

CENTRALNI POTENCIAL - RAVNINSKI PROBLEM

za problem dveh teles v centralnem potencialu poišči $V(\varphi)$ (koti steničnih koordinat) in nato pokaži, da gre za ravninsko gibanje!

NAMIGI:

- Lagrangean: $L = \frac{\mu}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\vartheta}^2 + r^2 \sin^2 \vartheta \dot{\varphi}^2) - V(r)$; μ - reducirana masa
- E-L enačbe: φ ciklična, $\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = p_{\varphi}$ ohranjena

$$\textcircled{1} \quad \vartheta: \frac{d}{dt} (\mu r^2 \dot{\vartheta}) = \mu r^2 \sin \vartheta \cos \vartheta \dot{\varphi}^2$$

- Ker nas zanima $\vartheta(\varphi)$ in ne $\vartheta(t)$, zamenjamo:

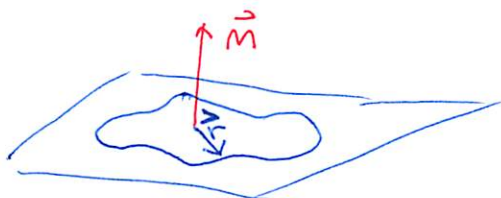
$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{d}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} \rightarrow \frac{d}{d\varphi} \dot{\varphi}$$

To naredimo za enačbo $\textcircled{1}$.

- Izrazi $\dot{\varphi}$ z p_{φ} , tako da $\textcircled{1}$ izražena le s ϑ in odvodi po φ . Dobimo

$$\frac{d^2}{d\varphi^2} \cot \vartheta + \cot \vartheta = 0$$

- Rešitev: $\cot \vartheta = A \cos(\varphi - \varphi_0)$
- Če je to ravninsko gibanje, vedno obstaja nek konstanten vektor \vec{m} , ki je vedno pravokoten na \vec{r} !



$$\vec{m} \cdot \vec{r} = 0$$

$$\vec{r} = (r \cos \varphi \sin \vartheta, r \sin \varphi \sin \vartheta, r \cos \vartheta)$$

$$\vec{m} = (\cos \varphi_0 \sin \vartheta_0, \sin \varphi_0 \sin \vartheta_0, \cos \vartheta_0)$$

poljubni konstantni vektor

Zmmožni $\vec{m} \cdot \vec{r}$ po komponentah. Po obracanju enačbe dobis

$$\cos(\varphi - \varphi_0) = -\cot \vartheta_0 \cot \vartheta$$

Enačba gibanja, kateri ustreža $\vartheta(\varphi)$ torej je res ravninsko gibanje. ✓