

Izpitne teze iz mehanike kontinuov

Na vprašanja odgovarjajte kratko in se držite zgolj tega, po čemer se vprašuje. Ne pozabite definirati **vseh** količin in simbolov, ki jih uporabljate v odgovorih! Izpeljava mora vsebovati vse pomembne korake od prvega do zadnjega.

Prvi del:

1. Definiraj tenzor deformacije in izpelji njegov linearni in nelinearni del.
2. Izpelji in pokaži, kakšen je fizikalni pomen diagonalnih in izvendiagonalnih elementov tenzorja deformacije.
3. Iz nastavka za Lagrangeovo funkcijo zveznega medija izpelji Cauchyjevo enačbo in definicijo napetostnega tenzorja.
4. Izpelji izraz za celotno silo na zvezno telo in izračunaj komponente površinske sile s pomočjo tenzorja napetosti.
5. Izpelji enačbo Mohrovega kroga in jo komentiraj.
6. Izpelji zakon o ohranjevanju gibalne količine za zvezno telo.
7. Izpelji zakon o ohranjevanju vrtilne količine za zvezno telo in njegove posledice za simetrijo napetostnega tenzorja.
8. Izpelji zakon o ohranjevanju energije in od tod izraz za Hamiltonijan zveznega medija.
9. Zapiši elastično energijo v primeru homogenega izotropnega zveznega telesa kot funkcijo invariant tenzorja deformacije.
10. Iz elastične energije homogenega izotropnega zveznega telesa izpelji Hookeov zakon.
11. Izpelji zvezo med Lamejevimi moduli in izotermno stisljivostjo.
12. Definiraj Poissonov problem in od tod izpelji izraza za Youngov modul in Poissonovo razmerje.
13. Zapiši Hookeov zakon in od tod izpelji inverzni Hookeov zakon (deformacijski tenzor kot funkcija tenzorja napetosti).
14. Iz Cauchyjeve enačbe in Hookeovega zaona izpelji Navierovo enačbo.
15. Izpelji Navierovo enačbo za nestisljivo elastično telo.
16. Izpelji potencial zunanje sile gravitirajoče nestisljive krogle in ustrezno elastično deformacijo.

17. Vpelji Galerkinov nastavek in izpelji vrednosti obeh konstant, ki v njem nastopata.
18. Izpelji obliko Galerkinovega vektorja pri Kelvinovem problemu in potem zapiši ustrezen vektor deformacije. Čemu je analogen?
19. Iz Navierove enačbe izpelji valovno enačbo in izraza za hitrosti longitudinalnega in transverzalnega valovanja.
20. Iz ustreznega nastavka za deformacijo tanke plošče izpelji vse komponente tenzorja deformacije.
21. Izpelji prosto energijo deformacije tanke plošče v obliki invariant tenzorja ukrivljenosti površine.
22. Kaj je to Gauss - Bonnetov teorem in zakaj je relevanten za elastomehaniko?
23. Izpelji enačbo za deformacije tanke plošče v primeru, da nanjo deluje površinsko porazdeljena sila.
24. Iz ustreznega nastavka za torzijo palice izpelji vse komponente tenzorja napetosti v palici.
25. Izpelji enačbo, ki ji mora zadoščati prirejena torzijska funkcija in ustrezen robni pogoj.
26. Izpelji prosto energijo torzijske deformacije palice.
27. Iz ustreznega kinematičnega nastavka za ukrivljanje palice izpelji vse komponente tenzorja deformacije.
28. Iz komponent tenzorja deformacije ukrivljene palice izpelji njeno obliko po deformaciji.
29. Izpelji prosto energijo ukrivljene palice in ustrezne izraze za navor v palici.
30. Izpelji prosto energijo tanke ukrivljene palice v primeru, da ima le-ta krožni presek.
31. Opiši in komentiraj Kirchhoffovo kinetično analogijo.
32. Izpelji osnovno enačbo *Elasticae Eulerii*.
33. Izpelji osnovne enačbe bežno deformirane palice.
34. Izpelji osnovno enačbo, ki popisuje Eulerjevo nestabilnost in izračunaj ob ustreznem robnem pogoju, kakšen je izraz za kritično silo.
35. Izpelji osnovno enačbo, ki popisuje Eulerjevo torzijsko nestabilnost in izračunaj ob ustreznem robnem pogoju, kakšen je izraz za kritični torzijski kot na enoto dolžine.

Drugi del:

1. Zapiši Eulerjevo identiteto in z njeno pomočjo izpelji kontinuitetno enačbo za tekočino.
2. Definiraj tokovnice in vrtinčnice in pokaži, da za stacionaren tok poti delcev tekočine sovpadajo s tokovnicami.
3. Zapiši Eulerjevo enačbo za idealno tekočino in z njeno pomočjo izpelji zakon o ohranjevanju gibalne tekočine v kontrolnem volumnu. Kakšen je od tod izraz za tenzor gostote toka gibalne količine?
4. Izpelji Helmholtzevo enačbo za vrtinčnost idealne tekočine.
5. Zapiši Helmholtzevo enačbo za vrtinčnost idealne tekočine in izpelji ohranjevanje vrtinčnosti v dvodimenzionalnem toku nestisljive tekočine.
6. Izpelji Kelvinov teorem.
7. Izpelji Helmholtzev teorem o vrtinčnosti idealne tekočine in ga komentiraj.
8. Izpelji prvi integral Eulerjeve enačbe za idealno tekočino v primeru brezvrtinčnega toka.
9. Izpelji prvi integral Eulerjeve enačbe za idealno tekočino v primeru stacionarnega toka.
10. Izpelji prvi integral Eulerjeve enačbe za idealno tekočino v primeru brezvrtinčnega, stacionarnega toka.
11. Izpelji Biot-Savartov zakon za vrtinčno nit v idealni tekočini.
12. Zapiši tokovni potencial pri obtekanju krogle in od tod izračunaj celotno hitrostno polje.
13. Dokaži, da je celotna sila na kroglico v idealnem, potencialnem toku enaka nič.
14. Izpelji Cauchy-Riemannove enačbe za dvodimenzionalen potencialen tok.
15. Pokaži, da so tokovnice in ekvipotencialne linije pri dvodimenzionalnem potencialnem toku med seboj pravokotne.
16. Pokaži, da je sistem dvodimenzionalnih vrtincev v idealnem, potencialnem toku hamiltonski.
17. Nastavi celoten kompleksni hitrostni potencial von Kármánove vrtinčne steze in izračunaj od tod hitrost na poljubnem mestu v tekočini.
18. Iz kompleksnega potenciala izračunaj hitrost vrtincev v von Kármánovi vrtinčni stezi.

19. Izpelji potencial in tokovno funkcijo za dvodimenzionalno, idealno obtekanje valja s cirkulacijo.
20. Izpelji stagnacijske točke za dvodimenzionalno, idealno obtekanje valja s cirkulacijo in komentiraj rezultat.
21. Izpelji teorem Kutta - Žukovski.
22. Zapiši potencial za krilo Žukovskega in od tod izpelji Kuttin pogoj.
23. Iz Kuttinega pogoja in teorema Kutta - Žukovski izpelji dinamični vzgon na krilo. Kakšno mora biti krilo, da bo dinamični vzgon kar največji, če sta hitrost in naletni kot navzgor omejena?
24. Zapiši newtonski nastavek za viskozne tekočine in s pomočjo Cauchyjeve enačbe izpelji Navier - Stokesovo enačbo.
25. Izpelji brezdimenzijsko obliko Navier - Stokesove enačbe in jo komentiraj.
26. Izpelji enačbi za vrtinčnost viskozne, nestisljive tekočine in jo komentiraj.
27. Izpelji enačbi za cirkulacijo viskozne, nestisljive tekočine in jo komentiraj.
28. Izpelji zvezo med disipacijo energije in enstrofijo pri nestisljivem viskozem toku.
29. Izpelji Hagen - Poisseuillov tok.
30. Zapiši vrtinčno polje za vrtinčno plast in komentiraj njegovo odvisnost od normalne (na površino) koordinate in časa.
31. Zapiši hitrostno in vrtinčno polje za Burgersov vrtinec ter nariši in opiši ustrezen tok tekočine in vrtinčnost.
32. Zapiši Stokesovo enačbo, komentiraj njeno veljavnost, in pokaži, da jo reši Stokesov nastavek.
33. Izpelji izraz za silo na telo v Stokesovem toku iz asimptotskega razvoja hitrosti.
34. Izpelji hitrostno polje okrog kroglice v viskozni tekočini s konstantno hitrostjo v neskončnosti.
35. Zapiši izraz za hitrostno polje okrog kroglice v viskozni tekočini s konstantno hitrostjo v neskončnosti in od tod izpelji silo na kroglico.
36. Definiraj hidrodinamske nestabilnosti in opiši dva primera.
37. Zapiši Navier - Stokesovo enačbo v Fourierovem prostoru in jo detajlno komentiraj.
38. Na primeru preprostega vrtinca na skali ℓ pokaži, da sklopitveni člen v NS enačbi vodi do kaskade vrtincev (kaskada Kolmogorova).

39. Izpelji osnovne rezultate teorije K-41.