

Seminarska naloga
Obrnitev kvantne meritve

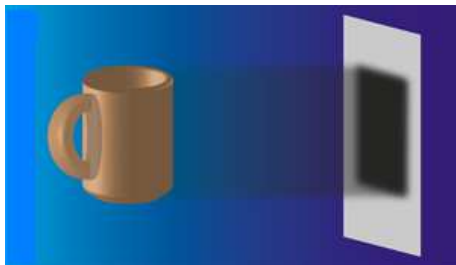
Rok Bohinc
6. januar 2009

Mentor: Anton Ramšak

1 Uvod

Pri predavanjih iz kvantne mehanike se učimo, da se potem, ko opravimo meritev neke fizikalne količine na kvantnem sistemu, ta sistem lahko nahaja zgolj v enem od lastnih stanj operatorja te količine. Meritev torej "projecira" sistem v enega izmed njegovih lastnih stanj. V splošnem se to lahko zgodi le v eni smeri. Potem ko enkrat opravimo meritev, sistema ne moremo več vrniti v začetno stanje. Matematično ne moremo samo iz ene projekcije rekonstruirati celotne začetne slike, zato rečemo da gre za ireverzibilen proces.

Obstajajo pa bolj "nežni" načini merjenja, pri katerih zajamemo le del celotne informacije. Tako se lahko izognemo prej omenjeni kavzalnosti in pridemo v začetno stanje. Nedavno so na univerzi v Kaliforniji, v Santa Barbari, delali eksperimente s superprevodnimi faznimi qbiti in pokazali, da lahko posledice meritve obrnemo in tako vrnemo sistem v začetno stanje.



Slika prikazuje projekcijo šalce na platno. Če nam je projekcija edina informacija o šalci, šalce same ne moremo rekonstruirati.

2 von Neumannova močna in šibka meritev

Predpostavimo, da se naš kvantni sistem nahaja v stanju $|\psi\rangle$. Takoj ko naredimo meritev, sistem preide v novo stanje $|\psi_\lambda\rangle$, ki pripada lastni vrednosti λ . Ko enkrat naredimo meritev $|\psi\rangle \rightarrow |\psi_\lambda\rangle$, v splošnem ni več poti nazaj. Naše začetne valovne funkcije $|\psi\rangle$ ne moremo več rekonstruirati. Zavedati pa se moramo, da je to le idealiziran, ekstremen primer kvante meritve. Taki meritvi pravimo močna oziroma von Neumannova meritev.

Vemo pa, da vsake meritve ne moremo opisati z von Neumanovo paradigmo, ki pravi, da ob opravljeni meritvi valovna funkcija kolapsira iz $|\psi\rangle$ v $|\psi_\lambda\rangle$. Kot primer navedimo makroskopsko meritev električnega toka. Pri tej meritvi zagotovo ne določimo lege vsakemu nosilcu toka, kljub temu pa dobimo informacijo o tem, kolikšen je električni tok. Meritvam, pri katerih dobimo le delne informacije o sistemu, pravimo šibke meritve.

3 Ideja eksperimenta

Avtorji eksperimenta so za sistem vzeli superprevodni fazni qbit. Za lažje razumevanje si predstavljajmo, da imamo opravka s končno visoko potencialno jamo, ki ima le dve vezani stanji.

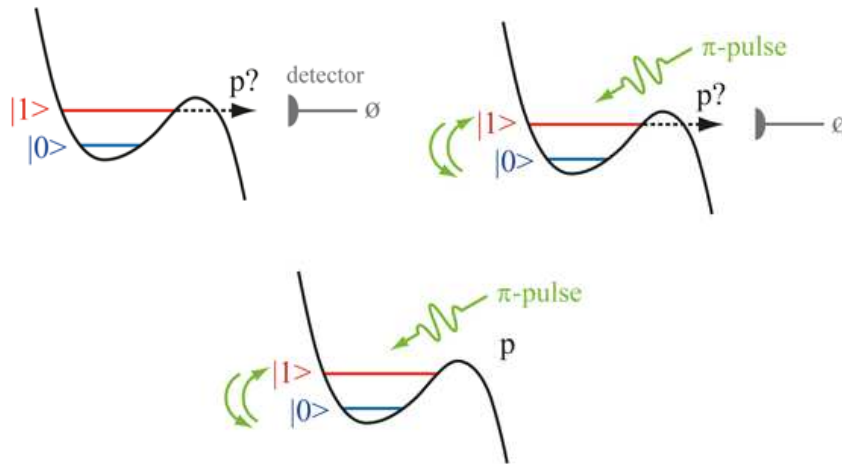
Naš qbit bomo merili s posebno napravo, ki bo z vrjetnostjo \mathbf{p} zaznala, če se naš delec nahaja v vzbujenem stanju $|1\rangle$, oz. nebo naredila ničesar, če se naš delec nahaja v stanju $|0\rangle$.

Torej, če naš detektor med meritvijo ne bo zaznal ničesar, ne moremo biti prepričani, da je delec v osnovnem stanju, vsekakor pa smo prejeli delno informacijo. Verjetnost, da se delec nahaja v osnovnem stanju, je sedaj večja kot prej. Zaradi dobljene informacije se valovna funkcija spremeni, kar imenujemo delni kolaps proti stanju $|0\rangle$.

Delni kolaps lahko obrnemo na sledeči način:

- Po prvi meritvi, pri kateri detektor ni zaznal ničesar, zamenjamo stanja $|0\rangle$ in $|1\rangle$ s t.i. π pulzom.
- Naredimo še eno, identično meritev stanja $|0\rangle$ in $|1\rangle$.
- Če je rezultat meritve enak kot prej (detektor ne zazna ničesar), zamenjamo stanja s še enim π pulzom, pri čemer dobimo enako valovno funkcijo, kot smo jo imeli na začetku.

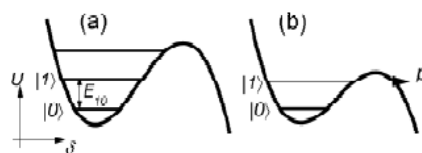
Probajmo si napisano predtavljati grafično:



Naj omenimo, da je ta postopek izvedljiv le, če sta rezulta, ki sta povsem stohastična, v obeh meritvah enaka 0 (detektor ne zazna ničesar).

Kot smo omenili, si lahko predstavljamo, da imamo opravka z delcem v potencialni jami. Ta jama ima obliko kubičnega potenciala, ki ima dve vezani stanji. Našo napravo realiziramo tako, da z električnim pulzom spustimo potencialno bariero. Tako bo lahko delec tuneliral skozi to bariero z neko verjetnostjo p (tuneliral je lahko tudi pred pulzom, vendar je bila bariera prevelika, zato ta efekt zanemarimo). Če delec enkrat uide iz potencialne jame to zaznamo s SQUID napravo, ki loči med delci v potencialu in med tistimi, ki so tunelirali. Dolžina pulza oz. čas trajanja pulza, je določen z želeno velikostjo verjetnosti p . Tako je p povsem nastavljen in lahko zavzame vse vrednosti med 0 in 1.

Ko za nek določen čas spustimo potencialno bariero, lahko delec načeloma tunelira iz obeh vezanih stanj. Izračun pokaže, da je vrjetnost za tuneliranje iz osnovnega stanja za dva velikostna reda majnuša od vrjetnosti za tuneliranje iz vzbujenega stanja. Razlog za to je, da je relaksacijski čas neprimerno daljši od časa trajanja meritve. Tako vemo, da če delec tunelira, je skoraj zagotovo prišel iz vzbujenega stanja.



4 Opis sistema

Superprevodni fazni qbit realiziramo na sledeč način. Imamo superprevodno zanko, ki je prekinjena s t.i. Josephsonovim stikom. Josephsonov stik je sestavljen iz dveh superprevodnih materialov ločenih s tanko plastjo neprevodnega sredstva. Kljub temu, da imamo vmes neprevodni material, lahko zaznamo nek tok med superprevodnikoma. Josephsonov stik je priključen na ploščat Si:H kondenzator. Celotna naprava more biti primerno hlajena, da zagotovimo superprevodno stanje in da nam termična nihanja ne vplivajo na rezultat. Ta sistem nam tvori zgoraj opisani kubični potencial. Za tehnične podrobnosti prilagam seznam virov.

5 Matematični dokaz

Začetno stanje qbита pripravimo s kratkim mikrovalovnim pulzom, tako da se qbit nahaja v stanju

$$|\psi_0\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{-i\Phi_0} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$

Nato na sistem delujemo s 3ns dolgim "škatlastim pulzom", ki zniža potencialno bariero in tako dovoli delec selektivno tuneliranje iz stanja $|1\rangle$. Verjetnost, da delec tunelira, je sorazmerna s $p \sin^2(\frac{\theta}{2})$. Glede na predpostavko, da se delec po prvi meritvi še vedno nahaja v potencialni jami, bo člen pri stanju $|1\rangle$ sorazmeren z $\sqrt{1-p} \sin \frac{\theta}{2}$

Naša valovna funkcija je po prvi meritvi te oblike:

$$|\psi_M\rangle = A \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + A e^{-i\Phi_0} \sqrt{1-p} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$

Sorazmernostno konstanto A dobimo iz renormalizacije valovne funkcije:

$$A = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \frac{\theta}{2} + (1-p) \sin^2 \frac{\theta}{2}}}$$

in je:

$$|\psi_M\rangle = \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{\sqrt{\cos^2 \frac{\theta}{2} + (1-p) \sin^2 \frac{\theta}{2}}} |0\rangle + e^{-i\Phi_0} \frac{\sqrt{1-p} \sin \frac{\theta}{2}}{\sqrt{\cos^2 \frac{\theta}{2} + (1-p) \sin^2 \frac{\theta}{2}}} |1\rangle$$

$$|\psi_M\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + (1-p) \tan^2 \frac{\theta}{2}}} |0\rangle + e^{-i\Phi_0} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(1-p) \tan^2 \frac{\theta}{2}}}} |1\rangle$$

S pomočjo substitucije $\tan \frac{\theta_0}{2}(1-p) = \tan \frac{\theta_M}{2}$ lahko zapišemo naše stanje:

$$|\psi_M\rangle = \cos \frac{\theta_M}{2} |0\rangle + e^{-i\Phi_0} \sin \frac{\theta_M}{2} |1\rangle$$

Sedaj s π pulzom zamenjamo amplitudi:

$$|\psi_\pi\rangle = \sin \frac{\theta_M}{2} |0\rangle + e^{i\Phi_0} \cos \frac{\theta_M}{2} |1\rangle$$

Če se hočemo sedaj vrniti v začetno stanje, delujemo na $|\psi_\pi\rangle$ s še enim "škatlastim pulzom".

$$|\psi_F\rangle = B \sin \frac{\theta_M}{2} |0\rangle + e^{i\Phi_0} B \sqrt{1-p} \cos \frac{\theta_M}{2} |1\rangle$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \frac{\theta_M}{2} + (1-p) \cos^2 \frac{\theta_M}{2}}}$$

$$|\psi_F\rangle = \frac{\sin \frac{\theta_M}{2}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\theta_M}{2} + (1-p) \cos^2 \frac{\theta_M}{2}}} |0\rangle + e^{i\Phi_0} \frac{\sqrt{1-p} \cos \frac{\theta_M}{2}}{\sqrt{\sin^2 \frac{\theta_M}{2} + (1-p) \cos^2 \frac{\theta_M}{2}}} |1\rangle$$

$$|\psi_F\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + (1-p) \frac{1}{\tan^2 \frac{\theta_M}{2}}}} |0\rangle + e^{i\Phi_0} \frac{1}{\sqrt{\frac{\tan^2 \frac{\theta_M}{2}}{1-p} + 1}} |1\rangle$$

Glede na to, kako smo definirali θ_m , sledi:

$$|\psi_F\rangle = \sin \frac{\theta_0}{2} |0\rangle + e^{i\Phi_0} \cos \frac{\theta_0}{2} |1\rangle$$

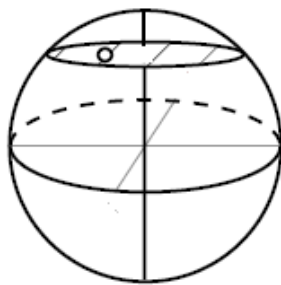
Sledi še rotacija za π in dobili smo želeni rezultat:

$$|\psi_{F\pi}\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{-i\Phi_0} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle = |\psi_0\rangle$$

6 Kvantna tomografija

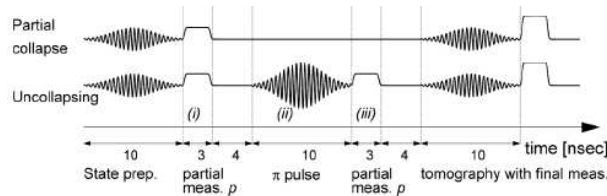
Sedaj, ko poznamo teorijo, ki se skriva za eksperimentom, in način njegove izvedbe, potrebujemo le še postopek, ki nam bo omogočal, da preverimo, ali se rezultati skladajo s teorijo. Avtorji so v ta namen uporabili kvantno tomografijo. To je postopek, pri katerem isti sistem izmerimo iz več različnih "kotov", in glede na rezultate sestavimo končno sliko. Analogijo lahko potegnemo iz medicine pri t.i. x-ray tomografiji, pri kateri iz več slik dobimo 3D sliko pacienta.

V splošnem lahko vsak qbit opišemo na sledeč način $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, kjer sta α in β v splošnem kompleksni števili in normirani tako, da velja $\alpha^2 + \beta^2 = 1$. Če zdaj neznanemu qbitu izmerimo projekcije spina (P_x, P_y, P_z) na vse tri osi, lahko enolično določimo njegovo stanje. Izmerjene vrednosti (P_x, P_y, P_z) so neposredno povezane s qbitovimi komponentami stanja (X, Y, Z). Če te komponente uporabimo kot kartezične koordinate, nam padejo vsa možna fizikalna stanja v sfero z radijem, ki je enak enoti ($r = 1$), ki jo imenujemo Blochova sfera. Vsa stanja, ki so na površju sfere imenujemo "čista stanja" (pure states), in imajo to lastnost, da jih lahko opišemo na sledeč način $|\psi_0\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{-i\Phi_0}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$ (S takšnimi stanji smo namreč začeli).



Prikazana so stanja znotraj Blohove sfere. Pod posebnimi pogoji stanja padejo na ravnino, ki je vzporedna z - osi

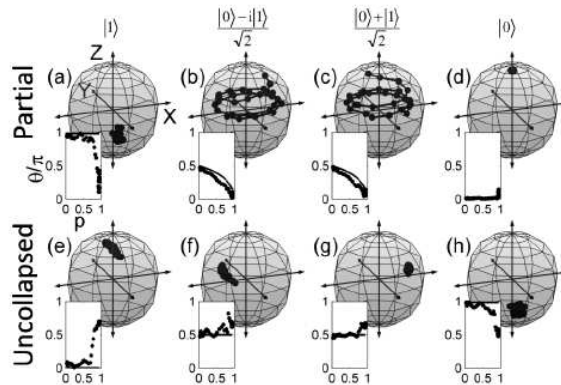
Glede na to da vedno, ko delec uide iz potencialne jame in detektor to zazna, izmerimo le vrjetnost P_z in ne celoten P , potrebujemo še dve rotaciji, ki nam bosta omogočili merjenje tudi v y in z smeri. Tako bomo spoznali ne le velikost ampak tudi smer vektorja, ki je v Blochovi sferi, in tako enolično določili stanje, v katerem se nahaja naš qbit.



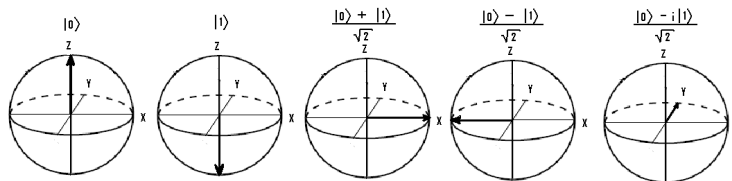
Prikazana sta dve sekvenci. Pri prvi sekvenci pogledamo, kako se naša valovna funkcija spremeni po prvi, pri drugi sekvenci pa, kako se spremeni po drugi delni meritvi.

7 Rezultati

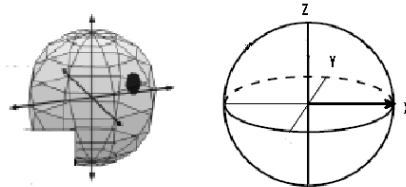
Na spodnji sliki so predstavljena 4 stanja ($|1\rangle$, $\frac{|0\rangle - i|1\rangle}{\sqrt{2}}$, $\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$, $|0\rangle$). Slike v prvi vrsti predstavljajo stanje po prvi delni meritvi, slike v drugi vrsti pa po drugi delni meritvi. Naj opozorim, da se slike v spodnji vrsti za π rotacijo okoli x-osi ločijo od dejanskih končnih stanj. Žal se avtorji članka niso odločili priložili teh slik.



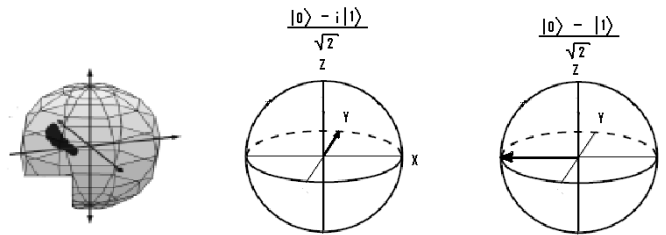
Primerjajmo sedaj končna stanja (slike iz druge vrste) z začetnimi stanji.



Za nas sta najbolj zanimivi stanji $\frac{|0\rangle - i|1\rangle}{\sqrt{2}}$ in $\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$, kajti le ti stanji sta sestavljeni iz linearne kombinacije $|0\rangle$ in $|1\rangle$. Dobro ujemanje vidimo pri stanju $\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$.



Malo manj dobro ujemanje vidimo pri drugem stanju $\frac{|0\rangle - i|1\rangle}{\sqrt{2}}$. Zgleda namreč, kot da bi se avtorji zmotili in zamenjali stanja $\frac{|0\rangle - i|1\rangle}{\sqrt{2}}$ in $\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$.



Na vseh slikah, ki smo jih dobili iz meritev, ne vidimo samo ene točke, ampak ansambel točk, ki ponazarja kakšna je odvisnost od vrjetnosti za tuneliranje p . V katerem stanju se nahaja sistem v odvisnosti od p -ja, v našem približku ne bi smelo igrati vloge, vendar rezultati kažejo drugače. To se posebno dobro vidi v slikah v prvi vrsti, za razliko od slik v drugi vrsti, ki kažejo šibko odvisnost od p -ja.

Razlogi za težave najdemo v tem, da postane vrjetnost za prehod iz vzbujenega stanja v osnovno stanje prevelika. Kvantitativno se giblje ta vrjetnost p_r okoli 0, 1 pri sekvenci, ki traja 44ns. Izkaže se, da ko postane p_r primerljiva z vrednostjo $1 - p$ začne naša preprosta teorija "šepat". Natančno ne poznam vseh razlogov za to, zagotovo je pa eden izmed njih ta, da ko znižamo potencialno bariero, s tem spremenimo tudi naša stanja. Če bariero preveč znižamo, ne znamo več dobro opisati sistema.

8 Zaključek

Obrnitev kvantne meritve je povsem nova tema, ki je bila prvič objavljena 10. Novembra 2008. Avtorji članka so na zelo enostaven, vendar eleganten način pokazali, da je za posebne vrste meritev, ki jim rečemo šibke meritve, obrnitev mogoča. Za preverjanje tega koncepta so uporabljali superprevoden fazni qbit (Superconducting Phase Qubit), ki jim je služil kot dvodimenzionalni kvantni sistem. S kvantno tomografijo so nato ugotovili, da se sistem po zaključeni sekvenci res nahaja v začetnem stanju. Ujemanje z rezultati je bilo v režimu, ko je verjetnost za tuneliranje p bila manjša od 0,7, veliko.

Ta presenetljiva obnovitev meritve predstavlja zopet nov dokaz, da raziskave na področju kvantnega programiranja in eksperimentalnih realizacij kvantnih bitov pripomorejo k boljšemu razumevanju osnov in natančnejši interpretaciji kvantne mehanike.

9 Literatura

- Nadav Katz, Matthew Neely, in dr.: Reversal of the Weak Measurement of a Quantum State in a Superconducting Phase Qubit, California 2008
- <http://physics.aps.org/articles/v1/34?referer=rss>
- J.B. Altepeter, E.F. Jeffrey, P.G. Kwiat: Photonic state tomography
- <http://research.physics.uiuc.edu/QI/Photonics/Tomography/>
- Wikipedia