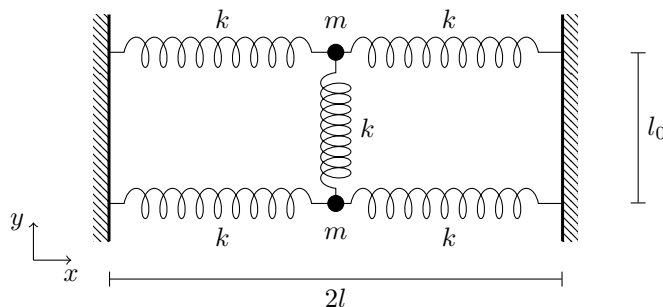


1B izpit iz Klasične mehanike, 5.6.2023

1. Satelit kroži z $r = r_0$ okrog Zemlje. V nekem trenutku se mu zaradi trka spremeni smer hitrosti, njena velikost v_0 pa ostane nespremenjena. V tirnici po trku se satelit približa Zemlji na najmanjšo razdaljo $r = (2/5)r_0$. Kolikšno hitrost (v enotah v_0) ima satelit takrat? Z v/v_0 izrazi tudi kot, ki ga oklepata nova in stara tirnica v točki, kjer se je trk zgodil!

2. Obravnava **ravninsko nihanje** (torej v ravnini x, y , glej sliko) dveh uteži z masa m , ki sta s štirimi vzmetmi razpeti med dvema stenama in medsebojno sklopljeni s peto vzmetjo (glej skico). Razdalja med stenama je $2l$, razdalja med utežema, ko sta v ravnovesni legi, pa je $l_0 < l$. Vzmeti so enake, njihovi prožnostni koeficienti so enaki k , v nenapetem stanju pa je njihova dolžina enaka l_0 (enako kot razdalja med utežema v ravnovesju). Težnost zanemari, $g = 0$.

- Zapiši točen izraz (brez približkov) za kinetično in elastično potencialno energijo sistema!
- Razvij izraz za prožnostno energijo v približku majhnih nihanj in ga zapiši v matrični obliki. Upoštevaj Taylorjev razvoj do 2. reda: $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \dots$
- Izračunaj lastne nihajne načine in pripadajoče lastne frekvence! Skiciraj gibanje uteži za posamezen lastni način! Pomagaj si s simetrijami problema.



3. V okviru Hamiltonovega formalizma obravnava gibanje nabitega delca, ki se giblje v magnetnem polju, ki ga v cilindričnih koordinatah zapišemo kot $\mathbf{B} = B\hat{\mathbf{e}}_\phi$, kjer je B konstanta.

- Poišči vektorski potencial, ki mu ustreza to magnetno polje! Pri tem si pomagaj z izrazom za rotor v cilindričnih koordinatah

$$\nabla \times \mathbf{A} = [(1/r)\partial A_z/\partial\phi - \partial A_\phi/\partial z]\hat{\mathbf{e}}_r + [\partial A_r/\partial z - \partial A_z/\partial r]\hat{\mathbf{e}}_\phi + (1/r)[\partial(rA_\phi)/\partial r - \partial A_r/\partial\phi]\hat{\mathbf{e}}_z.$$

- Zapiši Lagrangeovo funkcijo v cilindričnih koordinatah!
- Iz Lagrangeove funkcije izpelji Hamiltonovo funkcijo!
- Zapiši Hamiltonove enačbe gibanja, poišči ohranjene količine!
- Reši enačbe gibanja za primer, ko ob $t = 0$ delec pri nekem r_0 sunemo delec $\mathbf{v} = v_r\hat{\mathbf{e}}_r$!