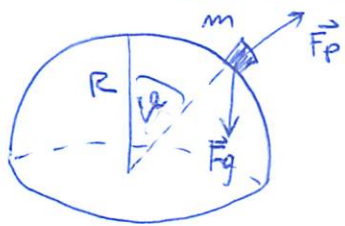


UTEŽ NA LEDENI POLKROGLI



Po ledeni polkrogli z radijem R drsi utež z maso m . Kakšno je gibanje uteži, preden zleti s površine? Pri katerem kotu φ se to zgodi. Ob $t=0$ je bila utež: $\varphi(0) = 0$ in $\dot{\varphi}(0) \rightarrow 0$.

- Koordinate: sferične r, φ
- Vez: $\varphi = \text{konst}$, vemo da masa zdrsi pri istem φ dol. Vez $r = R$ ne moremo uporabiti, saj ne velja za vse case. Vezi silo podlage \vec{F}_p moramo zato upoštevati kot generalizirano silo (neholonomna vez).
- $L = T - V$
- Generalizirane koordinate: $Q_j = \sum_i \vec{F}_i \cdot \frac{\partial \vec{r}_i}{\partial q_j}$; $\vec{F}_p = F_p \vec{e}_r$
 $Q_r = \vec{F}_p \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = F_p \vec{e}_r \cdot \vec{e}_r = F_p$
 $Q_\varphi = \vec{F}_p \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial \varphi} = F_p \vec{e}_r \cdot \vec{e}_\varphi = 0$
- Euler-Lagrangeovi enačbi:
 $r: m \ddot{r} - m r \dot{\varphi}^2 + mg \cos \varphi = Q_r = F_p$
 $\varphi: m r^2 \ddot{\varphi} - mg \sin \varphi + 2 m r \dot{r} \dot{\varphi} = 0$
- Gibanje doler na površini dobimo iz enačbe φ pri $r = R$ in $\dot{r} = 0$; razvij za majhne odklone φ
- Pri katerem kotu se odcepi od podlage:
 V enačbo za r vstavimo $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ (do trenutka in v trenutku odcepite to velja)
 Iz energijskega zakona $V_0 = T_1 + V_1$ izrazi $\dot{\varphi}^2$ in vstavi v enačbo r .
 $F_p = mg(-2 + 3 \cos \varphi) \Rightarrow F_p = 0$ ko se odcepi
 $\Rightarrow \cos \varphi = \frac{2}{3}$