljivke v splošnem zapišemo s pomočjo reducirane gostotne matrike.

$$\langle \hat{O}_1 \rangle = Tr \left(\rho_1 \hat{O}_1 \right) \quad (2.8)$$

Ker to velja za vsako opazljivko sistema 1, je vsa informacija, ki jo lahko dobimo iz stanja podsistema³, vsebovana v reducirani gostotni matriki. Princip reduciranih matrik velja za splošno število podsistemov in ni omejen zgolj na dva. [6]

³Ne upošteva joč informacijo ostalih podsistemov.

2.2 Fizikalni pomen gostotne matrike

Svet, ki mu poveljuje “klasična fizika”, se na videz bistveno razlikuje od kvantnega sveta. Če vzamemo za primer kovanec, ki ga položimo v črno škatlico in jo premešamo, lahko z gotovostjo trdimo, da je stanje kovanca bodisi “cifra”, bodisi “glava”. [5] Ta preprost primer ponazarja klasično verjetnost. V kvantni mehaniki temu ni tako. Kovanec se lahko nahaja v superpoziciji “cifre” in “glave”. Lahko si predstavljamo, da “cifra” in “glava” predstavljata zgolj koordinatni osi hilbertovega prostora, stanje kovanca pa predstavlja vektor v tem hilbertovem prostoru, katerega dolžina mora biti zaradi normalizacije enaka enoti.

Gostotne matrike nam omogočajo, opis “klasičnega” stanja kvantnega kovanca

$$\rho = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{bmatrix} = p_1|1\rangle\langle 1| + p_2|\smile\rangle\langle \smile|. \quad (2.9)$$

Zgornje gostotna matrika opisuje stanje kovanca, ki se z verjetnostjo p_1 nahaja v stanju “cifra” ter z verjetnostjo p_2 v stanju “glava”. Stanje kvantnega sistema, ki mu v dani bazi ustreza diagonalna gostotna matrika lahko smatramo za klasično. Diagonalni členi gostotne matrike predstavljajo verjetnosti, da se sistem nahaja v ustreznem baznem stanju⁴, med tem ko obdiagonalni členi predstavljajo interferenco med baznimi stanji.

Ideja za razlago razlike med kvantnimi in “klasičnimi” stanji je vzeta iz [9]. Pomen obdiagonalnih členov gostotne matrike, si oglejmo na primeru eksperimenta z dvema režama. Imamo dve reži in pa zaslon za njima. Recimo, da imamo nek delec, ki potuje bodisi skozi zgornjo, dobisi skozi spodnjo režo. Začetno stanje delca je superpozicija stanj delca na mestu prve in mestu druge reže

$$|\psi\rangle = a_1|x_1\rangle + a_2|x_2\rangle. \quad (2.10)$$

Gostotna matrika, ki ustreza takemu stanju je

$$\rho = \begin{bmatrix} |a_1|^2 & a_1 a_2^* \\ a_1^* a_2 & |a_2|^2 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Po prejšnjem primeru lahko sklepamo, da diagonalna člena predstavljata verjetnosti, da se delec nahaja bodisi na zgornji, bodisi na spodnji reži. Delec v ustreznem začetnem stanju pripotuje do zaslona. Stanje delca se med preletom delca razvija skladno z Schrödingerjevo enačbo. Iz linearosti Schrödingerjeve enačbe sledi, da bo razvoj valovne funkcije kar enak razvoju valovne funkcije če se je delec nahaj bodisi na prvi, bodisi na drugi reži. Končno stanje, ki ustreza takemu razvoju je

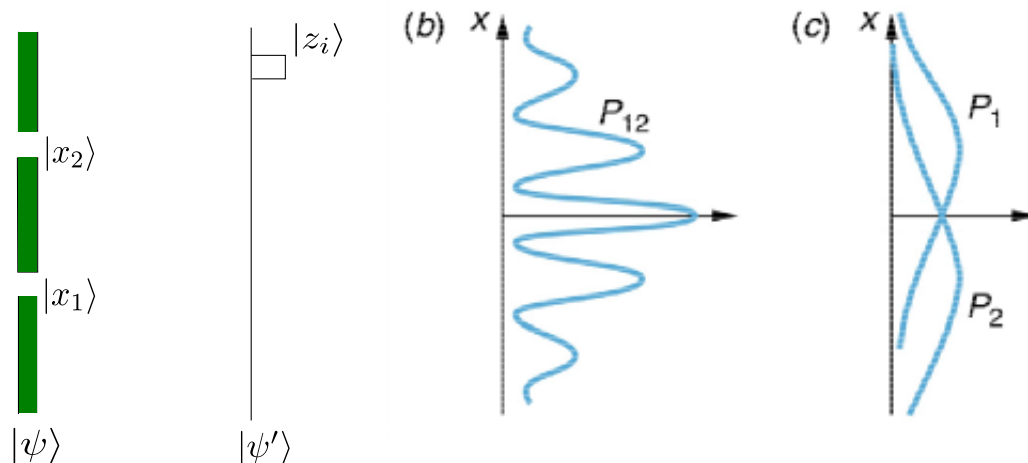
$$|\psi'\rangle = a_1 \sum_i \psi_1(z_i) |z_i\rangle + a_2 \sum_j \psi_2(z_j) |z_j\rangle. \quad (2.12)$$

Če imamo na začetku superpozicijo stanj ravnih valov, je situacija analogna primeru, klasične interference dveh izvirov na ustreznih mestih. Členi ki predstavljajo interferenco so sorazmerni z diagonalnimi elementi gostotne matrike, kar je razvidno iz izraza za verjetnost, da se delec nahaja na nekem mestu na zaslonu

$$|\langle z_i | \psi' \rangle|^2 = |a_1|^2 |\psi_1(z_i)|^2 + |a_2|^2 |\psi_2(z_i)|^2 + a_1 a_2^* \psi_1(z_i) \psi_2^*(z_i) + a_1^* a_2 \psi_1^*(z_i) \psi_2(z_i). \quad (2.13)$$

Prva dva člena sta analogna klasični verjetnosti, druga dva pa predstavljata interferenco, kar lahko vidimo tudi iz slik. Če imamo na režah stanje sistema, ki ga opišemo z gostotno matriko brez obdiagonalnih elementov, torej analogno stanju (2.9), potem sta zadnja dva člena v enačbi (2.13) odsotna. V tem primeru lahko verjetnost, da se delec nahaja na določenem mestu dobimo s seštevanjem verjetnosti, da se delec nahaja na tem mestu, če je šel skozi posamezno režo. Tako čisto, kot tudi mešano stanje nam podajata enako verjetnost da se delec nahaja na mestu posamezne reže. Razlika se pojavi v obnašanju sistema, saj razvoj mešanega stanja ustreza klasični predstavi, medtem ko tega za časovni razvoj čistega stanja ne moremo trditi. Stanje sistema na reži lahko smatramo kot klasično v izbrani bazi.

⁴tudi v primeru, ko imamo obdiagonalne člene



Slika 2.1: Slika (a) predstavlja postavitev eksperimenta. Sliki (b) ter (c) sta vzeti iz [9]. Slika (b) predstavlja signal, ki ga dobimo, v primeru (2.13), za enakomerno superpozicijo ravnih valov. Viden je interferenčni vzorec. Če imamo mešano stanje, ki ga ponazarja diagonalna gostotna matrika za enak primer, dobimo rezultat predstavljen na (c). Očitno je torej, da interference ni, če so obdiagonalni elementi gostotne matrike odsotni.

Za prehod med kvantnim in klasičnim je torej pomemben prehod med čistim in mešanim stanjem⁵. Čisto in mešano stanje se razlikuje tudi po vrednosti entropije. Von Neumanova entropija je definirana kot

$$S = -Tr(\rho \ln \rho) = -\sum_i \eta_j \ln \eta_j; \rho = \sum_j \eta_j |j\rangle\langle j|. \quad [5] \quad (2.14)$$

Vrednost entropije čistega stanja je 0, medtem ko je vrednost entropije mešanega stanja enaka zgornjemu izrazu. Entropija mešanega stanja je pozitivna količina. Če imamo na začetku čisto in na koncu mešano stanje, se mora entropija sistema povečati, oziroma mora sistem izgubiti nekaj odvečne informacije. [5]

3 Preferenčna baza, Dekoherenca in Stern-Gerlach paradigma

V zgornjem poglavju smo že napeljali na idejo, da lahko v primeru, ko je gostotna matrika diagonalna smatramo, da stanje v dani bazi predstavlja klasično statistično mešanico. Zmanjševanju obdiagonalnih elementov reducirane gostotne matrike pravimo dekoherenca in pomeni odsotnost interference, kar smo videli v prejšnjem poglavju. Če se stanje našega sistema, ki je na začetku čisto, razvije v stanje, ki mu v isti bazi ustreza diagonalna gostotna matrika, je to enako kot če bi prišlo do kolapsa valovne funkcije, s tem da rezultata meritve ne poznamo. Do te stopnje nas pripelje koncept dekoherence. Od tukaj lahko sledimo Teoriji univerzalne valovne funkcije, ki pravi da se stanje opazovalca razcepi na več stanj, kjer vsako stanje opazovalca ustreza izmerjenemu stanju sistema. Odgovor Kopenhagenske interpretacije pa bi bil, da je ostalo stanje opazovalca enolično in je tudi izmerjeno stanje enolično. Zadnji del prejšnjega poglavja, ki govori o potrebni izgubi informacije, nas navede na misel, da sta izguba informacije oziroma povečanje entropije možni le v stiku kvantnega sistema z okoljem. V okviru obravnave bo potrebno tako pri meritvi, kot tudi pri dinamiki posameznega kvantnega sistema, upoštevati vpliv okolja. Najprej si oglejmo problem in predlagano rešitev problema preferenčne baze, brez katere ni mogoče obravnavati dekoherence. Proces izbire preferenčne baze nam pove, katera je tista baza v kateri bo naša reducirana gostotna matrika postala diagonalna pod vplivom okolja.

Prvi del obravnave povzemamo po [5]. Začnimo z obravnavo meritve, tako kot Von Neuman. Za razliko od Bohra je Von Neuman obravnaval tako merilni aparat, kot tudi opazovani sistem kvantno. Tukaj si aparata ni potrebno predstavljati kot nekaj makroskopskega. Aparat je nek kvantni objekt, ki “zapiše” stanje opazovanega sistema. Za obravnavo problema preferenčne baze predpostavimo, da imamo začetno stanje spina $|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle$ in kvantno obravnavanega aparata $|a\rangle$. Opazovani sistem in aparat na

⁵Mešanega stanja ne predstavlja nujno diagonalna matrika, vendar se bo v nadaljevanju notacija mešanega stanja nanašala na odsotnost diagonalnih členov gostotne matrike

nek način interagirata, tako da pride do prehoda

$$|\psi\rangle = (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)|a\rangle \rightarrow (|\uparrow\rangle|a_\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle|a_\downarrow\rangle). \quad [5] \quad (3.1)$$

Če velja $\langle a_\uparrow|a_\downarrow\rangle = 0$, potem takemu procesu lahko rečemo idealna meritev. To preprosto pomeni, da če si je aparat "zapisal" eno stanje sistema, si zagotovi ni drugega. Med meritvijo sta postali stanji aparata in sistema prepleteni, na tak način, da stanje aparata zrcali stanje sistema. Stanje (3.1) je EPR⁶ par, ki je enake oblike, ne glede na to v kateri bazi zapišemo tako stanje. Za tak sistem velja, da obstaja superpozicija zapisov aparata. Na tak način torej ni mogoče obravnavati meritve, saj vemo, da ko nekaj izmerimo natančno vemo kaj smo izmerili. Klasična analogija problema je iskanje vrha krogle. Ta je odvisen od tega, iz katere smeri kroglo pogledamo. Težava je v tem, da razcep v primeru dveh podsistemov ni nujno enoličen.

Pri vsaki meritvi igra pomembno vlogo tudi okolje. Iz mikroskopskega stanja našega aparata ne moremo odčitati stanja sistema, tako kot tudi stanja sistema samega po sebi ne moremo odčitati. Slej kot prej je potrebno meritev ojačiti. Kljub temu, da smo pri sami meritvi lahko zelo pazili, da smo sistem izolirali od okolja, pa na tej stopnji to ni več mogoče. Če vključimo v obravnavo še okolje, lahko dogajanje med meritvijo opišemo kot

$$|\psi\rangle = \left(\sum_i c_i |s_i\rangle \right) |a\rangle |\epsilon\rangle \rightarrow \left(\sum_i c_i |s_i\rangle |a_i\rangle \right) |\epsilon\rangle \rightarrow \sum_i c_i |s_i\rangle |a_i\rangle |\epsilon_i\rangle. \quad (3.2)$$

Tu predstavlja $(\sum_i c_i |s_i\rangle)$ stanje opazovanega sistema, $|a\rangle$ stanje aparata, $|\epsilon\rangle$ pa stanje okolja. Predpostavili smo, da so stanja podsistemov pred meritvijo neprepletena. Med meritvijo se vzpostavi korelacija med stanji merilnega aparata ter sistema, nato pa še med stanjem aparata ter okolja. Prvi prehod, ko se vzpostavi korelacija med stanjem aparata in okolja smo že utemeljili. Vzpostavitev ustrezne korelacije med stanjem aparata in okolja, pa definira preferenčno bazo.

Vidimo, da posameznemu stanju sistema pripada posamezno stanje aparata in okolja. Če tako stanje⁷ obstaja, sledi iz teorema tridekompozicijske enoličnosti, da je končno stanje v enačbi (3.2) enolično. [6] S tem, ko smo v obravnavo vključili okolje smo zagotovili enoličnost preferenčne baze. Še vedno pa ostaja vprašanje, kaj lahko splošneje povemo o bazi, ki ji ustreza taka dekompozicija. Pri zapisu enačbe (3.2) smo predpostavili, da interakcija med okoljem in aparatom ne "zmoti" vzpostavitev prepletenosti med posameznim stanjem sistema $|s_i\rangle$ ter stanjem aparata $|a_i\rangle$. To pomeni, da pri interakciji aparata z okoljem, ne pride na primer do prehoda $|a_i\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_i\rangle + |a_j\rangle)$. Tak razvoj, bi uničil korelacijo med stanji sistema $|s_i\rangle$ ter stanjem aparata. Stanje aparata v tej bazi ne bi več enolično odražalo stanja sistema in to ne bi bila več meritev. Če stanje aparata $|a_i\rangle$ predstavljajo dobra kvantna števila glede na interakcijski hamiltonjan med aparatom in okoljem, bo korelacija med opazovanim sistemom in aparatom ohranjena. Preferenčno bazo nam potemtakem definira opazljivka v podsistemu merilnega aparata λ ⁸, za katero velja

$$[\lambda, H_{int}] = 0. \quad [5, 6, 7] \quad (3.3)$$

Bazo, ki ustreza opazljivki λ v izrazu (3.3) imenujemo tudi kazalčna baza "pointer basis". Oglejmo si še enkrat interakcijo med okoljem ter aparatom s tem da predpostavimo, da se stanje aparata nahaja natanko v lastnem stanju opazljivke λ . Zaradi pogoja (3.3), je lastno stanje opazljivke λ tudi lastno stanje interakcijskega hamiltonjana. Lastnemu stanju, se ob razvoju, ki ga opišemo s Schrödingerjevo enačbo s hamiltonjanom H_{int} spremenila kvečjemu faza. Zaradi linearnosti Schrödingerjeve enačbe se enako zgodi s superpozicijo lastnih stanj. Vidimo torej, da je zapis končnega stanja v (3.2) v tem primeru opravičen. Predlagani so bili tudi drugi kriteriji za izbiro preferenčne baze, vendar je bilo za nekatere modele že pokazano, da v makroskopski limiti vodijo k isti izbiri baze. [6]

Okolje navadno sestoji iz mnogih podsistemov. Večjega dela informacije, ki jo o podsistemu poseduje okolje, ne merimo. Informacijo, ki nam je o sistemu na voljo lahko predstavimo z reducirano gostotno matriko⁹

⁶Einstein Podolski Rosen

⁷Valovno funkcijo lahko zapišemo le z eno vsoto.

⁸Lastna stanja te opazljivke so ravno $|a_i\rangle$.

⁹Del okolja seveda sodeluje pri prenosu informacije, vendar se obravnavava ne spremeni bistveno, če nam ostane informacija velikega dela okolja nedosegljiva. V tem primeru bo po dolgem času tudi reducirana gostotna matrika, ki vsebuje dele okolja, ki sodelujejo pri prenašanju informacije, diagonalna.

$$\rho_{SA} = \text{tr}_\epsilon |\psi\rangle\langle\psi| = \sum_{j,i} c_j c_i^* \langle\epsilon_j|\epsilon_i\rangle |s_j\rangle\langle s_i| |a_j\rangle\langle a_i|. \quad (3.4)$$

Če velja, da je $\langle\epsilon_i|\epsilon_j\rangle = \delta_{ij}$, potem bo reducirana gostotna matrika sistema in merilnega aparata diagonalna in bo stanje sistema ustrezalo statistični mešanici. [6] Procesu, ko gre $\langle\epsilon_i|\epsilon_j\rangle \rightarrow \delta_{ij}$, pravimo dekoherenca. Proces dekoherence je torej nekako analogen procesu kolapsa valovne funkcije, saj nas ravno kolaps valovne funkcije pripelje iz čistega stanja v statistično mešanico. Kdaj in če sploh do dekoherence pride, v splošnem ni mogoče trditi. Bomo pa videli tako na modelih, kot tudi na sledečem primeru, da je proces pričakovan, ko imamo dovolj močno interakcijo sistema z okoljem. Kot bo razvidno iz prvega modela, je hitrost dekoherence odvisna predvsem od števila prostostnih stopenj okolja.

Poglejmo si vpeljane pojme ter njihov konkretnejši pomen na primeru Stern-Gerlach eksperimenta. Zaradi preprostosti nadomestimo stanje aparata kar z lego delca¹⁰. Ko delec potuje skozi nehomogeno magnetno polje, pride do razcepa paketa na dva dela. Stanje skupnega sistema se med meritvijo razvije v

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle) |x\rangle|\epsilon\rangle \rightarrow |\psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle|x_\uparrow\rangle|\epsilon_\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle|x_\downarrow\rangle|\epsilon_\downarrow\rangle). \quad (3.5)$$

$|\epsilon_\uparrow\rangle$ ustreza stanju okolja v primeru, ko se nahaja spin vzdolž z-osi in je šel delec po zgornji trajektoriji, med tem ko $|\epsilon_\downarrow\rangle$ ustreza stanju okolja, če gre delec po spodnji trajektoriji. Recimo, da stanje okolja sestavljajo fotoni ter zračne molekule. Vse te delce v okviru katerekoli interpretacije obravnavamo kvantno. Stanje sistema okolja lahko zapišemo kot $|\epsilon_\uparrow\rangle = |\epsilon_1\rangle\dots|\epsilon_n\rangle$, kjer predstavljajo $|\epsilon_i\rangle$ i-ti podsistem. Zaradi preprostosti obravnavamo idealiziran primer, ko so pod sistemi okolja nekorelirani. Če je podsistem okolja zelo oddaljen od obeh trajektorij in posledično ne interagira s sistemom delca, velja $\langle\epsilon_{i\uparrow}|\epsilon_{i\downarrow}\rangle = 1$. Če to velja za vsak podsistem okolja, je to primer idealno izolirane meritve. Če pa zračno molekulo leži blizu ene od dveh trajektorij delca, bo ta, če je nabit, v molekuli inducira dipol, ki interagira z delcem. To spremeni stanje zračne molekule. Če se delec giblje po drugi trajektoriji, pa je oddaljenost od molekule tako velika, da je sprememba stanja molekule zanemarljiva. Posledično velja za stanje molekule $\langle\epsilon_{i\uparrow}|\epsilon_{i\downarrow}\rangle < 1$. Če imamo v okolju mnogo molekul, bo veljalo $\prod_i \langle\epsilon_{i\uparrow}|\epsilon_{i\downarrow}\rangle \ll 1$, saj imamo produkt ogromnega števila števk, ki so nekoliko manjše od 1. Za primer fotona je ta sprememba oziroma izguba informacije celo ireverzibilna. [5] Tako dobimo lokalno mešano stanje brez interferenčnih členov. Če imamo zgornji sistem potopljen v okolje, ki navadno vsebuje mnogo prostostnih stopenj, potem velja

$$\langle\epsilon_\uparrow|\epsilon_\downarrow\rangle \approx 0, \quad \rho_{SA} \approx \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad [5] \quad (3.6)$$

Lahko bi rekli, da molekule zraka ali fotoni povzročijo kolaps valovne funkcije delca, vendar je taka opredelitev nesmiselna, saj noben kvantni proces ne opisuje kolapsa valovne funkcije. Vidimo pa tudi, da nam unitarni proces podaja povsem enako stanje kot kolaps valovne funkcije. Kolaps valovne funkcije je dodaten aksiom in je v predstavljeni obravnavi povsem nepotreben.

Poglejmo si še izbiro preferenčne baze pri zgornjem primeru. Privzeli smo, da nam lega delca definira dobro bazo, kar smo utemeljili s tem, da je interakcija med delcem in okoljem odvisna predvsem od lege. To je posledica tega, da je interakcijski hamiltonjan, ki opisuje interakcijo med delci, povezan z neko funkcijo razdalje, s katero pa lega delca komutira. Če bi želeli meriti spin v neki drugi smeri, bi stanju spina ustrezala superpozicija lege delca. Interakcija z okoljem bi lokalno uničila superpozicijo lege delca, ter povzročila, da željenega stanja spina ne bi mogli izmeriti. Razlog, da je navadno pri makroskopskih sistemih lega delcev dobro definirana, je prav ta da je interakcijski hamiltonjan odvisen od razdalje. Ko imamo opravka z mikroskopskimi sistemi se izkaže, da je preferenčna bazo predstavlja lastna energijska stanja sistema. [6]

4 Modeli dekoherence

V prejšnjih poglavjih sta bila matematično predstavljena in s fizikalno intuicijo utemeljena koncept izbire preferenčne baze in kvantna dekoherenca. Kako pride do dekoherence je najlažje vidno na modelih. Proces dekoherence in izbira preferenčne baze je odvisna od sistemov in ju ni mogoče eksaktno klasificirati. Pri

¹⁰Opišemo, kako med eksperimentom čisto stanje prehaja v mešano stanje, s tem da se ne posvečamo temu, kako to opazovalec meri. Koncept konkretne meritve je predstavljen v zadnjem poglavju.

prvem modelu bo izbira preferenčne baze očitna in v skladu z (3.3), tako da se bomo lahko posvetili le procesu dekoherence, oziroma spreminjanju velikosti izvendiagonalnih členov gostotne matrike v stiku z okoljem. Konkretni primeri so tudi najboljši način za razumevanje koncepta. Prvi model je dokaj preprost spinski model in predstavlja enega prvih obravnavanih modelov, ki je obravnaval dekoherenco, vendar pa nima neke fizikalne vrednosti. Pomemben je ker analitično pripelje do odvisnosti hitrosti dekoherence od števila prostostni. Drugi model predstavlja splošnejšo modeliranje okolja, vendar je tukaj zaradi zahtevnosti predstavljen nekoliko površno. Za natančnejšo obravnavo in izpeljavo drugega modela glej npr. [7]. Drugi model predstavljamo ker predstavlja izbiro preferenčne baze v faznem prostoru [6,7], kar ustreza klasični sliki.

4.1 Analitično rešljiv spinski model

Pri tem modelu imamo delec s spinom, ki interagira z okoljem, ki ga sestavlja množica ostalih spinskih sistemov. Imamo npr. elektrone na mreži, ki interagirajo z našim delcem le preko sklopitve z z-komponento spina. Hamiltonjan lahko v tem primeru zapišemo kot

$$H_{S\epsilon} = (|\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|) \otimes \left(\sum_k g_k (|\uparrow\rangle\langle\uparrow|_k - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|_k) \right) \otimes_{k' \neq k} (|\uparrow\rangle\langle\uparrow|_{k'} + |\downarrow\rangle\langle\downarrow|_{k'}). \quad (4.1)$$

Preferenčna baza je v tem primeru kar $|\uparrow\rangle$, $|\downarrow\rangle$, saj hamiltonjan komutira s σ_z . Pričakujemo torej, da bo v tej bazi gostotna matrika ob interakciji našega sistema z okoliškimi spini postala diagonalna. Tu je g_k sklopitvena konstanta med našim spinom in spinom delca katerega projektorji so indeksirani z k . Tretji člen Hamiltonjana (4.1) predstavlja identiteto v podprostoru k' delca, ki sestavlja okolje. Hamiltonjan predstavlja interakcijo med našim in vsemi ostalimi delci. Hamiltonjan je sestavljen tako, da je v primeru, ko naš spin kaže v nasprotni smeri spina ki sestavlja okolje, energija nižja. Če sta oba spina poravnana se energija sistema zviša¹¹. Poudarimo, da zgornji hamiltonjan predstavlja interakcijo med sistemom S in okoljem ϵ , ne pa interakcije samega okolja. Predpostavimo, da je začetno stanje kvantnega sistema kar produktno stanje

$$|\psi(0)\rangle = (a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle) \otimes_k (a_k|\uparrow\rangle + b_k|\downarrow\rangle), \quad (4.2)$$

kar pomeni da spini na začetku niso kvantno prepleteni. Reševanja Schrödingerjeve enačbe se lotimo z naslednjim nastavkom kot v [6]

$$|\psi(t)\rangle = a|\uparrow\rangle \otimes_k (a_k(t)|\uparrow\rangle_k + b_k(t)|\downarrow\rangle_k) + b|\downarrow\rangle \otimes_k (a_k(-t)|\uparrow\rangle_k + b_k(-t)|\downarrow\rangle_k). \quad (4.3)$$

Zgornji hamiltonjan smo lahko zapisali, ker spini okolja med seboj ne interagirajo. Do nastavka za relativne funkcije sistemov okolja, pridemo preko simetrije. Če zamenjamo $t \rightarrow -t$ in odvečni minus v Schrödingerjevi enačbi nesemo v prvi oklepaj v hamiltonjanu (4.1), dobimo enako enačbo za relativno stanje okolja pri stanju $|\downarrow\rangle$, kot v primeru, ko imamo pozitiven čas za relativno stanje okolja pri členu $|\uparrow\rangle$. Če nesemo (4.3) v Schrödingerjevo enačbo s hamiltonjanom (4.1), se izkaže, da dobimo analitično rešitev, za koeficiente, ki nam podajajo naslednjo časovno odvisnost reducirane gostotne matrike

$$\rho_S = \begin{bmatrix} |a|^2 & h(t)ab^* \\ h^*(t)a^*b & |b|^2 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

$$h(t) = \langle \epsilon_\downarrow(t) | \epsilon_\uparrow(t) \rangle = \prod_k \left(\cos\left(2\frac{g_k t}{\hbar}\right) + i(|a_k(0)|^2 - |b_k(0)|^2) \sin\left(2\frac{g_k t}{\hbar}\right) \right).$$

Prvo kar opazimo je, da sta diagonalna člena gostotne matrike konstantna. To je posledica tega, da se nahajamo v preferenčni bazi oziroma, da opazljivka, katere verjetnostno amplitudo nam podajata člena komutira s hamiltonjanom. Obdiagonalna člena gostotne matrike sta odvisna od časa. Ob času 0 sta kar enaka ab^* oziroma konjugirani vrednosti le tega. Začetno stanje gostotne matrike očitno predstavlja čisto stanje, kar je posledica tega, da začetno stanje sistema po predpostavki ni prepleteno.

Poglejmo si natančneje kaj lahko povemo o $h(t)$:

$$|h(t)|^2 = \prod_k \left(1 + \left((|a_k|^2 - |b_k|^2)^2 - 1 \right) \sin^2(2g_k t) \right) \quad (4.5)$$

¹¹To velja ob predpostavki pozitivnih vrednosti sklopitvenih konstant g_k .

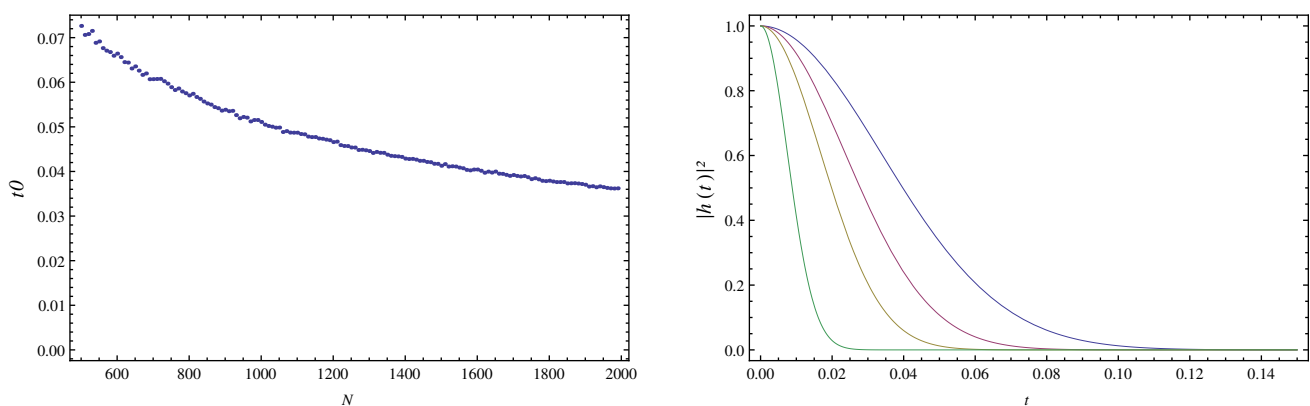
Če je na začetku okolje v lastnem stanju hamiltonjana, se odbiagonalni členi v (4.4) ohranijo, saj imamo v izrazu (4.5) produkt 1. V splošnem imamo poljubno porazdeljene koeficijente in tudi konstante, ki določajo moči sklopitve q_k . Za primer spinov na mreži je q_k odvisna od razdalje. Če povprečimo izraz po času dobimo

$$\langle |h(t)|^2 \rangle \stackrel{t \rightarrow \infty}{\simeq} \frac{1}{2N} \Pi_k \left(1 + (|a_k|^2 - |b_k|^2)^2 \right). \quad (4.6)$$

Tu smo upoštevali, da velja $\langle \sin^2(2g_k t) \rangle = \frac{1}{2}$. Če imamo veliko okolje, ki interagira s sistemom in ni veliko podsistemov okolja na začetku v lastnem stanju hamiltonjana, kar navadno drži, je $\langle |h(t)|^2 \rangle$ majhen. Če bi se vsi spini nahajali v lastnem stanju, bi dobili v enačbi (4.6) 1. Če temu ni tako, so vsi členi v oklepaju nekoliko manjši od 2, zaradi česar velja

$$\langle |h(t)|^2 \rangle \stackrel{t \rightarrow \infty}{\underset{N \rightarrow \infty}{\simeq}} 0. \quad (4.7)$$

Kot posledico interakcije med sistemom in okoljem, smo za dolge čase iz superpozicije stanj našega sistema dobili mešanico stanja $|\uparrow\rangle$ in stanja $|\downarrow\rangle$. [6]



Slika 4.1: Časovni razvoj smo izračunali iz enačbe (4.5) za slučajne vrednosti parametrov a_k in g_k med 0 in 1. Na levi je graf, ki prikazuje odvisnost časa t_0 , ko pade vrednost $|h(t)|^2$ na 10% začetne vrednosti, od števila spinov v okolju. Na desni je prikazan časovni razvoj (4.5) za število spinov v okolju $N=500, 1000, 2000, 10000$, od zgornjega grafa proti spodnjemu.

Potrebno je povedati, da se bodo interferenčni členi v enačbi (4.4) po dolgem času spet pojavili, vendar je ta čas sorazmeren z $N!$ in je torej za primer velikega okolja zelo velik, vendar za $N < \infty$ manjši od ∞ . [6]

4.2 Kvantno Brownovo gibanje

Sam problem in njegova obravnava sta zahtevna, saj zahtevata uporabo Feynmanovega funkcionalnega integrala in bi lahko bila tema za poseben seminar, tako da bomo tukaj le nakratko povzeli predpostavke in nato napisali enačbo, ki je bistvena za obravnavanje kvantne dekoherence v okviru modela. Okolje in sistem v okviru tega modela sestavljajo harmonični oscilatorji ¹², kar je pogosto praksa za modeliranje kvantnega okolja. Lagrangevi funkciji, ki ustrezata modelu povzamemo po [7] in sta

$$L_S = \frac{M}{2} (\dot{x}^2 - \omega_0 x^2); \quad L_{S\epsilon} = \sum_n \frac{m_n}{2} \left(\dot{q}_n^2 - \left(q_n - \frac{c_n x}{m_n \omega_n} \right)^2 \right). \quad (4.8)$$

Tu predstavljajo količine x , ω_0 , M lastnosti sistema S, drugi lagrangian pa predstavlja interakcijo med n -tim harmonskim oscilatorjem, kjer je q_n lega oscilatorja, ω_n , m_n pa njegova frekvenca in masa. c_n je sklopitvena konstanta med sistemom S in n -tim harmonskim oscilatorjem. Predpostavimo, da je začetno stanje okolja in sistema nekorelirano in da se nahaja ves sistem v termičnem ravnovesju, kar nam podaja začetno obliko gostotne matrike. Ob uporabi Feynmanovega formalizma dobimo za razvoj reducirane gostotne matrike zapleten izraz, ki pa ga lahko v visokotemperaturnem približku zapišemo kot v [5, 7]

¹²Enak rezultat podaja interakcija sistema s skalarnim poljem $H_{int} = \epsilon x \frac{\partial \phi}{\partial t}$. [5]

$$\dot{\rho}_S(x, x') = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho_S] - \gamma (x - x') \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x'} \right) \rho_S - \frac{2m\gamma k_B T}{\hbar^2} (x - x')^2 \rho_S. \quad (4.9)$$

Prvi člen v enačbi je Von-Neumanova enačba, ki sledi iz enodelčne Schrödingerjeve enačbe. Predstavlja razvoj gostotne matrike, ki je izolirana od okolja. Drugi člen je posledica disipaciji. Lahko si predstavljamo, da naš sistem potuje skozi viskozno tekočino in se mu posledično zmanjšujeta gibalna količina in energija. Zadnji člen je tisti, ki povzroča dekoherenco in je tudi edini neposredno odvisen od temperature. Ta člen je analogen stohastičnosti pri klasičnem Brownovem gibanju. [5] Konstanta γ je povezana s spektralno gostoto harmonskih oscilatorjev, ki sestavljajo okolje. [7]

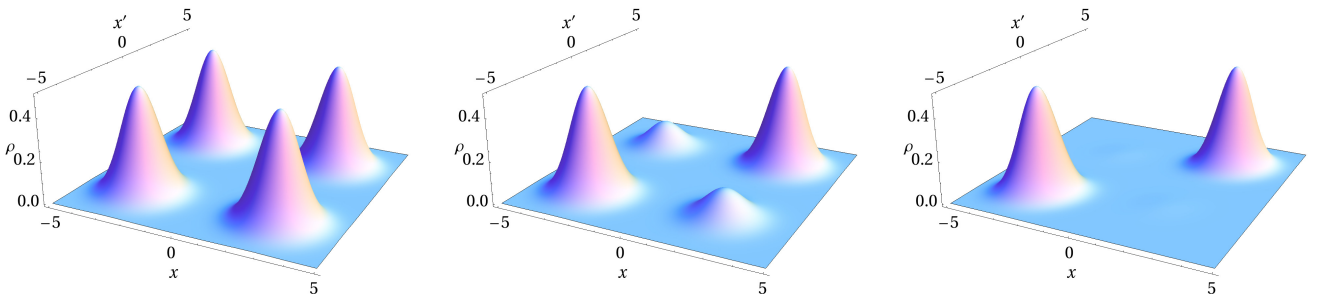
Poglejmo, kaj se dogaja z dvema paketoma, prvim na mestu x_1 in drugim na mestu x_2 . Situacija je analogna primeru, ko smo napravili idealen Stern-Gerlach eksperiment, nato ko sta paketa že ločena pa vključimo okolje in nas zanima, kako se razvija valovna funkcija. V primeru, ko je masa sistema dovolj velika, ali ko je \hbar majhen, je najpomembnejši prispevek h spremembi gostotne matrike zadnji člen enačbe (4.9). Ostale člene v nadaljnjih izračunih zanemarimo. Recimo torej, da imamo na začetku superpozicijo dveh Gaussovih paketov na mestih $x \pm \frac{\Delta x}{2}$. Ustrezno začetno stanje opiše valovna funkcija

$$\phi(x) \sim \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\exp\left(-\frac{(x + \frac{\Delta x}{2})^2}{4\delta^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x - \frac{\Delta x}{2})^2}{4\delta^2}\right) \right). \quad (4.10)$$

Valovna funkcija nam določa gostotno matriko

$$\rho(x, x') = \phi(x) \phi^*(x'). \quad (4.11)$$

Tukaj imamo gostotno matriko z zveznim indeksom, vendar je primer povsem analogen primeru z diskretnim. Diskretni primer si lahko predstavljamo, kar s stolpci v dvodimenzionalnem prostoru. V limiti, ko gre širina stolpcev proti 0, lahko gostotno matriko predstavimo kar z zvezno funkcijo v dvodimenzionalnem prostoru. Elementi gostotne matrike, ki ne ležijo na diagonali tako kot prej predstavljajo superpozicijo stanj. Na začetku ima gostotna matrika štiri Gaussove vrhove, če je razdalja Δx dovolj velika. Dva diagonalna vrhova predstavljata paketa v stanju $x \pm \delta x$, dva vrhova na diagonali drugega in četrtega kvadranta pa predstavljata superpozicijo dveh stanj. Kot lahko vidimo iz slik, vrhova, ki sta posledica superpozicije, s časom zamreta. To je posledica kvantne dekoherence, oziroma zadnjega člena v enačbi (4.9). Poglejmo še o kakšnih časovnih skalah govorimo. Za primer makroskopskih objektov lahko vzamemo delec snovi mase 1 g, pri temperaturi 300 K in razmik med dvema paketoma $\Delta x = 1$ cm. Značilen čas dekoherence je v takem primeru $\tau_D \approx \frac{10^{-40}}{\gamma} s$ [5]. Tudi v primeru, ko γ -i ustreza relaksacijski čas reda velikosti starosti vesolja $\tau_R \approx \frac{1}{\gamma} = 10^{17} s^{13}$, je $\tau_D \approx 10^{-23} s$, kar je seveda nemerljivo. Za elektron dobimo $\tau_D \approx \frac{10^{-13}}{\gamma} s$, tako da dobimo za dovolj majhne γ merljivo količino. Kvantna dekoherenca nam jasno podaja fizikalno razliko med makroskopskimi in mikroskopskimi sistemi. [5]



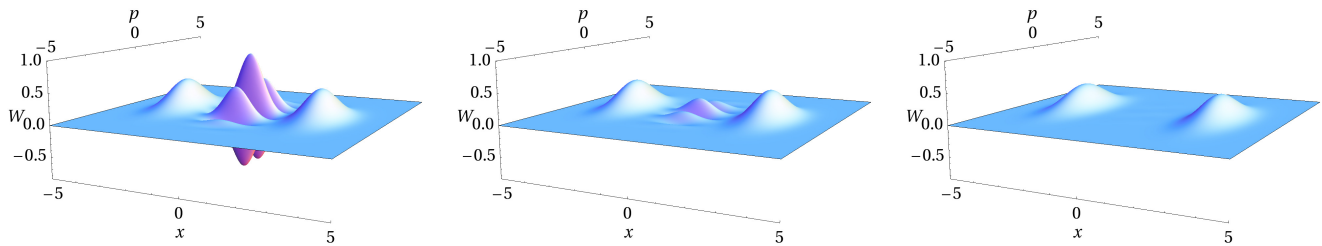
Slika 4.2: Gostotna matrika za brezdimenzijsko spremenljivko $X = \frac{x}{2\delta}$ in $\Delta X = 5.4$ pri časih $\tau = 0$, $\tau = 1$, $\tau = 5$ od leve proti desni, kjer je $\tau = \frac{\hbar^2 t}{2m\gamma k_B T}$. Poleg izginjanja obdiagonalnih vrhov lahko opazimo tudi ožanje diagonalnih vrhov.

¹³V primeru fotonov v resonatorju je τ_R ravno življenjski čas fotonov v resonatorju, in je navadno dokaj kratek. [8]

Na danem modelu pogledimo, kako pride do prehoda med kvantnim in klasičnim. Klasični objekti imajo dobro določeno vrednost gibalne količine in lege in jih lahko klasificiramo s točko v faznem prostoru. Ko obravnavamo sisteme kvantno, zaradi principa nedoločenosti ne moremo pričakovati, da bo imel kvantni objekt natančno določeno tako gibalno količino, kot tudi lego. Vemo pa, da pridemo v kvantni mehaniki najbližje klasični idealizaciji, če je porazdelitev, tako po gibalni količini kot tudi po legi, Gaussova. Tako stanje imenujemo koherentno stanje sistema in zanj velja korespondenčni princip. Definirajmo matematični konstrukt imenovan Wignerjeva transformacija, ki nam bo pomagal oceniti, kako blizu je kvantno stanje klasičnemu po [5]

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ipy/\hbar) \rho_S(x - y/2, x + y/2) dy. \quad (4.12)$$

Prva lastnost Wignerjeve funkcije je, da nam podaja pričakovano vrednost koordinate, če jo pointegriramo po prostoru gibalne količine in pričakovano vrednost gibalne količine, če jo pointegriramo po koordinati. [5] Ko predstavlja naša valovna funkcija paket z najmanjšo nedoločenostjo, je Wignerjeva funkcija Gaussova tako vzdolž koordinate x , kot tudi vzdolž njej konjugirane koordinate p . [5] Ko je Wignerjeva funkcija mešanica Gaussovih porazdelitev, lahko smatramo tako stanje sistema kot mešanico klasičnih verjetnostnih porazdelitev. Pogledimo si, kako se s časom spreminja Wignerjeva funkcija za naš primer dveh koherentnih Gaussovih porazdelitev v prisotnosti okolja, modeliranega s harmoničnimi oscilatorji. Če je Wignerjeva funkcija Gaussova vzdolž obeh koordinat, lahko smatramo tako stanje kot klasično, saj predstavlja tako stanje najboljši približek točk v faznem prostoru. [5]



Slika 4.3: Wignerjeva funkcija za brezdimenzijsko spremenljivko $X = \frac{x}{2\delta}$ in $\Delta X = 5.4$ pri časih $\tau = 0$, $\tau = 1$, $\tau = 5$ od leve proti desni, kjer je $\tau = \frac{\hbar^2 t}{2m\gamma k_b T}$. Na prvem grafu imamo zelo neklasično situacijo. Če Wignerjevo funkcijo obravnavamo kot verjetnostno porazdelitev, vidimo da imamo ponekod negativno verjetnost, ki je posledica kvantne superpozicije. Pod vplivom kvantne dekoherence, oscilacije med obema približno Gaussovima vrhovoma difundirajo in po dovolj dolgem času povsem izginejo. V faznem prostoru dobimo analogno stanje klasičnemu, ki pa seveda upošteva načelo nedoločenosti. Vidimo lahko, da se vzdolž gibalne količine paketa širita, med tem ko se vzdolž koordinatne osi lege ožata. To ne poteka v nedogled, saj bi valovna funkcija, ki je v nekem trenutku povsem lokalizirana bila v naslednjem zaradi nelokaliziranosti hitrosti povsem nelokalizirana. Preferenčna baza tako ni kar koordinata valovnega paketa. Preferenčna baza bo tista, v kateri pride po nekem značilnem času (navadno velikostnega reda interakcije z okoljem) do najmanjše delokaliziranosti. [7] Zaradi tega, stanje v faznem prostoru predstavlja približno analogijo klasičnega stanja. [5] Potrebno je omeniti, da smo tako pri razvoju gostotnih matrik, kot tudi Wignerjevih transformacij gostotnih matrik upoštevali le dekoherenčni člen v enačbi (4.9).

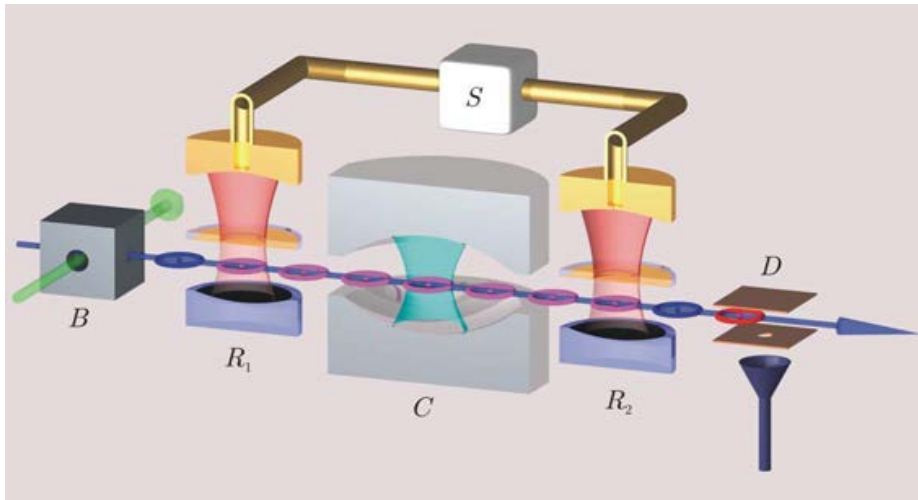
Kvantna dekoherenca nam ponuja odgovor na vprašanje, zakaj se nam zdi, da makroskopskem svetu poveljuje klasična fizika in ne poseduje kvantne čudnosti, ki je posledica kvantne superpozicije. Predstavljeni modeli se morda zdijo nekoliko naivni in nerealna idealizacija realnega fizikalnega sistema, vendar nam podajajo rezultate, ki se skladajo z našimi zaznavami in meritvami. Ne smemo pa pozabiti, da so preprosti modeli v osrčju marsikatere veje fizike, predvsem tistih, ki se ukvarjajo z mnogodelčnimi sistemi.

5 Meritve kvantne dekoherence

Letos je bila za eksperimentalne dosežke na področju merjenja kvantne dekoherence podeljena Nobelova nagrada za fiziko za merjenje in nadzorovanje posameznih kvantnih sistemov. Eksperimenti niso pomembni zgolj zaradi preverjanja napovedi modelov kvantne dekoherence, ampak tudi zaradi praktične aplikativnosti na področju kvantnega računalništva in optičnih ur, katerih natančnost je za dva decimalna reda večja od natančnosti cezijevih ur [3]. Nobelova nagrada je bila podeljena za dve družini eksperimentov. Prvi je povezan z ioni v zanki, drugi, ki bo tukaj predstavljen, pa s fotoni v resonatorju.

5.1 Fotoni v resonatorju

Eksperiment je bil izveden v Parizu. Temelji na vzpostavitvi prepletenosti med stanjem rubidijevega atoma in elektromagnetnim poljem v resonatorju. Pri eksperimentu iz leta 1998 [2] so merili, kakšna je časovna odvisnost dekoherence elektromagnetnega polja. Uporabljena sta bila dva atoma rubidija. Prvi atom je služil temu, da je vzpostavil superpozicijo med dvema stanjema polja v resonatorju, z drugim pa je bilo po določenem času preverjeno, ali se nahaja polje v resonatorju še vedno v čistem stanju. V novejšem eksperimentu, katerega rezultati so bili objavljeni leta 2008 [4], so merili tudi elemente gostotne matrike v Fockovem prostoru¹⁴. V tem eksperimentu jim je uspelo podaljšati življenski čas fotonov v resonatorju na 0.13 s. Pri opisu se bomo osredotočili predvsem na eksperiment izveden leta 1998 [2], s pomočjo natančnejšega opisa ideje predstavljene v [1] ter [8].



Slika 5.1: Postavitev eksperimenta [3]

Postavitev eksperimenta je prikazana na (5.1). Na levi je izvor rubidijevih atomov, pripravljenih v visoko vzbujenem Rydbergovem stanju $n = 51$ ¹⁵. Življenska doba vzbujenega stanja je $3 \cdot 10^{-2} s$ in je mnogo daljša od trajanja eksperimenta [1]. V komorah R_1 in R_2 vzbujamo mikrovalovno polje. V resonatorju C se nahaja šibko polje, ki vsebuje le nekaj fotonov¹⁶. Na koncu se nahajata še dve ionizacijski coni, D_e in D_g , kjer prva ionizira le atom v Rydbergovem stanju 51, druga pa tudi tistega v Rydbergovem stanju 50.

Nekaj fotonov iz vira ujamemo v resonator, ki je ohlajen na $T < 1K$, saj s tem zmanjšamo vpliv okolja na sistem. S premikanjem zrcal dosežemo polja z željeno frekvenco, ki je 51 Ghz. [1] Resonator ima zelo majhne izgube, ki so posledica neidealnih zrcal, tako da fotoni v povprečju v resonatorju preživijo 160 μs . Fotoni so pripravljene v koherentnem stanju

$$|\alpha\rangle = \sum_n \frac{\alpha^n}{n!} |n\rangle, \quad (5.1)$$

¹⁴Prostor števila fotonov v resonatorju

¹⁵To je stanje Rubidijevega atoma z valenčnim elektronom v visoko vzbujenem stanju. Rydbergovi atomi so bili uporabljeni, ker je dovoljen le en dipolni prehod in je posledično stanje dober približek dvonivojskega sistema. Druga prednost je velik dipolni moment, zaradi česar je sklopitvena inerakcija med poljem v resonatorju ter atomom mnogo večja, kot če bi se atom nahajal v osnovnem stanju. [8]

¹⁶Število fotonov mora biti majhno < 100 , saj je v nasprotnem primeru hitrost dekoherence prevelika [1].

kjer predstavlja $|n\rangle$ Fockovo stanje polja. To je stanje polja z n fotoni.

Rubidijev atom je pripravljen v visokem Rydbergovem stanju $n = 51$. Klasično bi lahko rekli, da atom pri preletu skozi resonator deluje na polje, kot snov z lomnim količnikom nekoliko večjim od 1 in povzroči spremembo frekvenca in faze elektromagnetnega valovanja. Frekvenca se hitro izenači s prejšnjo, med tem ko fazni zamik ostane. [2] Kvantne obravnave se bomo dotaknili v nadaljevanju. S primerno hitrostjo atoma lahko dosežemo fazni zamik polja velikostnega reda 1 radijana¹⁷. Atom, ki je v stanju $n = 51$ prejme v mikrovalovni komori R_1 pulz s frekvenco polja, ki ustreza prehodu med stanjema $n = 51$ in $n = 50$ in znaša 51.099 GHz . V R_1 ter R_2 so izgube in jakost polja dovolj velike, da lahko polje obravnavamo klasično. Polje povzroči oscilacije med dvema stanjema atoma, ki jih imenujemo Rabijeve oscilacije¹⁸. Če je jakost polja ravno pravšnja glede na hitrost atoma, dobimo stanje atoma, ki je enakomerna superpozicija stanj $n = 51$ ter $n = 50$. Pravimo, da je atom prejel pulz $\frac{\pi}{2}$. Zaradi kompaktnosti zapišimo stanji atoma z $n = 51 = |-\rangle$ in $n = 50 = |+\rangle$. Začetno stanje atoma je

$$|\psi_a\rangle = |-\rangle. \quad (5.2)$$

Po prejemu $\frac{\pi}{2}$ sunku preide začetna valovna funkcija v

$$|\psi_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|-\rangle + |+\rangle). \quad (5.3)$$

V takem stanju vstopi atom v resonator C . Polje znotraj resonatorja je šibko in se spreminja počasi, tako da je prehod atoma adiabaten¹⁹ in ne absorbira fotona. Frekvenca resonatorja približno ustreza frekvenci prehoda med Rydbergovima stanjema atoma 51 in 52, ki znaša 48.180 GHz , zaradi česar pride pri prehodu atoma v stanju 51 skozi resonator do faznega zamika polja v resonatorju²⁰. [1] Potrebno je zavedanje, da je število fotonov v resonatorju majhno in je zaradi tega potrebna kvantna obravnava tako polja, kot tudi atoma. Če je atom v stanju $|+\rangle$ ne vpliva na stanje polja v resonatorju. Označimo začetno stanje polja z $|\alpha\rangle$ in stanje, v katerem se nahaja polje po interakciji, s stanjem $|-\rangle$ z $|-\alpha\rangle$. Interakcijo atoma in kvantnega polja opisuje Jaynes-Cummings model. Za interakcijo koherentnega stanja polja z atomom velja, da preide stanje $|\alpha\rangle$ v stanje $|\alpha \exp(i\xi t)\rangle$ ²¹, kjer je ξ povezan z interakcijskim Hamiltonjanom. [8] Z primernim časom prehoda lahko dosežemo željeno spremembo stanja podobno kot pri Rabijevih oscilacijah. Stanje skupnega kvantnega sistema ob prehodu atoma skozi resonator preide v

$$|\psi\rangle = |\psi_a\rangle|\alpha\rangle \rightarrow |\psi'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle|\alpha\rangle + |-\rangle|-\alpha\rangle), \quad (5.4)$$

kjer je $|\psi\rangle$ stanje sistema preden atom vstopi v resonator, $|\psi'\rangle$ pa stanje sistema po izstopu. Po prehodu atoma skozi oscilator, preide atom v drugo mikrovalovno komoro, ki s ponovnim $\frac{\pi}{2}$ sunkom spremeni stanje sistema v

$$|\psi''\rangle = \frac{1}{2} (|+\rangle (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) + |-\rangle (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle)). \quad (5.5)$$

Sedaj lahko v ionizacijskem predelu eksperimenta izmerimo stanje atoma, pri čemer bo stanje polja znotraj resonatorja ne glede na rezultat naše meritve še vedno v superpoziciji dveh stanj polja, ki ju označimo z

$$|\psi_p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle), \quad (5.6)$$

kjer izmerjenemu stanju $|-\rangle$ ustreza minus v zgornji enačbi, stanju $|+\rangle$ pa plus. Dekoherenčni čas stanja (5.6) je povezan z življenskih časom fotonov v resonatorju $T_{dekoher} = \frac{T_{raz}}{2|\alpha|^2}$ [8]. Za dovolj velike vrednosti α je dekoherenčni čas dosti krajši od življenskega časa fotonov. Skozi resonator sedaj pošljemo še drugi

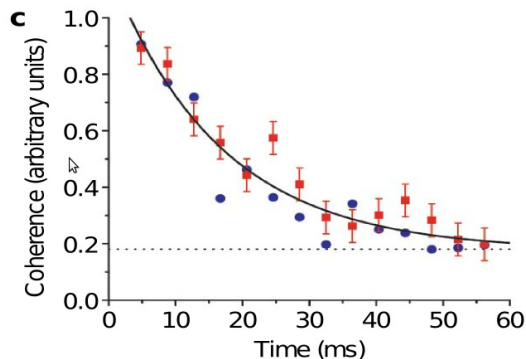
¹⁷Pomembno je tudi poudariti, da se eksperiment izvaja na koherentnih stanjih polja in gre torej za fazni zamik paketa.

¹⁸Natančnejši opis Rabijevih oscilacij in Rabijevega modela se nahaja v [8].

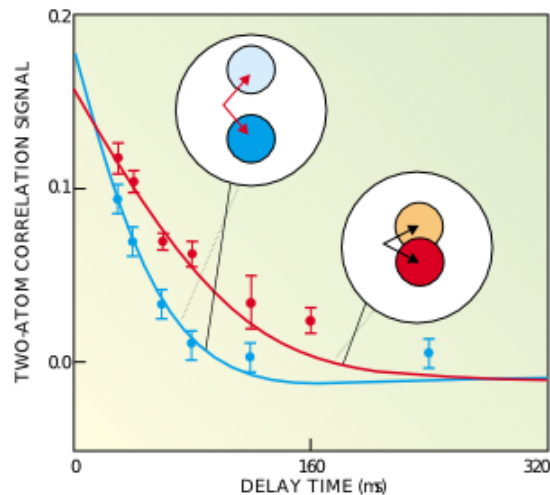
¹⁹Energijski nivoji stanj v katerih se nahaja atom se znotraj resonatorja premaknejo, vendar zaradi počasnega spreminjanja atom sledi stanjem. Na koncu resonatorja je torej atom v enakem stanju kot na začetku.

²⁰To idejo so nadomestili s poljem, katerega frekvenca se malo razlikuje od frekvenca, ki ustreza prehodu 50 in 51. Tako da ti dve stanji v eksperimentu zamakneta fazo v nasprotnih smereh. Nadaljna obravnava je zelo podobna, ko gre za fazni zamik $\frac{\pi}{2}$. Za obravnavo tega primera glej [8].

²¹Ravno zaradi tega, je uporabljena superpozicija koherentnih stanj. Pri npr. Fockovih stanjih pride zgolj do zamika faze, med tem ko se pri koherentnem stanju spremeni vektor v Hilbertovem prostoru.



(a) Rezultati eksperimenta iz leta 2008. Značilen izmerjen dekoherenčni čas je $17 \pm 3ms$, kar se dobro ujema z napovedjo modela $19.5ms$. [4]



(b) Rezultat opisanega eksperimenta za dva primera faznih zamikov. Zvezne črte predstavljajo izračun s teorijo dekoherence, točke pa predstavljajo meritve. Na abscisni osi se nahaja čas zakasnitve med dvema atomoma (v μs), na ordinati pa je dobljena korelacija med izmerjenima stanjema dveh atomov. Razen robnih točk, se rezultati eksperimenta skladajo z napovedjo, ki jo daje dekoherenca. [2]

Slika 5.2: Odvisnost dekoherence od časa.

atom v istem stanju, kot je bil prvi po prvem sunku $\frac{\pi}{2}$ (5.3). Po prehodu drugega atoma skozi resonator lahko stanje drugega atoma ter polja zapišemo kot

$$|\psi_{a_2+p}\rangle = \frac{1}{2} (|+\rangle_2|\alpha\rangle + |-\rangle_2|\alpha\rangle \pm (|+\rangle_2|\alpha\rangle + |-\rangle_2|\alpha\rangle)). \quad (5.7)$$

Tu smo upoštevali, da stanje $|-\rangle$ iz stanja $|-\alpha\rangle$ naredi stanje $|\alpha\rangle$, saj pride do faznega zamika za fazo π stanja, ki je že zamaknjeno za enako fazo in dobimo tako spet prvotno stanje.

Po drugem $\frac{\pi}{2}$ sunku dobimo stanje sistema, ki sestoji iz osmih superponiranih členov, vendar pa lahko verjetnost za stanje drugega atoma zapišemo kot

$$P(+_2) = \frac{1}{2} (1 \pm 1) \quad P(-_2) = \frac{1}{2} (1 - (\pm 1)). \quad (5.8)$$

kjer oznaka \pm sledi iz enačbe (5.6). Izmerjeno stanje drugega atoma bo enako izmerjenemu stanju prvega atoma v primeru, ko ni prišlo do dekoherence stanja polja v resonatorju. V primeru ko je stanje polja v resonatorju pod vplivom okolja že prešlo v mešano stanje, pa je verjetnost za stanje drugega atoma neodvisno od meritve stanja prvega atoma. V dovolj kratkem času ne pride do popolne dekoherence in meritev korelacije stanja prvega in drugega atoma predstavlja mero dekoherence v danem eksperimentu. [1] Model dekoherence podaja eksakten izraz verjetnosti, za stanja drugega atoma, v odvisnosti od stanja prvega, za poljuben časovni zamik med atomoma, ki ga najdemo v [8].

6 Zaključek

Kvantna dekoherenca je do danes postala široko sprejeta teorija, saj temelji na trdni fizikalni osnovi in njene napovedi potrjujejo tudi do sedaj izvedeni eksperimenti. Ostaja pa še vedno široko polje, tako teoretično, kot tudi eksperimentalno nepreiskanih področij. Dekoherenca predstavlja tudi glavni problem pri izvedbi kvantnega računalnika, torej je raziskovanje procesa pomembno tudi v aplikativne namene. Tukaj omenimo še zanimivo ponujeno razlago, zakaj nekatera kvantna števila, kot je npr. naboj, obstajajo le v čistem stanju in nikoli v superpoziciji. Predlagan, vendar še neutemeljen odgovor je, da pride do takojšnje dekoherence stanja naboja v interakciji naboja z lastnim poljem [6]. Pomembna tema pri obravnavi prehoda med kvantnim in klasičnim je tudi kvantni kaos.

7 Literatura

- [1] L. Davidovich, M. Brune, J. Raimond, S. Haroche, Phys. Rev. A 53, 1295 (1996)
- [2] S. Haroche, Phys. Today 51 (7), 36 (1998)
- [3] Scientific Background on the Nobel Prize in Physics 2012, Measuring and Manipulating Individual Quantum Systems (2012)
- [4] S. Deléglise, I. Dotsenko, C. Sayrin, J. Bernu, M. Brune, J.M. Raimond and S. Haroche, Nature 455, 510 (2008)
- [5] W.H.Zurek, Decoherence and the transition from quantum to classical – REVISITED arXiv:quant-ph/0306072
- [6] M. Schlosshauer, RevModPhys.76.1267 (2005)
- [7] W.H.Zurek, RevModPhys.75.715 (2003)
- [8] C. C. Gerry in P. L. Knight, *Introductory Quantum Optics* (Cambridge University Press, United Kingdom, 2005)
- [9] M. Čopič, Uvod v kvantno fiziko 2, dosegljivo na <http://fiz.fmf.uni-lj.si/~tine/fizikaII.html> (citirano dne 29.11.2012)