30. avgust 2019

Fizika jedra in osnovnih delcev

2. IZPIT

1. Iz semiempirične masne formule oceni, katero jedro ${}^{A}_{Z}X$ ima največjo vezavno energijo na nukleon, $W_b(A,Z)/A$, kjer predpostavi, da je $Z = A/2$! Pri tem računu lahko zanemariš paritveni člen. Nato določi, kolikšna je največja kinetična energija pozitrona pri razpadu β^+

$$ {}^{A}_{Z+1}Y \to {}^{A}_{Z}X e^+ \nu_e $$

Tokrat upoštevaj vse člene v semiempirični masni formuli.

2. Pri sipanju mezonov π in nukleonov opazimo novo resonanco R. Določi izospin R, če izmerimo razmerje presekov $\sigma(\pi^+ n \to R^+ \to \pi^+ n)/\sigma(\pi^0 p \to R^+ \to \pi^0 p) = 4$. Nato napovej razmerje resonančnih presekov

$$ \frac{\sigma(\pi^+ n \to R^+ \to \Delta^+ \pi^0)}{\sigma(\pi^- p \to R^0 \to \Delta^+ \pi^-)}, $$

kjer ima stanje Δ izospin $I = 3/2$ in hipernaboj $Y = 1$.

Nato opazujemo sipanje $\pi^+ n \to R^+ \to \pi^+ n$ pri težiščnem sipalnem kotu $20°$ med smerjo vhodnega in izhodnega π^+. Kakšna je verjetnost, da ima izhodni n komponento spina $1/2$ ($n = |1/2, 1/2\rangle$) v smeri gibalne količine? Predpostavi, da ima R spin $1/2$, ter da je tirna vrtilna količina v končnem stanju $\ell = 0$. Komponenta spina vhodnega n je vzdolž gibalne količine π^+.

3. Izračunaj spinsko povprečen presek za reakcijo $e^- \bar{\nu}_e \to \bar{u}s$. Za težiščno energijo vzemi $\sqrt{s} = 15\,\mathrm{GeV}$ in zanemari mase vseh delcev, $V_{us} = 0.23$. Kolikokrat večji bi bil sipalni presek $e^- \bar{\nu}_e \to \bar{u}d$? Zapiši tudi kotno porazdelitev izhodnega kvarka s po kotu ϑ med s in e^- ter izračunaj razmerje sipalnih presekov naprej ($0 < \vartheta < \pi/2$) in nazaj ($\pi/2 < \vartheta < \pi$).

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, *e.g.*, for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

J	J	...
M	M	...
m_1 m_2	Coefficients	
m_1 m_2		
⋮ ⋮		

1/2×1/2

m_1	m_2	$J=1$, $M=+1$	$J=1$, $M=0$	$J=0$, $M=0$
+1/2	+1/2	1		
+1/2	−1/2		1/2	1/2
−1/2	+1/2		1/2	−1/2
−1/2	−1/2			1

1×1/2

m_1	m_2	$J=3/2$, $M=+3/2$	$J=3/2$, $M=+1/2$	$J=1/2$, $M=+1/2$
+1	+1/2	1		
+1	−1/2		1/3	2/3
0	+1/2		2/3	−1/3
0	−1/2		2/3	1/3
−1	+1/2		1/3	−2/3
−1	−1/2			1

2×1

m_1	m_2	$J=3$, $M=+3$	$J=2$, $M=+2$
+2	+1	1	
+2	0		1/3
+1	+1		2/3
+2	−1		1/15
+1	0		8/15
0	+1		2/5

1×1

m_1	m_2	$J=2$, $M=+2$	$J=2$, $M=+1$	$J=2$, $M=0$	$J=1$, $M=+1$	$J=1$, $M=0$	$J=0$, $M=0$
+1	+1	1					
+1	0		1/2	1/2			
0	+1		1/2	−1/2			
+1	−1		1/6	1/2	1/3		
0	0		2/3	0	−1/3		
−1	+1		1/6	−1/2	1/3		
0	−1		1/2	1/2		2	
−1	0		1/2	−1/2		−2	
−1	−1					1	

$$ Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta $$

$$ Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\, e^{i\phi} $$

$$ Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right) $$

$$ Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta\cos\theta\, e^{i\phi} $$

$$ Y_2^2 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2\theta\, e^{2i\phi} $$

$$ Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*} $$

$$ d^\ell_{m,0} = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}}\, Y_\ell^m\, e^{-im\phi} $$

2×1/2

m_1	m_2	$J=5/2$, $M=+5/2$	$J=5/2$, $M=+3/2$	$J=3/2$, $M=+3/2$	$J=3/2$, $M=+1/2$
+2	+1/2	1			
+2	−1/2		1/5	4/5	
+1	+1/2		4/5	−1/5	
+1	−1/2		2/5	3/5	
0	+1/2		3/5	−2/5	
0	−1/2		3/5	2/5	
−1	+1/2		2/5	−3/5	
−1	−1/2			4/5	1/5
−2	+1/2			1/5	−4/5
−2	−1/2				1

3/2×1/2

m_1	m_2	$J=2$, $M=+2$	$J=2$, $M=+1$	$J=1$, $M=+1$
+3/2	+1/2	1		
+3/2	−1/2		1/4	3/4
+1/2	+1/2		3/4	−1/4
+1/2	−1/2		1/2	1/2
−1/2	+1/2		1/2	−1/2
−1/2	−1/2		3/4	1/4
−3/2	+1/2		1/4	−3/4
−3/2	−1/2			1

3/2×1

m_1	m_2	$J=5/2$, $M=+5/2$	$J=5/2$, $M=+3/2$	$J=3/2$, $M=+3/2$	$J=3/2$, $M=+1/2$
+3/2	+1	1			
+3/2	0		2/5	3/5	
+1/2	+1		3/5	−2/5	
+3/2	−1		1/10	2/5	1/2
+1/2	0		3/5	1/15	−1/3
−1/2	+1		3/10	−8/15	1/6
+1/2	−1		3/10	8/15	1/6
−1/2	0		3/5	−1/15	−1/3
−3/2	+1		1/10	−2/5	1/2
−1/2	−1			3/5	2/5
−3/2	0			2/5	−3/5
−3/2	−1				1

$$ \langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M\rangle = (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M\rangle $$

$$ d^j_{m',m} = (-1)^{m-m'} d^j_{m,m'} = d^j_{-m,-m'} $$

2×3/2

m_1	m_2	$J=7/2$, $M=+7/2$	$J=7/2$, $M=+5/2$	$J=5/2$, $M=+5/2$	$J=5/2$, $M=+3/2$	$J=3/2$, $M=+3/2$
+2	+3/2	1				
+2	+1/2		3/7	4/7		
+1	+3/2		4/7	−3/7		
+2	−1/2		1/7	16/35	2/5	
+1	+1/2		4/7	1/35	3/5	
+2	−3/2			7/2	5/2	3/2
+1	−1/2			3/2	1/2	
+1	−3/2				3/2	1/2

3/2×3/2

m_1	m_2	$J=3$, $M=+3$	$J=3$, $M=+2$	$J=3$, $M=+1$	$J=2$, $M=+1$	$J=2$, $M=0$	$J=1$, $M=0$
+3/2	+3/2	1					
+3/2	+1/2		1/2	1/2			
+1/2	+3/2		1/2	−1/2			
+3/2	−1/2			1/5	1/2	3/10	
+1/2	+1/2			3/5	0	−2/5	
−1/2	+3/2			1/5	−1/2	3/10	
+3/2	−3/2				3/20	1/4	9/20
+1/2	−1/2				1/4	1/4	1/4
−1/2	+1/2				9/20	1/4	3/20
−3/2	+3/2						
−3/2	+1/2						
−3/2	−1/2						

$$ d^1_{0,0} = \cos\theta $$

$$ d^{1/2}_{1/2,1/2} = \cos\frac{\theta}{2} $$

$$ d^{1/2}_{1/2,-1/2} = -\sin\frac{\theta}{2} $$

$$ d^1_{1,1} = \frac{1+\cos\theta}{2} $$

$$ d^1_{1,0} = -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}} $$

$$ d^1_{1,-1} = \frac{1-\cos\theta}{2} $$