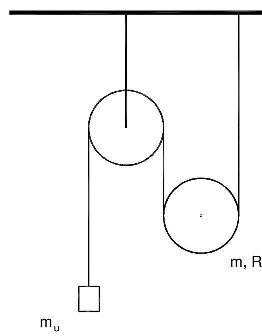
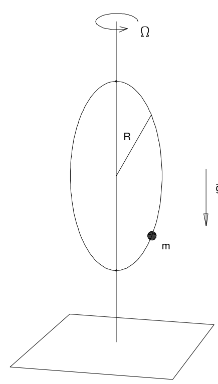
Kolokvij iz Klasične mehanike 16.4. 2010

1. Hokejist na ledeni ploskvi v Tivoliju sune pak s hitrostjo 30 m/s natančno v smeri proti severu. Za koliko bo zaradi vrtenja Zemlje na poti 50 m pak skrenil z začetne smeri? Ljubljana se nahaja na geografski širini 46^0 in pak drsi brez trenja.

2. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe za sistem uteži in škripcev, ki jih prikazuje slika. Upoštevaj, da je vrvica neraztegljiva, ter da potuje po škripcih brez zdrsavanja. Oba škripca imata maso m in polmer R. Reši enačbe in komentiraj reštev.



3. Po žičnem obroču, ki se vrti okoli navpične osi s kotno hitrostjo Ω, brez trenja drsi drobna utež (glej sliko). Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe. Pokaži da obstaja mejna kotna hitrost vrtenja, do katere je ravnovesna lega uteži na dnu obroča. Za ta primer reši enačbe gibanja za majhna nihanja.

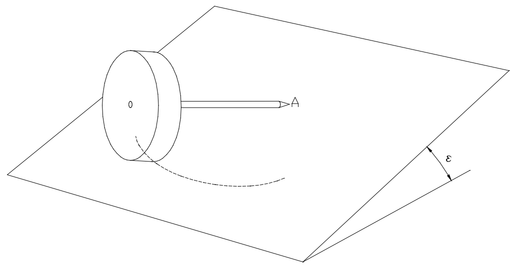


Izpit iz Analitične mehanike 16.9. 2009

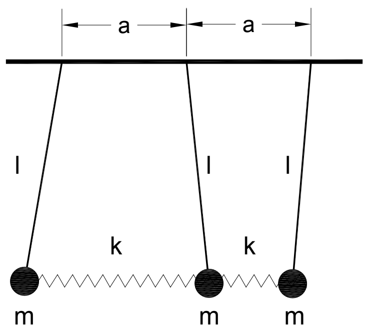
1. Po žičnem vodilu, katerega obliko podaja zveza $z = a(1+\cos(kx^2))$, brez trenja drsi drobna utež mase m. Skiciraj obliko vodila, zapiši Lagrangeovo funkcijo in enačbe, poišči stabilne ravnovesne lege ter izračunaj frekvence pripadajočih majhnih nihanj.

2. Pri mini golfu se luknjica premera $2R$ nahaja v središču lijaka, ki ga opišemo z zvezo $z = -\alpha r^{-1}, \alpha > 0$. Tu je r oddaljenost od središča luknjice. Luknjico ciljamo z velike razdalje l, pri čemer žogico sunemo z začetno hitrostjo v_0. Za kolikšen kot glede na smer proti središču luknjice smemo zgrešiti, da bo žogica še zadela? Navodilo: žogico obravnavaj kot točkasto telo in upoštevaj, da je vzpetina blaga t.j. hitrost žogice v navpični smeri lahko zanemariš.

3. Vztrajnik premera $2R$ s pravokotno prečko dolžine l, se brez zdrsavanja (točka A miruje) kotali po ravni podlagi nagnjeni za kot ε glede na vodoravnico (glej sliko). Zapiši gibalne enačbe in jih reši za primer majhnega nihanja okoli ravnovesne lege. Namig: uporabi Lagrangeov formalizem podobno kot v primeru vrtavke.



4. Za trojno nihalo, kot ga prikazuje slika, izračunaj za majhna nihanja lastne nihajne načine in ustrezne lastne frekvence. Dolžine neraztegnjenih vzmeti so enake razmaku a med vpetji posamičnih nihal. Namig: upoštevaj simetrijo.



Izpit iz analitične mehanike 6.6. 2008

1. V cirkusu opazujemo dva klovna, ki izvajata točko, katere del je balanasiranje palice na nosu. Točko izvajata na vrtečem podiju, pri čemer prvi stoji na robu, drugi pa od središča hodi proti prvemu s hitrostjo v. V katero smer in pod kakšnim kotom sta nagnjeni palici obeh klovnov? Podij se vrti počasi, tako da ves čas velja $\omega^2 r \langle\langle\, g$.

2. V atomarnem plinu med dvema atomoma deluje sila, ki jo določa potencial $V(r) = -C / r^6, C > 0$. Izračunaj presek za združitev delcev kot funkcijo energije.

3. Tanko palico (z dolžino l in maso m) navpično postavimo na konico prsta. Če s prstom ne "lovimo ravnotežja" bo palica sčasoma padla Izračunaj silo na prst v odvisnosti od kota nagiba med padanjem palice. Uporabi metodo Lagranževih multiplikatorjev.

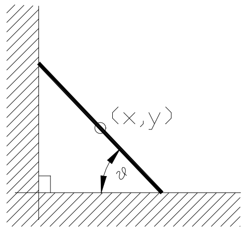
4. Elektron v vodikovem atomu 'vidi' statično električno polje protona kot magnetno polje: $\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2}\mathbf{v} \times \mathbf{E}$. Delovanje le-tega na magnetni moment elektrona $\boldsymbol{\mu} = -\frac{e_0}{m}\mathbf{s}$ opišemo s Hamiltonovo funkcijo $H = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$, kjer je $\mathbf{s}$ lastna vrtilna količina elektrona (spin). S Poissonovimi oklepaji zapiši gibalno enačbo za spin elektrona in izračunaj frekvenco precesije (pojavu pravimo sklopitev spin-tir). Za polmer orbite elektrona vzemi Bohrov radij r_B=0.053nm, za velikost tirne vrtilne količine pa l=h/2π.

Izpit iz analitične mehanike 5.3. 2008

1. V skledo, ki ima obliko polkrogle s polmerom *R*, položimo kroglico z maso *m* in polmerom *r*. Obravnavaj ravninsko kotaljenje kroglice po skledi - zapiši gibalne enačbe ter jih reši za primer majhnega nihanja. Kako se spreminja frekvenca nihanja, če večamo polmer kroglice?

2. Izračunaj totalni sipalni presek, da komet trči v Sonce. Komet obravnavaj kot točkasto telo, Sonce pa ima polmer *R*.

3. Palica z maso *m* in dolžino *l*, ki jo postavimo v kot med steno in tlemi pod kotom ϑ_0, brez trenja zdrsne (glej sliko). Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne vezi. Za generalizirane koordinate vzemi *x*, *y* težišča in kot ϑ. Izrazi silo, s katero stena deluje na palico pri kotu ϑ in ugotovi, pri katerem kotu se palica odlepi od stene. Uporabi metodo Lagrangeovih multiplikatorjev.



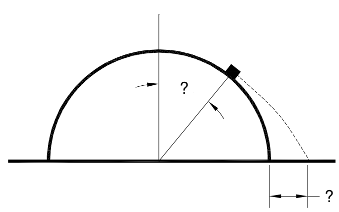
4. Elektron v vodikovem atomu 'vidi' statično električno polje protona kot magnetno polje: $\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2}\mathbf{v} \times \mathbf{E}$. Delovanje le-tega na magnetni moment elektrona $\boldsymbol{\mu} = -\frac{e_0}{m}\mathbf{s}$ opišemo s Hamiltonovo funkcijo $H = \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$, kjer je $\mathbf{s}$ lastna vrtilna količina elektrona (spin). S Poissonovimi oklepaji zapiši gibalno enačbo za spin elektrona in izračunaj frekvenco precesije (pojavu pravimo sklopitev spin-tir). Za polmer orbite elektrona vzemi Bohrov radij r_B=0.053nm, za velikost tirne vrtilne količine pa l=h/2π.

Izpit iz Analitične mehanike 20.2. 2008

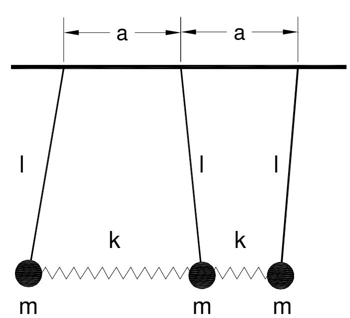
1. Žično vodilo, katerega obliko podaja zveza $z = \alpha x^2$, se s konstantno kotno hitrostjo Ω vrti okoli navpične osi (le-ta sovpada s simetrijsko osjo vodila). Po vodilu brez trenja drsi drobna utež mase m. Zapiši Lagrangeovo funkcijo in ustrezne enačbe, ter jih reši za primer majhnega nihanja. Interpretiraj rešitve. Namig: L in enačbe je smiselno zapisati v vrtečem sistemu vodila.

2. Pri mini golfu se luknjica premera $2R$ nahaja na vrhu blage vzpetine, ki jo opišemo z zvezo $z = \alpha r^{-1}$, kjer je r oddaljenost od središča luknjice. Luknjico ciljamo z velike razdalje l, pri čemer žogico sunemo z začetno hitrostjo v_0. Za kolikšen kot glede na smer proti središču luknjice smemo zgrešiti, da bo žogica še zadela? Navodilo: žogico obravnavaj kot točkasto telo in upoštevaj, da je vzpetina blaga t.j. hitrost žogice v navpični smeri lahko zanemariš.

3. Po površini gladke polkrogle brez trenja z vrha zdrsne drobna utež. Z metodo Lagrangeovih multiplikatorjev določi kot pri katerem se utež odlepi od površine krogle in izračunaj, kako daleč od oboda polkrogle pade na tla.



4. Za trojno nihalo, kot ga prikazuje slika, izračunaj za majhna nihanja lastne nihajne načine in ustrezne lastne frekvence. Dolžine neraztegnjenih vzmeti so enake razmaku a med vpetji posamičnih nihal. Namig: upoštevaj simetrijo.

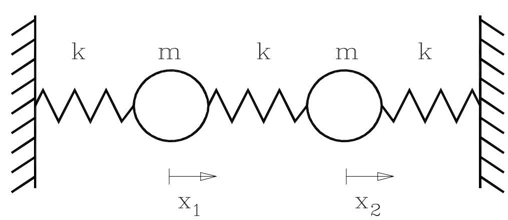


Kolokvij iz Klasične mehanike 3.6. 2010

1. Izračunaj sipalni presek za trk točkastega projektila s tarčo premera $2R$, če med njima deluje privlačna sila, ki jo opišemo s centralnim potencialom $V = -\alpha / r^3$, $\alpha > 0$. Navodilo: skiciraj efektivni potencial in ugotovi kakšen je potrebni pogoj za trk (dva primera!).

2. V laboratoriju na vesoljski postaji zavrtimo kvader mase m in s stranicami a, $b = a$ in $c = a/\sqrt{2}$ okoli telesne diagonale s kotno hitrostjo ω. Kvader nato spustimo da se vrti kot prosta vrtavka. Kako se kvader vrti za opazovalca v laboratoriju? Namig: rešitve najprej zapiši v lastnem sistemu kvadra in jih nato transformiraj v laboratorijski sistem.

3. Za dvojno nihalo prikazano na sliki izračunaj lastne frekvence in lastne nihajne načine ter zapiši rešitev za primer začetnih pogojev $\underline{x}^T(t=0) = (0,0)$ in $\underline{\dot{x}}^T(t=0) = (v_0, 0)$.

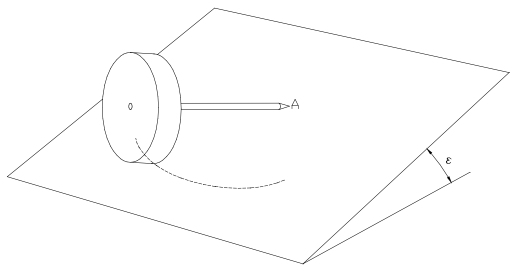


Kolokvij iz analitične mehanike 15.1. 2008

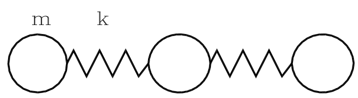
1. Na vodoravno podlago navpično postavimo tanko palico (z dolžino l in maso m). Palica sčasoma pade, med padanjem pa spodnji konec palice pri nekem nagibu zdrsne. Izračunaj zvezo med kotom nagiba pri zdrsu in koeficientom lepenja med palico in podlago. Uporabi metodo Lagrangeovih multiplikatorjev.

2. Lagrangeovo funkcijo za nabit delec v magnetnem polju zapišemo kot $L = \frac{1}{2} m \sum_i \dot{q}_i^{\,2} + e \sum_i \dot{q}_i A_i$. Pokaži, da se Hamiltonova funkcija, ki je definirana kot $H = \sum_i p_i \dot{q}_i - L$ v tem primeru zapiše kot $H = \frac{1}{2m} \sum_i \left(p_i - eA_i \right)^2$.

3. Vztrajnik premera *2R* s pravokotno prečko dolžine *l,* se brez zdrsavanja (točka A miruje) kotali po ravni podlagi nagnjeni za kot ε glede na vodoravnico (glej sliko). Zapiši gibalne enačbe in jih reši za primer majhnega nihanja okoli ravnovesne lege. Namig: uporabi Lagrangeov formalizem podobno kot v primeru vrtavke.



4. Model neke molekule napravimo tako, da tri enake kroglice (atome) z maso m povežemo z dvema enakima vzmetema (k) kot prikazuje slika. Izračunaj lastne nihajne načine in pripadajoče frekvence nihanja. Atomi se lahko gibljejo samo vzdolž daljše simetrijske osi molekule.



Kolokvij iz analitične mehanike 14.11. 2007

1. Vrteča restavracija na stolpu v Torontu se zavrti dvakrat v minuti, česar se morajo pri svojem delu navaditi natakarji, ki raznašajo hrano. Kako je glede na gladino juhe v krožniku na mizi, nagnjena gladina tiste, ki jo natakar ravnokar nese mimo nas? Natakar hiti v radialni smeri proti gostu na obodu restavracije s hitrostjo 1m/s, naša miza pa je 20m oddaljena od osi vrtenja.

2. Homogen valj se lahko prosto vrti okoli navpične osi. Na obod valja je pritrjeno spiralno vodilo s hodom p [m/2π] po katerem brez trenja drsi drobna utež z maso m. V začetku utež miruje na vrhu valja, ko pa jo spustimo zaradi teže oddrsi navzdol. Zapiši Lagrangeovo funkcijo za opisan sistem, ter reši ustrezne enačbe.

3. Pokaži, da je v primeru keplerjevskega potenciala $V = -k/r$ $(k>0)$ t.i. Runge-Lenzov vektor $\vec{R} = \vec{p} \times \vec{L} - km(\vec{r}/r)$ konstanta gibanja. Tu sta: $\vec{p} = m\dot{\vec{r}}$ gibalna količina in $\vec{L} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ vrtilna količina. Namig: oglej si časovni odvod vektorja $\vec{R}$ in upoštevaj, da se vrtilna količina ohranja.

4. Z drobnim projektilom ustrelimo na težko mirojočo tarčo. Tarčo opišemo s centralno simetričnim potencialom $V = \begin{cases} V_0 \,, & r < r_0 \\ 0 \,, & r \geq r_0 \end{cases}$. Izračunaj potrebno kinetično energijo projektila, če naj le-ta, pri izbranem udarnem parametru, prodre v notranjost tarče. Izračunaj totalni sipalni presek za ta isti proces.

Kolokvij iz analitične mehanike 14.11. 2007

1. Vrteča restavracija na stolpu v Torontu se zavrti dvakrat v minuti, česar se morajo pri svojem delu navaditi natakarji, ki raznašajo hrano. Kako je glede na gladino juhe v krožniku na mizi, nagnjena gladina tiste, ki jo natakar ravnokar nese mimo nas? Natakar hiti v radialni smeri proti gostu na obodu restavracije s hitrostjo 1m/s, naša miza pa je 20m oddaljena od osi vrtenja.

2. Homogen valj se lahko prosto vrti okoli navpične osi. Na obod valja je pritrjeno spiralno vodilo s hodom p [m/2π] po katerem brez trenja drsi drobna utež z maso m. V začetku utež miruje na vrhu valja, ko pa jo spustimo zaradi teže oddrsi navzdol. Zapiši Lagrangeovo funkcijo za opisan sistem, ter reši ustrezne enačbe.

3. Pokaži, da je v primeru keplerjevskega potenciala $V = -k/r$ (k>0) t.i. Runge-Lenzov vektor $\vec{R} = \vec{p} \times \vec{L} - k\, m(\vec{r}/r)$ konstanta gibanja. Tu sta: $\vec{p} = m\dot{\vec{r}}$ gibalna količina in $\vec{L} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ vrtilna količina. Namig: oglej si časovni odvod vektorja $\vec{R}$ in upoštevaj, da se vrtilna količina ohranja.

4. Z drobnim projektilom ustrelimo na težko mirojočo tarčo. Tarčo opišemo s centralno simetričnim potencialom $V = \begin{cases} V_0 \,, r < r_0 \\ 0 \,, r \geq r_0 \end{cases}$. Izračunaj potrebno kinetično energijo projektila, če naj le-ta, pri izbranem udarnem parametru, prodre v notranjost tarče. Izračunaj totalni sipalni presek za ta isti proces.

1. kolokvij iz analitične mehanike

2.12.2005

1. Zapiši gibalne enačbe za prost delec v vrtečem koordinatnem sistemu in jih reši. Pokaži, da te rešitve, transformirane v inercialni koordinatni sistem, predstavljajo enakomerno gibanje.

2. V lesen valj s polmerom $R = 20$ cm in maso $M = 1$ kg je na razdalji $r = 15$ cm od osi vgrajena tanka železna palica z maso 50 g (glej sliko). Zapiši enačbe gibanja za prost valj, če ga položimo na ravno podlago. Poišči ravnovesne lege in razišči majhna nihanja valja.
   Namig: upoštevaj, da je $m \ll M$.

3. Pokaži, da je v primeru keplerjevskega potenciala $V = -k/r$ $(K > 0)$ t.i. Runge-Lenzov vektor $\vec{R} = \vec{p} \times \vec{L} - km\,(\vec{r}/r)$ konstanta gibanja. Tu sta: $\vec{p} = m\dot{\vec{r}}$ gibalna količina in $\vec{L} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ vrtilna količina.
   Namig: oglej si časovni odvod vektorja $\vec{R}$.

4. Izračunaj diferencialni sipalni presek pri elastičnem sipanju drobnega projektila z maso m na mirujoči okrogli tarči z maso M v primerih, ko je $m \ll M$ in $m = M$.

2. kolokvij iz analitične mehanike

19.1.2005

1. V kroglasti skledi s polmerom R brez trenja drsi palica dolžine l in mase m ($l < R$, glej sliko). Z metodo Lagrangeovih množiteljev ugotovi, s kolikšno silo pri danem kotu θ deluje skleda na palico, če le-ta v skleti prosto ravninsko niha. Namig: zapiši sistem Lagrangeovih enačb in vezi ter izrazi ustrezni množitelj. Enačb ne rešuj.

2. Okoli zvezde krožita dva planeta, prvi pri oddaljenosti r in drugi pri r' (velja $r \ll r'$ in $m \ll m'$). Ravnini orbit obeh planetov oklepata kot γ. Orbita prvega planeta zaradi motnje, ki jo predstavlja drugi planet, precedira (gledano v časovnih razdobjih dolgih v primeri z obhodnima časoma obeh planetov). Izračunaj frekvenco precesije. Namig: zapiši hamiltonovo funkcijo za celoten sistem in poglej, kako se spreminja vektor vrtilne količine prvega planeta. Pomagaj si z razvojem:

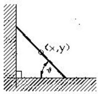
$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r'}\left(1 + \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}'}{r'^2}\right)$$

Kolokvij iz analitične mehanike 23. 11. 2001

1. Vesoljska postaja oblike filmskega koluta se vrti tako, da astronavti na njenem obodu čutijo umetno težo, ki je po velikosti enaka zemeljski. Ali lahko astronavt iz načina nihanja matematičnega nihala ugotovi, da se ne nahaja na Zemlji? Navodilo: napiši ustrezne enačbe, poišči rešitve za majhna nihanja ter jih primerjaj s tistimi, ki jih poznaš za nihalo na Zemlji. Premer vesoljske postaje je 50 m, dolžina nihala pa 0.5 m.

2. Brez uporabe virialnega teorema pokaži, da v primeru keplerjevskega potenciala za vezane orbite velja zveza $2\overline{T} = -\overline{V}$, kjer sta $\overline{T}$ in $\overline{V}$ časovni povprečji kinetične in potencialne energije. Pomagaj si z zvezama: $H = -\dfrac{GM\mu}{2a}$, kjer so: M vsota mas, μ reducirana masa, a glavna polos elipse (orbite) in $\int_0^{2\pi} \dfrac{1}{1+\varepsilon\cos\varphi} d\varphi = \dfrac{2\pi}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$.

3. Palica z maso m in dolžino l, ki jo postavimo v kot med steno in tlemi pod kotom ϑ_0, brez trenja zdrsne (glej sliko). Zapiši Lagranževo funkcijo in ustrezne vezi. Za generalizirane koordinate vzemi x, y težišča in kot ϑ. Izrazi silo, s katero stena deluje na palico pri kotu ϑ in ugotovi, pri katerem kotu se palica odlepi od stene. Uporabi metodo Lagranževih multiplikatorjev.



4. Potencialno energijo elektrona v električnem polju, ki ga ustvarjajo elektrode elektrostatične pasti, zapišemo kot: $V = (e_0\Phi_0/2z_0^2)(3z^2 - r^2)$. Zapiši Hamiltonovo funkcijo ter Hamiltonove enačbe gibanja in jih reši. V ravnini xz skiciraj polje (ekvipotencialne ploskve) in tir elektrona.

Kolokvij iz analitične mehanike 8.12. 2000

1. Za trenutek si predstavljajmo, da je Zemlja idealna, popolnoma gladka krogla, po kateri njeni prebivalci drsijo brez trenja. Zapiši Lagranževe enačbe za izbranega prebivalca (privzemi, da trkov ni) in jih reši! Za opis gibanja uporabi krogelne koordinte (φ, ϑ) vezane na površino Zemlje. Ne pozabi upoštevati vrtenja Zemlje.

2. Za delec, ki se giblje v škatlastem centralno simetričnem potencialu oblike $V = \begin{cases} V_0 & za\ r_1 \le r \le r_2 \\ 0 & sicer \end{cases}$, skiciraj efektivni potencial in klasificiraj možne orbite. Kolikšno najmanjšo kinetično energijo mora imeti delec za pobeg, če se nahaja znotraj območja $r < r_1$? Če je kinetična energija delca premajhna za pobeg ugotovi, pri katerih vrednostih vrtilne količne bodo vezane orbite delca zaključene?

3. Laplace-Runge-Lenzov vektor je definiran kot $\vec{R} = \vec{p} \times \vec{L} - mK\dfrac{\vec{r}}{r}$ in je za $H = \dfrac{p^2}{2m} - \dfrac{K}{r}$ $(K > 0)$ konstanta gibanja. Za isti H je tudi vektor vrtilne količine $\vec{L}$ konstanta gibanja. Izračunaj Poissonov oklepaj med komponentami obeh vektorjev npr. $[R_i, L_j]$!

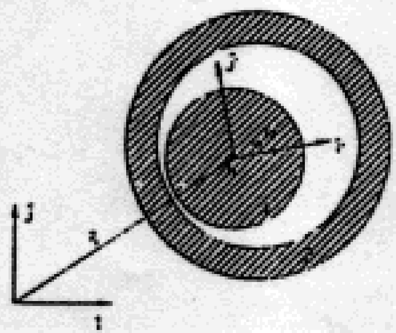
4. Drobna utež se brez trenja giblje po žici zviti v krivuljo, ki leži v navpični ravnini. Kakšna mora biti oblika krivulje *x(s)*, *z(s)*, da bo utež nihala z enako frekvenco neodvisno od amplitude? Namig: zapiši Hamiltonovo funkcijo in upoštevaj da na tak način niha harmonično nihalo.

Kolokvij iz analitične mehanike 10.12.1999

1. Zapiši Newtonov zakon za prost delec v koordinatnem sistemu, ki se vrti s kotno hitrostjo ω in reši tako dobljene enačbe gibanja. Transformiraj rešitve v inercialni sistem in jih interpretiraj.

2. V atomarnem plinu med dvema atomoma deluje sila, ki jo določa potencial $V(r) = -C/r^n$, $n > 2$, $C > 0$. Izračunaj presek za združitev delcev kot funkcijo energije.

3. Vesoljski projekt GG bo preverjal veljavnost principa ekvivalence. Glavni del poskusa sestavljata dva koncentrična valja, ki sta po oseh povezana s torzijsko in linearno vzmetjo. Navor med valjema je tako linearno odvisen od zasuka med valjema glede na koordinatni sistem notranjega valja, sila med težiščema pa je centralna in sorazmerna razdalji med njima. Zapiši Lagrange-ovo funkcijo za ta sistem in poišči konstante gibanja. Navodilo: zapiši težišče notranjega valja v inercialnem sistemu, definiraj vrteči sistem notranjega valja ter zapiši vektor med težiščema in zasuk zunanjega valja glede na ta sistem.



4. Kotaleči kovanec, tik predno se ustavi, opleta po svojem obodu tako, da njegovo težišče miruje. Za pet tolarski kovanec (r=1cm) izračunaj razpon frekvenc (opletanja), ki jih pri tem slišimo, če se nagib povečuje od 45° do 80°. Nadalje privzemi, da se polna energija kovanca zmanjša za enak delež pri vsakem obhodu. Zapiši enačbo za frekvenco opletnja.

Kolokvij iz analitične mehanike 20.11.1998

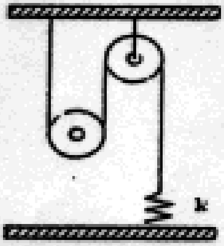
1. Drobna utež z maso m, ki brez trenja drsi po vodoravni podlagi, je z vrvico privezana na količek s polmerom d. Utež poženemo tako, da je vrvica vseskozi napeta in se med gibanjem uteži navija na količek. Zapiši Lagranževo funkcijo za opisani sistem in pokaži, da je enaka Hamiltonovi funkciji! Reši enačbe gibanja! Navodilo: kljub temu, da se vrvica navija na količek, privzemi, da se njeno pritrdišče nahaja v središču količka.

2. Eksplicitno pokaži (brez uporabe virialnega teorema), da v primeru keplerjevskega potenciala za vezane orbite, med povprečno kinetično in povprečno potencialno energijo velja zveza: $2\overline{T} = -\overline{V}$! Navodilo: časovno povprečje definiramo kot: $\overline{f(t)} = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$ kjer je T obhodni čas. Pomagaš si lahko še z zvezama: $H = -\frac{GM\mu}{2a}$ kjer so M vsota mas obeh teles, μ reducirana masa, a pa glavna polos elipse (orbite) in $\int_0^{2\pi} \frac{1}{1+\varepsilon\cos\varphi} d\varphi = \frac{2\pi}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$.

3. Za vodikovo plazmo (protoni in elektroni) pravimo da se obnaša kot idealni plin, če se delci pri medsebojnih "trkih" v povprečju sipljejo za manj kot kritični kot $\vartheta_c = 2arctg\frac{1}{2}$. Izračunaj temperaturo, pri kateri se vodikova plazma z gostoto $n = 10^{27} m^{-3}$ začne obnašati kot idealni plin!

Kolokvij iz analitične mehanike 20.11.1997

1. Za sistem dveh škripcev z enakima masama m in enakima premeroma $2R$ (glej sliko) napiši Lagranževo funkcijo in gibalne enačbe ter jih reši! Vzmet ima konstanto k, dolžina vrvice je l.



2. Po skledi, ki ima obliko rotacijskega paraboloida (simetrijska os kaže navpično) brez trenja drsi drobna utež. Zapiši Lagranževo funkcijo in gibalne enačbe ter jih reši za primer majhnega nihanja! Upoštevaj vrtenje Zemlje (poizkus izvedemo pri geografski širini φ)! Izračunaj nihajna časa za lastni nihanji!

3. Z drobno utežjo, ki brez trenja drsi po vodoravni podlagi, ciljamo luknjico parabolične oblike s premerom $2R$ in globine h. Zanima nas za koliko se ukloni tir uteži, če luknjico zadanemo in je bila začetna hitrost uteži v_0. Namig: naloge se loti kot problema sipanja na centralnem paraboličnem potencialu!

4. Za delec, ki se giblje v škatlastem centralno simetričnem potencialu oblike $V = \begin{cases} V_0 \; za \; r_1 \le r \le r_2 \\ 0 \; sicer \end{cases}$, skiciraj efektivni potencial in klasificiraj možne orbite.

   Kolikšno najmanjšo kinetično energijo mora imeti delec za pobeg, če se nahaja znotraj območja $r < r_1$? Če je kinetična energija delca premajhna za pobeg ugotovi, pri katerih vrednostih vrtilne količne bodo vezane orbite delca zaključene?