

NEKAJ RAZLAG K PREDAVANJU

1. Michelson-Morleyjev eksperiment. Maxwellove enačbe, ki so bile rezultat dolge verige poskusov in dobro utemeljene in preverjene, zahtevajo, da se elektromagnetno valovanje vedno širi z enako hitrostjo c . Ker je Römer že prej izmeril hitrost svetlobe (3×10^8 m/s), so ugotovili, da je c enak Römerjevi hitrosti in iz tega skleпали, da je svetloba tisto valovanje, ki ga opisujejo Maxwellove enačbe.

Potem pa je nastalo vprašanje, ali se tudi na Zemlji, ki se okoli Sonca giblje s hitrostjo okoli 30 km/s in skupaj s Soncem 300 km/s okoli središča galaksije (itd.), kar je že $0.001c$, svetloba širi s hitrostjo c . Rekli so drugače: da najbrž obstaja "medij" za širjenje svetlobe, tako kot je zrak medij za širjenje zvoka. Temu mediju so rekli "eter".

Namen Michelson-Morleyjevega eksperimenta je bil izmeriti hitrost Zemlje v etru. Če bi obstajal eter, bi dobili različna časa potovanja svetlobe po obeh krakih. Dobili pa so enaka časa.

Najprej so mislili, da Zemlja "vleče" eter s sabo. Vedno večji nabor kompliciranih teorij je presekala Einstein s predpostavko, da Maxwellove enačbe veljajo vedno in da je hitrost c za vsakega opazovalca res vedno enaka, ne glede, kako se enakomerno giblje. (To ne velja za pospešeno gibanje.) Posledica te predpostavke je najprej, da etra ni (česar ne moremo izmeriti, tega ni).

S predpostavko, da je hitrost svetlobe c enaka v vseh opazovalnih sistemih, se lotimo Michelson-Morleyjevega eksperimenta in dobimo še druge posledice: skrajšanje dolžin v smeri gibanja in počasnejši tek gibajočih se ur.

Opazovalec, ki stoji na Soncu in Zemlja s hitrostjo v leti mimo njega, vidi poskus takole: stranska veja naj ima dolžino L , vzdolžna pa L' (morda bosta enaki?). Čas potovanja svetlobe po vzdolžni veji je

$$t_1 = \frac{L'}{c-v} + \frac{L'}{c+v} = \frac{2cL'}{c^2 - v^2},$$

po prečni pa, upoštevajoč Pitagorov izrek $(ct_2/2)^2 = (vt_2/2)^2 + L^2$,

$$t_2 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Če izenačimo $t_1 = t_2$, dobimo

$$L' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} L$$

L' je dolžina kraka, kot jo vidi "mirujoči" (zunanji) opazovalec na Soncu. Za notranjega opazovalca (ki sedi na aparatu), pa se ne zgodi nič posebnega: vidi dva enaka kraka dolžine L in svetloba potuje vzdolž krakov, ne pa po stranicah pravokotnih trikotnikov.

To še ni vse. Če pogledamo samo stranski krak, notranji opazovalec izmeri čas potovanja žarka kot

$$t_{2s} = \frac{2L}{c}.$$

Zunanji opazovalec (tisti na Soncu) pa izmeri, spet po Pitagorovem izreku, čas

$$t'_{2s} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} > t_{2s}.$$

To pomeni, da zunanjemu opazovalcu med letom žarka preteče več časa kot notranjemu, oziroma, da "gibajoče se ure tečejo počasneje". (Za enega žarek potuje po hipotenuzi, za drugega po kateti.)

2. Tek ure je odvisen od njene višine. V splošni teoriji relativnosti se predpostavi, da je gravitacijsko polje lokalno ekvivalentno pospešku (kot da se tla, na katerih stojimo, pospešeno dvigajo s pospeškom $g = 9.81 \text{ m/s}^2$). Če bi vesoljsko postajo začeli pospeševati z $a = g$, bi astronauti ne mogli tega z nobenim lokalnim poskusom ločiti od tega, da mirujejo na Zemlji.

Ta ekvivalenca izvira iz tega, da sta inercialna in teška masa enaki. To pomeni, da v Newtonovem zakonu

$$F = ma$$

nastopa ista masa m kot v Newtonovem gravitacijskem zakonu

$$F_g = -\frac{GmM}{R^2}.$$

To so natančno preverili (Eötvös). Lahko bi v obeh zakonih nastopali različni masi!

Enakost obeh mas je resen signal, da gre za isti pojav. S to predpostavko pa si pridobimo izredno močno orodje, saj se lahko namesto z gravitacijo ukvarjamo s pospeškom.

Na primer, mirovanje na Zemlji je ekvivalentno potovanju v breztežnostnem prostoru z raketo, ki stalno pospešuje s pospeškom $a = g$.

Mislimo si, da je znotraj rakete v konici (na "stropu") ura, ki vsako sekundo zabliska. Ker raketa pospešuje in ker svetloba potuje s stalno hitrostjo c , bliski zadevajo zadnji del rakete bolj pogosto kot vsako sekundo. To pomeni, da potnik na tleh vidi stropno uro utripati hitreje kot svojo lastno.

Zaradi ekvivalence potem rečemo, da ura na strehi hiše teče hitreje od tiste na tleh. Te formule ne bomo izpeljali, ampak jo samo navajamo. Relativna napaka dveh ur na razliki višin h v gravitacijskem polju Zemlje je

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{gh}{c^2}.$$

Za razliko višin 1 m dobimo $9.81 \text{ ms}^{-2} \times 1 \text{ m} / 9 \times 10^{16} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \approx 10^{-16}$.

Za razliko višin 10000 km = 10^7 m dobimo $\Delta t/t \approx 10^{-9}$: ura v satelitu na višini 10000 km vsako sekundo prehiti za približno eno nanosekundo.

To pomeni, da bi GPS naprava narobe izračunala razdaljo od satelita in s tem tudi svojo pozicijo na Zemlji, kajti svetlobni (radijski) signal s satelita v 1 nanosekundi naredi pot 30 cm. Na dan bi

napaka znašala že $86400 \times 30 \text{ cm} \approx 26 \text{ km}$. (Ker so sateliti na drugih višinah, ker smo računali približno in ker so še drugi relativistični popravki teka ur, smo dobili samo grobo oceno dnevne napake GPS; prava napaka bi bila vseeno velikostnega reda 1 kilometer. Seveda vse popravke upoštevajo, tako da sateliti oddajajo že popravljene časovne signale in se ravno prav “zlažejo” sprejemnikom glede časa oddaje signala, da lahko sprejemniki izračunajo svoje pravilne pozicije.)

Opisani efekt je potrjen z meritvami s sateliti GPS na 1% natančno, seveda pa tudi na druge bolj natančne načine.

Vprašanje: zakaj je formula za napako ure v gravitacijskem polju sumljivo podobna razmerju gravitacijske potencialne energije (mgh) in relativistične energije (mc^2) delca ali telesa:

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{gh}{c^2} = \frac{mgh}{mc^2},$$

pri čemer se masa za povrh še pokrajša?

3. Ukrivljenost prostora. Za zunanjšega, “mirujočega” opazovalca, bo opazovalec na vrtečem se krogu izmeril manjši obseg kot $2\pi r$. Poleg tega bo po principu ekvivalence vedel, da tudi ure opazovalcem na krogu tečejo različno, in sicer vedno počasneje, bolj ko se oddaljujejo od središča vrtenja. Tu sta dva pojava: ker se hitrost povečuje, je tudi upočasnitev zaradi specialne relativnosti večja; poleg tega se pri oddaljevanju od središča “spuščamo v ekvivalentnem gravitacijskem polju”, tako da ure tečejo še bolj počasi.

Einstein je s podobnimi razmisleki povezal “presežni radij” majhnega kroga v neki točki prostora s količino mase znotraj kroga; iz tega je nastala Einsteinova enačba, ki v sebi skriva tako Veliki pok kot črne luknje.