DISPERZIJA: hitrost je odvisna od valovne dolžine.
Delci z manjšo λ hitreje pobegnejo.

Kaj pa če imamo POTENCIAL:

Gostota verjetnosti, tok, kontinuitetna enačba

v 1D bomo:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x,t)\psi$$

Če je ob nekem trenutku $\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,t)\,dx = 1$.

Poglejmo kako se ρ s časom spreminja.

$\hookrightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \psi^*}{\partial t}\psi + \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial t}$

najprej za $V=0 \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0$; $j_x = \frac{\hbar}{2im}\left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\partial \psi^*}{\partial x}\psi\right)$

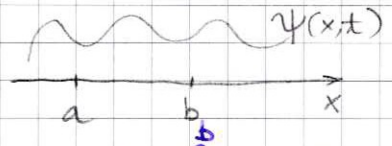
DN! za več dimenzij: $\vec{j} = \frac{\hbar}{2im}\left(\psi^* \nabla \psi - \nabla \psi^* \psi\right)$

če $V \neq 0$: dobiš pa enačbo:

DN!

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \vec{j} = -\frac{2}{\hbar}\underbrace{\mathrm{Im}\,V}_{-\frac{V^*-V}{2}} \cdot |\psi|^2 = 0$$

$\hookrightarrow$ kontinuitetna enačba
$\Downarrow$
seveda, ker delamo z dostojnimi e^-



$$\frac{dP(t)}{dt} = \int_a^b \frac{d\rho(x,t)}{dt}dx = -\int_a^b \frac{\partial j}{\partial x}dx = j(a) - j(b)$$

$\hookrightarrow$ Sprememba verjetnosti, da je delec med a in b

tok ven/noter pri a

tok ven/noter pri b

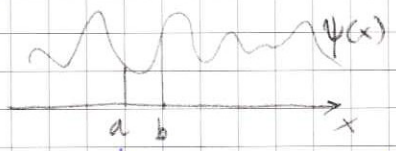
Lastnosti ψ

- ψ je zvezna funkcija x in t

a) Ker če ne, bi bil tok ogromen: $j \sim \frac{\partial\psi}{\partial x}$ → kot pri temperaturi, ki mora biti zvezna, sicer teče ∞ tok

b) V Schrödingerjevi enačbi rabiš odvode!

- Kaj pa odvod?



naj bo $V<\infty$

Schrö. enačbo integriramo → velja:
$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\int_a^b \psi(x,t)\,dx}_{\to\psi(a,t)(b-a)} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left[\frac{\partial\psi(b)}{\partial x}-\frac{\partial\psi(a)}{\partial x}\right] + \underbrace{\int_a^b V(x)\psi(x,t)\,dx}_{=V(a)\psi(a,t)(b-a)}$$

★ b pošljemo → a. Potem

$$\frac{\partial\psi(b)}{\partial x} = \frac{\partial\psi(a)}{\partial x}\,; \quad |V|\le c<\infty$$

če je $|V| \le c < \infty$, gre $b-a \to 0$ in velja

če člena na desni ne moremo stran vržt:
$$\frac{\partial\psi(b)}{\partial x} - \frac{\partial\psi(a)}{\partial x} = \frac{2m}{\hbar^2}\int_a^b V(x)\psi(x,t)\,dx$$
→ to je zveza, ki jo dobimo

! Če je $V(x) = C\delta(x-x_0)$, je pri x_0 zlom v valovni funkciji.

↳ Odvod je zvezen, če je V ubogljiv. Če pa ma kaj v rokavu, pa lahko tudi ni.

- Pa drugi odvod?

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x)\psi$$

Naj bo V zvezen. Potem je vse to zvezno. Torej je tudi drugi odvod zvezen.

to ni fizikalno, ampak je pa fizikalno praktično

Ampak lahko pa V ni zvezen, imamo stopnico. Potem drugi odvod ni zvezen.
Da se shajat z odsekoma zveznimi funkcijami.

STACIONARNA STANJA

$$\Psi(x,t) = \psi(x) f(t)$$

$$i\hbar \frac{\partial f}{\partial t} \cdot \psi = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi \cdot f + V\psi f$$

$$i\hbar \frac{\partial f}{\partial t} \cdot \frac{1}{f} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 \psi}{\psi} + V = konst = \text{ENERGIJA} = E$$

dobimo:

- $f(t) = e^{-\frac{iE}{\hbar} t}$
- $-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi = E\psi$ → amplitudna enačba

za $V=0$: $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = E\psi$ → $\psi \sim e^{\pm ikx}$

↳ Ampak ta funkcija ni integrabilna.

Torej za tak prostor, kjer $V=0$, ni stacionarnih stanj.

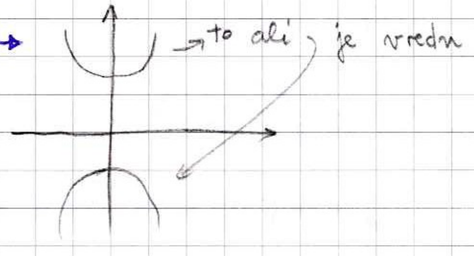
Ali lahko iz oblike potenciala brez računanje narišemo ψ?

↳ $$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{2m}{\hbar^2}(V-E)\psi$$

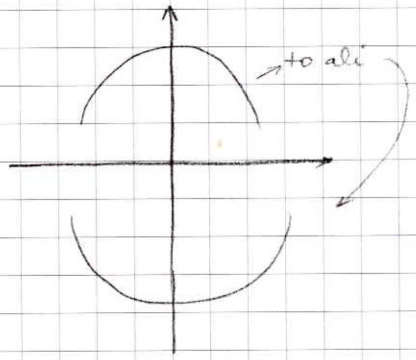
$$\frac{\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}}{\psi} = \frac{2m}{\hbar^2}(V-E)$$ glejmo v $t =$ konst. v nekem trenutku pogledamo:

1) $$\frac{\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}}{\psi} = \frac{2m}{\hbar^2}(V-E) > 0 \quad \boxed{V > E}$$

recimo: $\psi = \pm x^2$, $\psi'' = \pm 2$ ⇒ $\frac{2}{x^2} > 0$

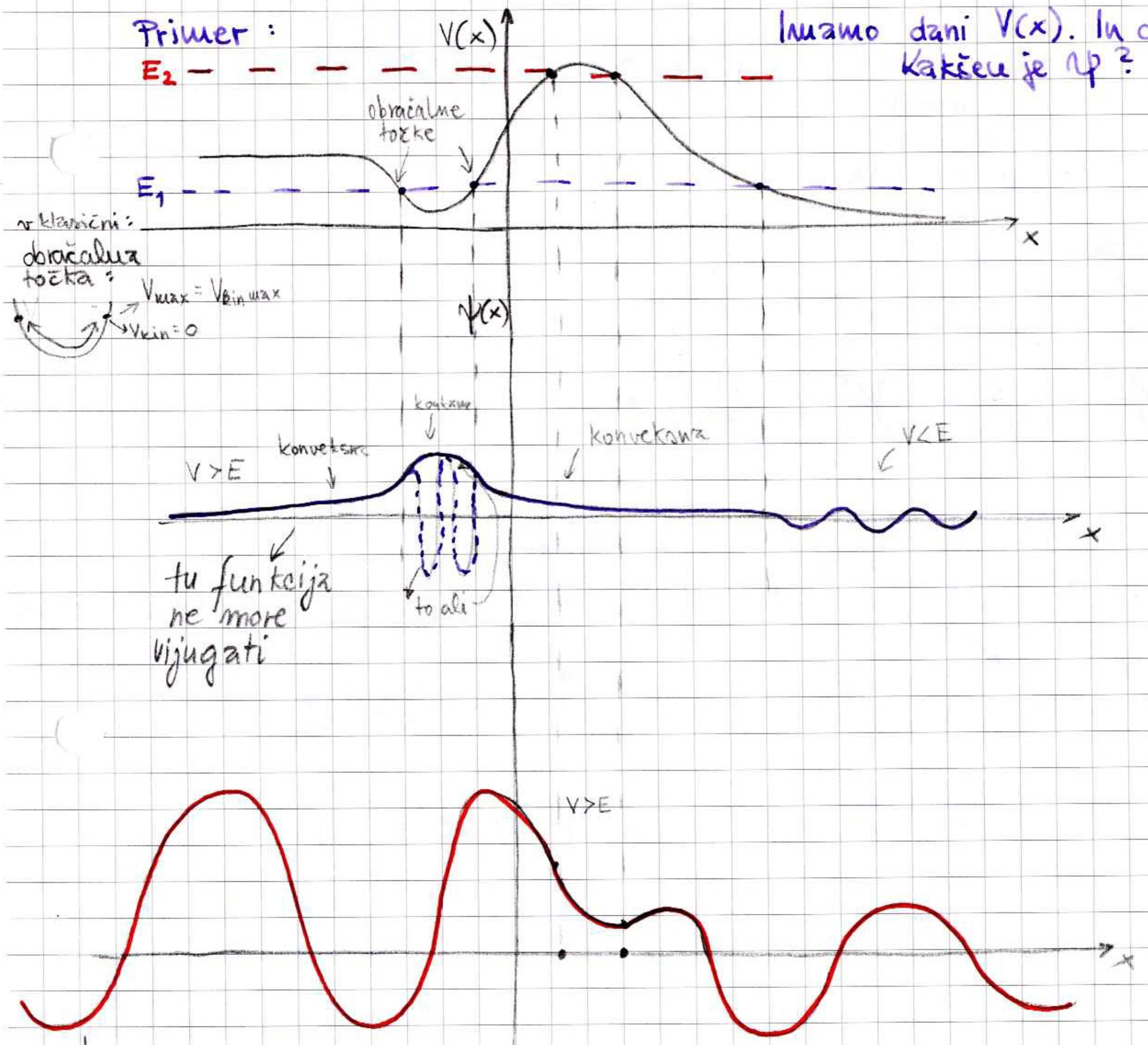
↳ 

2) $\boxed{V<E}$



Primer:

Imamo dani $V(x)$. In dano E_1 in E_2. Kakšen je ψ? Od nekem času.



ta rešitev bo neskončno valovala. Ne gre proti 0. To ne ~~bo~~ moglo bit stacionarno stanje