

Oblika vodila za harmonsko nihanje

Na vertikalno vodilo oblike $(x(s), y(s))$, parametrizirano z odmikom vzdolž vodila s , vpenemo utež z maso m , ki čuti gravitacijski pospešek g . Poišči obliko vodila, izraženo kot funkcijo $\varphi = \arctan \frac{dy}{dx}$, da se bo utež po njem gibala harmonsko! Harmonsko nihanje opiše Lagrangeova funkcija $L = m\dot{s}^2/2 - ks^2/2$. Kakšen je nihajni čas T ?

Rezultat: $x(\varphi) = r(2\varphi + \sin(2\varphi) + 4c)$, $y(\varphi) = r(1 - \cos(2\varphi))$, $T = 4\pi\sqrt{r/g}$, $r = mg/4k$.

Postopek: Poišči vez, da bo Lagrangeova funkcija delca $L = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)/2 - mgy$ harmonske oblike. Iz pogoja $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = \dot{s}^2$ dobiš $((\frac{dx}{ds})^2 + (\frac{dy}{ds})^2) = 1$, iz tega izrazi s in vstavi v drugi pogoj $mgy = ks^2/2$, dobiš $\frac{dy}{dx} = \tan \varphi = \sqrt{2ky/(mg - 2ky)}$.