

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
ODDELEK ZA FIZIKO

Borut Polajnar

SEMINARSKA NALOGA

Borzni zlomi

MENTOR: PROF. DR. RUDOLF PODGORNIK

Povzetek

Postopek karakterizacije procesov, ki vodijo do borznih zlomov, je v grobem sestavljen iz treh korakov. Najprej poudarim dejstvo, da je narava borznih zlomov odstopajoča od prevladujočih naključnih fluktuacij vrednosti na finančnih oz. kapitalskih trgih. Sledi ugotovitev, da se znotraj okvira borznih zlomov kot odstopajočih dogodkov srečamo s pojavi, ki so sorodni kritičnim pojavom v fiziki. Eden zaščitnih znakov kritičnosti so potenčne odvisnosti opazljivk, ki se jim v primeru borznih zlomov pridruži še pojav log-periodičnosti, ki ga lahko povežemo z diskretno invariantnostjo na zamenjavo skale - v matematičnem jeziku se ta lastnost izraža preko kompleksne fraktalne dimenzije procesa gibanja cen. Na koncu sledi potrditev log-periodičnosti kot unikatnega podpisa kritičnega razvoja borznega sistema, in sicer na primeru znanega zgodovinskega primera, kot tudi v obliki kratkega poročila o nekaterih uspešnih napovedih temelječih na tem teoretičnem konceptu.

Ljubljana, maj 2008

1 Nekaj o delovanju finančnih trgov

1.1 Učinkovitost trga

V ekonomiji predstavljata predpostavki o racionalnih vlagateljih in trgu brez arbitražnih priložnosti temelj večine teorij, ki se ubadajo z opisom in razlago delovanja trga in procesov oblikovanja tržne cene. Trg brez arbitražnih priložnosti tako tvori osnovno podstat hipotezi učinkovitega trga, ki pravi, da je najboljša možna napoved prihodnje cene, tudi če poznamo vse pretekle podatke, ravno sedanja cena, pričakovana vrednost dobička/izgube na trgu brez transakcijskih stroškov pa je tako enaka 0. Ena bolj znanih posledic predpostavke o učinkovitosti trga je, da trga po donosnosti lastnega portfelja v statističnem smislu ne more premagati nihče izmed posameznih vlagateljev.

Dejstvo, da zastonjskih kosil načeloma ni (gre za razširjeno ljudsko formulacijo pogoja o neobstoju arbitražnih priložnosti), pride prav tudi pri pojasnjevanju kratkih časovnih korelacijskih dolžin med zaporednimi premiki večine cenovnih vrst. V primeru obstoja neničelnih parskih korelacij, bi namreč pričakovani prihodnji donos m_t (definiran prek delovnega časovnega intervala določenega s časovno razdaljo med posameznimi meritvami preteklih donosov r_i) lahko izračunali po formuli [1]

$$m_t = \frac{1}{B(t, t)} \sum_{t_i < t} B(t_i, t) r_i, \quad (1)$$

kjer se da koeficiente $B(t_i, t)$ zapisati kot potenčni razvoj po ustreznih korelacijskih koeficientih $C(t_i, t)$. Ustrezna raba linearne prediktorja (1) bi nam v vsakem trenutku zagotovila statistično pozitivno poslovanje, kar pa na učinkovitem trgu seveda ni mogoče.

Tipičen obstoj neničelnih parskih korelacij med donosi na minutnih skalah trgovanja je mogoče pojasniti z obstojem transakcijskih stroškov, ki spremljajo vsakršno tržno aktivnost posameznika. Sama korelacija med zaporednimi premiki cene torej sama po sebi še ne more zagotoviti statistično pozitivnega poslovanja, če se transakcije dogajajo na skali, kjer povprečna donosnost ne presega povprečnih transakcijskih stroškov. Ker je približno ujemanje doseženo šele na dnevni ravni trgovanja, medtem ko na minutni skali povprečni transakcijski stroški tipično močno presegajo povprečne donose, obstoj neničelnih parskih korelacij med donosi na minutnih skalah za trdnost hipoteze o učinkovitem trgu ni relevanten.

1.2 Preprost model delovanja trga - kako se informacija prelije v vrednost?

Zanimivo je na preprostem simetriziranem modelu, ki ga povzemam po [1], ilustrirati dejstvo, da posamezniku tudi hipotetična informacijska prednost na učinkovitem trgu zaradi delovanja tržnih mehanizmov ne pomaga prav dosti, saj se izkoriščanje dobičkonosne informacije hitro izrazi v prilagoditvi cene, ki vrednost informacije izniči.

Predpostavimo torej obstoj trga brez transakcijskih stroškov, ki ga polovično sestavljajo informirani vlagatelji, polovično pa vlagatelji, ki trgujejo na podlagi zašumljenih informacij. Prvi svoje odločitve sprejemajo na podlagi informacij, ki so relevantne za vrednost premoženja s katerim trgujejo, medtem ko odločitve drugih temeljijo na neodvisnih in partikularnih razlogih (npr. potrebo po denarju za odplačilo kredita) ali pa na nepopolnih, lahko pa tudi zavajajočih informacijah, ki z dejanskim gibanjem cene nimajo

opravka. Vsak od hipotetičnih vlagateljev se v danem trenutku odloča zgolj med akcijo nakupa ali prodaje ene enote premoženja.

Recimo nadalje, da informirani vlagatelji razpolagajo s podatkom, da za naslednji premik cene C obstaja verjetnost $p_+ = 3/4$, da bo premik pozitiven in po velikosti enak δC , medtem ko ima negativni premik enake velikosti verjetnost $p_- = 1/4$. Racionalni vlagatelj, ki razpolaga z opisano informacijo, bi se na trgu brez transakcijskih stroškov odločil za nakup, saj je pričakovani kapitalski dobiček pozitiven in znaša $\delta C/2$. Vendar pa je za izvedbo posla nakupa potrebno dobiti tudi prodajalca. Pri izhodiščni ceni C se za prodajo odločajo samo neinformirani vlagatelji, ki predstavljajo neracionalnost tržnega obnašanja. Ker njihova odločitev ni pogojena z objektivnimi razmerami na trgu, lahko delež neinformiranih vlagateljev pripravljenih za prodajo y jemljemo za naključno spremenljivko, ki je enakomerno porazdeljena na intervalu med 0 in 1. Po drugi strani lahko delež informiranih vlagateljev pripravljenih za nakup pri dani ceni $x(C)$ ocenimo kot linearno padajočo funkcijo med trenutno ceno C in potencialno prihodnjo ceno $C + \delta C$. Nastavek lahko upravičimo s smiselno predpostavko enakomerne porazdelitve odnosa do tveganja med informiranimi vlagatelji, tako da imajo ti vzeti kot celota nevtralen odnos do tveganja.

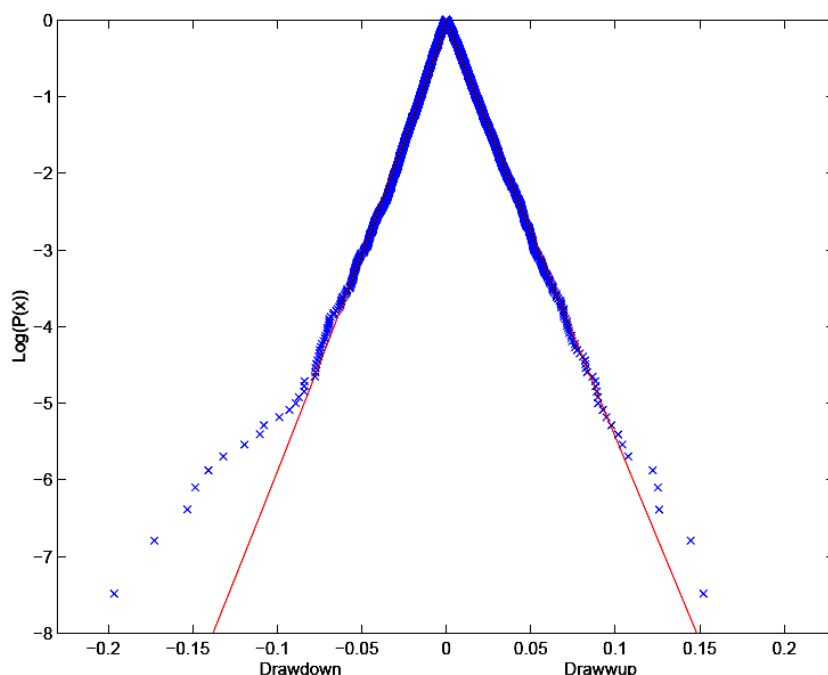
Soočen z dejstvom, da število informiranih trgovalcev z željo po nakupu presega število ponudnikov, bi posrednik pri sklepanju poslov dvignil ceno in s tem odvrnil nekaj informiranih vlagateljev od nakupa, tako da bi na koncu dobili ujemanje pri $x+(1-y) = y+(1-x)$. V ravnovesju se tako število informiranih nakupov ujema s številom neinformiranih prodaj in obratno. V povprečju to pomeni stično točko pri vrednostih $x = y = 1/2$. Iz linearne odvisnosti $x(C)$ posledično sledi, da bo povprečna cena transakcije znašala $C + \delta C/2$, kar ravno izniči pričakovani kapitalski dobiček informiranih vlagateljev.

Opisani model je seveda silno poenostavljen, vendar lepo poda bistvo narave finančnih trgov, ki izkoriščanje oportune informacije peljejo proti ustreznemu dvigu oziroma padcu cene. Bolj kot je trg učinkovit, hitreje se zapirajo okna priložnosti, ki temeljijo na apriorni informiranosti, s temi pa tudi 'zastonjarsko služenje'. Udejstvovanje na trgu je torej predvsem igra na srečo, ki jo poganja hkraten obstoj skupin ljudi, ki verjamejo v dvig na eni in padec cene na drugi strani.

2 Ekstremni borzni padci kot odstopajoči dogodki

Ekstremne dogodke na borzi je kot 'posebneže' (ang. *outliers*) obravnaval že Louis Bachelier, čigar doktorska teza iz leta 1900 velja za začetek kvantitativne obravnave cenovnih gibanj. Posamezne velike donose (tako negativne kot pozitivne), ki se ne skladajo z izhodiščno Bachelierjevo tezo o Gaussovo porazdeljenih premikih cene, se da ukrotiti z uporabo porazdelitev z debelimi repi. Lep primer je obrazložitev gibanj cen bombaža – za kumulativno porazdelitev posameznih donosov je Mandelbrot leta 1963 ugotovil, da pripada razredu stabilnih Lévyjevih funkcij s potenčnim repom $\sim u^{-1.7}$. Poleg posamičnih velikih donosov pa so zanimivi še padci oz. skoki, ki so posledica zaporednih enako predznačenih posamičnih donosov – tej kategoriji dogodkov je posvečena sledeča obravnava, ki jo povzemam po [2].¹

¹V nadaljevanju pozornost prvenstveno posvečam obravnavi borznih padcev, medtem ko so borzni skoki potisnjeni v ozadje. Razlog za to je preprost: medtem ko se da borzne padce povezati s predhodno endogeno (t.j. notranjo) izgradnjo špekulativnih balonov, kot je to opisano v naslednjih poglavjih, so



Slika 1: Prikazan je logaritem kumulativne porazdelitve skokov (ang. *drawups*) in padcev (ang. *drawdowns*) vrednosti Frankfurtskega indeksa DAX od leta 1970 do sredine leta 2000. Zvezni rdeči črti sta podatkom prilagojeni reprezentaciji predpostavke (2) v logaritmični skali. Padci: $A = 1784$ (vrednost je fiksno določena s številom merjenih točk), $\chi[\%] = 1.55 \pm 0.04$, $z = 0.95 \pm 0.02$. Skoki: $A = 1785$ (vrednost je fiksno določena s številom merjenih točk), $\chi[\%] = 1.77 \pm 0.04$, $z = 0.98 \pm 0.02$. Opazno odstopanje negativnih korekcij in relativna ukročenost borznih skokov, ki ju lahko opazimo na sliki, sta – gledano v povprečju po večih svetovnih borznih indeksih – precej splošen pojav. Podatki in slika so povzeti po [2].

Ideja o preučevanju borznih padcev, ki jih definiramo kot akumulacijo nizov negativnih donosov oz. ekvivalentno kot padec med lokalnim maksimumom in naslednjim lokalnim minimumom v cenovni vrsti, je pomembna vsaj iz enega vidika - statistika padcev namreč presega povednost tako porazdelitve posamičnih donosov, kot tudi merjenja parskih korelacij. Gre namreč za analizo kombinacije moči posamičnih donosov in njihove sekvenčne odvisnosti, in sicer brez nepotrebne omejitve na to ali ono specifično dolžino niza.

Seveda se nam sedaj zastavi vprašanje, kako izračunati porazdelitev borznih padcev po njihovi velikosti. Prvo oceno lahko zelo hitro dobimo z intuitivnim pristopom. Pri procesih brez spomina, kot je gibanje cene na učinkovitem trgu, je verjetnost za posamezne enako predznačene nize eksponentno padajoča in v primeru simetričnega trga približno enaka $1/2^N$. V povprečju je padec D ravno sorazmeren dolžini negativnega niza, saj lahko zapišemo $D = NE(x_-)$, kjer je $E(x_-)$ pričakovani negativni donos. Pričakovana porazdelitev borznih padcev po njihovi velikosti je torej ob standardni predpostavki neodvisnih zaporednih premikov cene eksponentna.

Izkaže se, da je opisani intuitivni pogled nekoliko preveč poenostavljen. Eksponentna porazdelitev borznih padcev je asimptotska rešitev ob predpostavki, da ima porazdelitev posamičnih donosov eksponentne repe ali pa repe, ki so tanjši od eksponentnih. V primeru debelih repov asimptotska odvisnost porazdelitve donosov po drugi strani ohranja obliko izvorne porazdelitve posamičnih donosov.

borzni skoki tipično posledica eksogenih (t.j. zunanjih) ‘šokov’ v obliki presenetljivih pozitivnih izkazov o višini dobičkov podjetij itd. Različni mehanizmi v ozadju padcev oz. skokov vodijo do razlik v izrazitosti - zgodovinska dogajanja nam tako izkažejo, da so pravi ‘posebneži’ predvsem borzni padci in ne toliko borzni skoki (glej sliko 1).

Oba primera je mogoče združiti pod zastavo t.i. raztegnjene eksponentne distribucije (ang. *stretched exponential*). To v kumulativni obliki zapišemo kot

$$\Pr\{D > d\} = A \exp\left(- (d/\chi)^z\right), \quad (2)$$

kjer vrednosti $z < 1$ predstavljajo obnašanje z debelimi repi, odvisnost $z = 1$ pa je asimptotski približek pri eksponentno oz. hitreje kot eksponentno padajoči izhodiščni porazdelitvi donosov.

Pri analizi podatkov s svetovnih borz lahko ugotovimo, da približno 1 - 2% največjih padcev nikakor ni mogoče umestiti v okvir porazdelitve (2) – največji padci so namreč do trikrat večji od pričakovanj ob predpostavki pravilnosti te hipoteze. Čeprav je mogoče argumentirati, da nastavek (2) preprosto ni ustrezen, je vendarle potrebno poudariti, da gre za precej splošno obliko, ki kot rečeno pokrije tudi območje porazdelitev z debelimi repi, ki se tipično pojavljajo pri analizah posamičnih donosov v cenovnih vrstah. V nadaljevanju se bom tako osredotočil na možnost, ki se zdi zelo verjetna, in sicer da največji padci dejansko so ‘posebneži’ oz. odstopajoči dogoki, ki jih je potrebno pojasniti z mehanizmi ojačevanja, ki ne morejo izvirati iz naključnega fluktuiranja cen v ‘normalnih’ časih. Izkaže se, da je v okviru standardnih ekonomskih predpostavk o racionalnosti vlagateljev in učinkovitosti trga, obnašanje borznih sistemov v okolici zlomov mogoče pojasniti ob predpostavki razvoja kritičnega stanja temelječega na samoorganizirajočem imitiranju posameznih vlagateljev.

3 Mikroskopski model - kritičnost kot mehanizem v ozadju borznih zlomov

Tipične ekonomske razlage vzrokov borznih zlomov so povezane z opisi pokanja t.i. ‘špekulativnih balonov’. Gre za strmo padanja cene nazaj k ‘pravi vrednosti’, katere približek lahko izračunamo kot diskontirano vrednost prihodnjih donosov. V okviru fizikalnega pristopa se razvoja tovrstnih dogodkov kvalitativno lotimo z razlago, da rast špekulativnih balonov povzroči mnenjsko sklopitev² znotraj množice vlagateljev. Če se ta dovolj ojača in če mnenjsko usklajene skupine vlagateljev posledično postanejo dovolj velike, lahko v nekem trenutku pride do koherentne kolektivne odločitve za prodajo, taka reakcija pa privede do ponudbenih presežkov, ki povzročijo padec. Borzniki o takih masovnih reakcijah radi govorijo kot o paniki vlagateljev.

Podlago samemu kooperativnemu delovanju znotraj množice vlagateljev dajejo socialne mreže, v katere je takorekoč po definiciji vpet vsak človeški posameznik. Vezivno tkivo takih mrež tvorijo informacijske povezave, ki posameznikom omogočajo izmenjavo mnenj in prepričanj. Kanale prenosa informacij znotraj človeške družbe lahko razdelimo po naslednji shemi:

1. individualni informacijski kanali, t.j. neposredni pogovori, telefonski kontakti, elektronska pošta itd.

²Mnenjska sklopitev v času rasti špekulativnih balonov postane pomemben faktor, saj so odmiki od fundamentalnih vrednosti in povečane rasti cen v človeški družbi vedno podvrženi analizam, govoricam in različnim špekulacijam. Pričakovanja, ki se z njimi napajajo, preglasijo vse druge razloge za oblikovanje cene, tako da je optimalno obnašanje posameznika vedno bolj vezano na čim boljšo oceno mnenja čim širše množice vlagateljev.

2. komercialni informacijski kanali kot so časopisi, revije, knjige, radijo, televizija itd.
3. institucionalni informacijski kanali preko cerkvenih organizacij, političnih strank itd.

V prvi točki gre za interakcije kratkega dosega, medtem ko druga in tretja točka opisujeta informacijske kanala, ki dosegajo velike skupine ljudi naenkrat in so torej dolgega dosega v smislu družbenega vpliva.

Sledi predstavitev preprostega modela gibanja cene, skupaj z rešitvijo problema optimalne strategije v okviru predpostavke racionalnih pričakovanj ob prevladujočem vplivu zgolj individualnih povezav med posazmeznimi vlagatelji. Tako kot klasifikacija informacijskih kanalov znotraj socialnih mrež je večina informacij v nadaljevanju poglavja povzetih po [3], posebej pa so označene zgolj informacije iz drugih virov.

3.1 Definicija modela

Predstavljajmo si torej mrežo N tržnih agentov - o naravi te mreže bomo naredili zgolj predpostavko, da je znotraj nje dostop do informacij omejen z dosegom do prvih najbližjih sosedov, medtem ko nas njena konkretna struktura zaenkrat ne bo zanimala. V tem preprostem modelu se vsak izmed vlagateljev i odloča med dvema strategijama s_i , in sicer opcijo nakupa enote premoženja ($s_i(t) = +1$) ali opcijo prodaje enote premoženja ($s_i(t) = -1$). Na trgu obstaja temeljna enačba gibanja cene $p(t)$, in sicer

$$\frac{p(t) - p(t-1)}{p(t-1)} = F\left(\frac{\sum_{i=1}^N s_i(t-1)}{N}\right) \Delta t + \sqrt{\Delta t} \sigma \eta(t). \quad (3)$$

Predpostavlja se torej, da trgovanje poteka v diskretnih korakih, katerih dolžina je določena s številom enot časa Δt . Prvi člen na desni strani enačbe ponazarja vpliv ravnovesja med ponudbo in povpraševanjem. Za funkcijo F se posledično predpostavlja, da je monotono naraščajoča in da $F(0) = 0$. Taka oblika funkcije F namreč zadosti razumnemu pogoju, da popolno ujemanje med željami prodajalcev in kupcev ne vpliva na premik cene, medtem ko presežek nakupovalcev dviguje ceno, presežek prodajalcev pa ceno niža. V našem modelu bomo operirali s preprosto odvisnostjo $F(x) = \mu x$. Drugi člen na desni strani enačbe je stohastična komponenta, ki sama po sebi generira geometrično Brownovo gibanje cene, ki je standardni ekonomski približek naključnega fluktuiranja cenovnih vrst. Volatilnost cene pri dani enoti časa je tako predstavljena s simbolom σ , $\eta(t)$ pa je normalna spremenljivka s povprečjem 0 in varianco 1.

3.2 Tržna strategija ob predpostavki racionalnih pričakovanj in prevladujočem vplivu interakcij kratkega dosega

Racionalni vlagatelj se po osnovni predpostavki za svojo strategijo odloči zgolj na podlagi pričakovanega donosa $E(P)$. V našem modelu so vsi vlagatelji seznanjeni s temeljno enačbo gibanja cene (3), omejuje pa jih končen doseg zbiranja informacij - informacijsko zajetje vsakega od njih se namreč konča pri naboru najbližjih sosedov, reakcije ostalih pa so za danega vlagatelja nepredvidljive in jih ob predpostavki simetričnega trga lahko ponazorimo z verjetnostjo $1/2$ za nakup in verjetnostjo $1/2$ za prodajo. Posamezni vlagatelj i lahko torej svoj pričakovani donos najbolje oceni po formuli

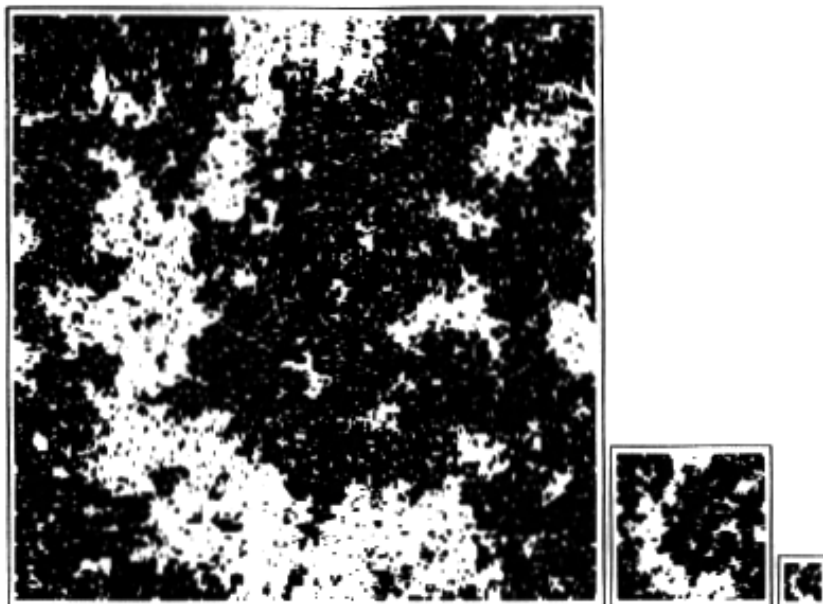
$$E(P_i) = \Delta t \left(\frac{\mu}{N} \sum_j s_j(t-1) + \frac{\sigma}{\sqrt{\Delta t}} \eta(t) \right) p(t-1) s_i(t-1), \quad (4)$$

kjer gre vsota \sum_j po najbližjih sosedih in vlagatelju i samem. Jasno je, da optimalna strategija $s_i(t-1)$ zahteva uskladitev s predznakom pričakovanega premika cene in jo torej lahko zapišemo kot

$$s_i^{\text{opt}}(t-1) = \text{sign}\left(\frac{\mu}{N} \sum_j s_j(t-1) + \frac{\sigma}{\sqrt{\Delta t}} \eta(t)\right). \quad (5)$$

Enačba (5) lepo povzema Keynesov pogled na izoblikovanje borznih cen [1]. Slavni ekonomist je namreč zagovarjal tezo, da vrednost posameznih finančnih instrumentov ni nujno samo funkcija fundamentalnih parametrov, ampak da pri vrednotenju pomembno vlogo igrata tudi množična psihologija in pa individualna pričakovanja posameznikov. Svoje razmišljanje o prevladujočem vplivu, ki ga lahko dobi psihologija množice na vrednotenje cene v nekem trenutku, je ponazoril s znano parabolo o lepotnem tekmovanju. V njej pravi, da je za napoved zmagovalca/zmagovalke lepotnega tekmovanja bolje kot 'objektivno' meriti skladnost z obćimi normami lepote, ugotavljati razporedenje čim širše množice ljudi, ki lahko vplivajo na končno odločitev. Najboljša strategija zatorej ni izbira kandidata/kandidatke, ki se posamezniku zdi najlepši/najlepša, ampak je bolj racionalna izbira kandidata, za katerega posameznik ugotovi/verjame/misli, da ga bodo odločevalci preferirali (sami vzroki zakaj, tu niti niso tako pomembni). Opisano 'anketarsko' naravo odločanja lepo povzema ravno strategija (5).

3.3 Podobnost s fizikalnimi snovnimi modeli



Slika 2: Stanje 2-D Isingovega modela v kritični točki (črni/beli kvadrati lahko ponazarjajo stanje spin gor/dol v primeru fizikalnega modela oz. mnenjsko preferenco za nakup/prodajo v primeru ekonomskega modela). Korelacijska dolžina je v principu neskončna zato sistemu ni moč določiti karakteristične skale - vedno manjši kvadrati, ki nastanejo s procesom renormalizacije in ustrezajo pogledu z vedno večjih skal, uokvirjajajo vzorec, ki se statistično ne spreminja. Slika je povzeta po [1].

Čeprav nismo zapisali hamiltoniana in smo se bolj kot na ravnovesje sistema osredotočili na odločanje posameznika v danem trenutku, je opisani sistem ekvivalenten Isingovemu modelu magnetne snovi. Gre za enega zgodovinsko najpomembnejših opisov, ki

v 2-D (in višjih dimenzijah) izkazuje t.i. kritičnost. Pri prehodu kritične točke pride do zloma ergodičnosti, saj se sistem preferenčno nahaja v stanjih, ki – v primeru magnetnih sistemov – v povprečju dajejo neničelno magnetizacijo. Na splošno lahko na kritične pojave gledamo skozi manihejsko optiko boja med redom in neredom. Če se vrednost kontrolnega parametra K , ki ga v primeru strategije (5) lahko definiramo kot relativno jakost mnenjske sklopitve napram jakosti naključne fluktuacije μ/σ , dovolj približa kritični vrednosti K_c , se v sistemu vzpostavijo korelacije, ki so po dolžini primerljive z velikostjo sistema. Odziv sistema tako postaja vedno bolj koordiniran in sinhron. Sama usmeritev po prehodu kritičnosti (spin gor/dol oz. odločitev nakup/prodaja v našem ekonomskem modelu) je v principu odvisna od naključnih fluktuacij pri vzpostavljanju kritičnosti, zlahka pa si predstavljamo, da lahko v primeru močno sklopljenega sistema vlagateljev ena sama pesimistična novica povzroči masovno reakcijo, ki pripelje do borznega zloma.

Nekakšen zaščitni znak kritičnih sistemov so potenčne odvisnosti relevantnih spremenljivk od oddaljenosti od kritičnosti $|K - K_c|$. Pojav potenčnega razreda funkcij kot relevantnih odvisnosti v bližini kritičnosti, si lahko razložimo z njihovo lastnostjo homogenosti (17), ki je analitični ekvivalent geometrijskemu pojmu invariantnosti na zamenjavo skale. Kritičnemu sistemu namreč ni mogoče določiti preferenčne skale, saj gre korelacijska dolžina v kritični točki proti neskončnosti, danemu opazovalcu pa se posledično sistem na vseh skalah zdi samopodoben, t.j. invarianten na zamenjavo skale (glej sliko 2).

Z uvedbo mnenjskih sklopitev v obliki imitirajočega obnašanja in posledične spontane lokalne samoorganiziranosti med vlagatelji smo vzpostavili mehanizem kritičnega razvoja globalne koordiniranosti, ki lahko privede do borznega zloma, torej dogodka, ki ga pri porazdelitvi negativnih korekcij zaznamo kot ‘posebneža’ v smislu obravnave v poglavju 2. Po analogiji s fizikalnimi snovnimi modeli v bližini kritične točke za pomembne opazljivke znotraj ekonomskega sistema pričakujemo potenčne odvisnosti od relevantnih parametrov. Pričakovanje se potrди v naslednjem poglavju, ki natančneje analizira gibanje cene v okolici hipotetičnega borznega zloma.

4 Makroskopski pristop - kako nastajajo špekulativni baloni?

V tem razdelku se namesto na reakcijo posameznika osredotočim na dinamičen odziv sistema kot celote in poiščem eksplicitno časovno odvisnost cene pred zlomom trga. Izpeljava je povzeta po [4].

Osnovno dinamiko cene v našem modelu določa časovno odvisna donosnost $\mu(t)$. Časovni delovni okvir obravnave je postavljen v okolico hipotetičnega zloma, katerega moč kvantificiramo s koeficientom $\kappa \in [0, 1]$, ki predstavlja relativni padec cene v primeru zloma. Dodatno variabilnost moči zloma dosežemo tako, da jo podredimo tudi odmiku cene v trenutku zloma od neke preddoločene vrednosti p_1 . O samem pojavu zloma v danem trenutku sicer odloča stopničasti stohastični proces $j(t)$, ki ima pred zlomom vrednost 0, po zlomu pa vrednost 1. Z naštetimi parametri zapišemo enačbo gibanja cene v obliki

$$dp = \mu(t)p(t)dt - \kappa(p(t) - p_1)dj. \quad (6)$$

Reševanja enačbe se lotimo v statistični maniri z apliciranjem operatorja povprečja. Hipoteza učinkovitega trga nam zagotavlja, da $E(dp) = 0$. Če sedaj upoštevamo še

definicijo stopnje tveganja za zlom trga ob pogoju, da do zloma že ni prišlo: $h(t) = E(dj/dt)$, nam povprečenje na enačbi (6) vrne

$$\mu(t)p(t) = \kappa(p(t) - p_1)h(t). \quad (7)$$

Dobljeni rezultat vstavimo nazaj v enačbo (6). Če v modelu obdržimo parameter p_1 potem je rešitev dobljene enačbe³

$$p(t) \approx p(t_0) + \kappa(p(t_0) - p_1) \int_{t_0}^t h(t') dt', \quad (8)$$

če pa to prostostno stopnjo zanemarimo, dobimo rezultat

$$\log p(t) = \log p(t_0) + \kappa \int_{t_0}^t h(t') dt'. \quad (9)$$

Obe navedeni rešitvi se nanašata na gibanje cene *pred* pojavom zloma. Aplikativnost ene ali druge rešitve lahko povežemo z makroekonomskimi značilnostmi sistema, ki ga opisujemo, medtem ko je tehnično razlika zgolj v tem, da je v prvem primeru naravna spremenljivka cena sama, v drugem primeru pa to mesto zavzame logaritem cene. Rezultate bom odslej zato zapisoval samo za prvi primer.

Časovna dinamika gibanja cene je torej odvisna zgolj od stopnje tveganja $h(t)$, katere časovni razvoj lahko povzamemo z enačbo

$$\frac{dh}{dt} = Ch^\delta \quad (10)$$

kjer je C pozitivna konstanta in $\delta > 1$. Zapisano enačbo nadeksponentne rasti lahko upravičimo z razmislekom o prisotnosti pozitivnih povratnih zank v času izgrajevanja špekulativnih balonov, ki se zdi ključna za opis in karakterizacijo teh pojavov. V času rasti špekulativnih balonov, vlagatelji zaradi povečane stopnje tveganja prejema tudi povečane donose na svoj vložek. Vlagatelji z bolj negativnim odnosom do tveganja namreč po visokih cenah prodajajo prodajajo premoženje pogumnejšim igralcem, ki (preveč) optimistično pričakujejo nadaljnjo rast. Tovrstni posli dvignejo tržne vrednosti premoženja v višave, kar pa zaradi povečevanja odmikov od fundamentalnih vrednosti generira zopet višja tveganja.

Predpostavljena enačba za razvoj stopnje tveganja ima rešitev

$$h(t) = \frac{B}{(t - t_c)^\alpha}, \quad (11)$$

kjer velja $\alpha = 1/(\delta - 1)$. Da cena dana z (8) oz. (9) v kritičnem času t_c ne bi zletela v neskončnost, mora biti $\alpha \in (0, 1)$. To v obratnem smislu postavi pogoj, da $\delta \in (2, \infty)$. V skladu s teorijo povprečnega polja nosi δ informacijo o učinkovitem številu interakcij, ki jih čuti posamezni delec. Obravnavani model torej velja ob predpostavki, da je tipični vlagatelj povezan vsaj še z enim drugim investitorjem.

Kritični čas t_c predstavlja čas izteka špekulativnega balona. Balon se sicer z zlomom borze lahko zaključi kadarkoli pred t_c , verjetnost za tak dogodek pa je dana z $\int_{t_0}^{t < t_c} h(t') dt'$.

³Da poenostavimo integral, vzamemo, da je $p(t) - p(t_0) \ll p(t_0) - p_1$, kar zagotovi majhno relativno spremembo razlike $p(t) - p_1$ na intervalu $[t_0, t]$.

Poudariti je potrebno, da v našem modelu skupna verjetnost zloma v življenjskem času špekulativnega balona ni normalizirana na 1, saj velja

$$1 - \int_{t_0}^{t_c} h(t) dt > 0. \quad (12)$$

Taka predpostavka pojasni na videz kontraintuitivno obnašanje vlagateljev, ki kljub naraščajoči možnosti zloma vztrajajo na trgu in s svojimi vlaganji ženejo ceno navzgor, saj se jim ob neničelni verjetnosti, da do zloma ne pride, njihovi vložki potencialno lahko odlično obrestujejo. Predpostavka (12) je tako ključnega pomena, saj z racionalizacijo vlaganja v pogojih povečanega tveganja, ustvari mehanizem, ki je pod predpostavko učinkovitega trga edini smiseln, namreč da naraščajoče tveganje na trgu spremlja ustrezna kompenzacija v obliki povečane donosnosti.

Za časovno odvisnost cene v bližini kritičnosti sistema ob upoštevanju (11) dobimo

$$p(t) = p_c - \frac{\kappa B}{z} (t_c - t)^z, \quad (13)$$

kjer je $z = 1 - \alpha \in (0, 1)$, p_c pa je cena izračunana v kritičnem času ob pogoju, da se zlom ni zgodil. Cena tako v bližini kritičnega časa sledi potenčni odvisnosti s končno zgornjo mejo.

Posebej zanimivo je, da tipično za eksponent α , ki karakterizira potenčno obnašanje stopnje tveganja in posledično cene v bližini kritičnosti, izmerimo tudi kompleksno število. Ta se v realnem signalu odlikava v odvisnosti oblike⁴

$$h(t) = B_0(t_c - t)^{-\alpha} + B_1(t_c - t)^{-\alpha} \cos[\omega \log(t_c - t) - \psi]. \quad (14)$$

Za odvisnost cene pa tako dobimo

$$p(t) = p_c - \frac{\kappa}{z} \left(B_0(t_c - t)^{-z} + B_1(t_c - t)^{-z} \cos[\omega \log(t_c - t) - \phi] \right) \quad (15)$$

Oscilacija v logaritmu neodvisne spremenljivke, ki se pojavlja v gornjih enačbah, je znana kot log-periodičnost. V primeru proučevanja špekulativnih balonov, predstavlja log-periodičnost ključni moment, saj se smatra, da gre za unikatni podpis izgrajevanja kritičnosti v borznih sistemih. Pojav log-periodičnosti igra zatorej glavno vlogo tako pri zagovarjanju teze o kritični naravi špekulativnih balonov in njihovih zlomov, kot tudi pri napovedovanju prihodnjih zlomov. Možnost napovedovanja je s stališča omilitev potencialnih uničujočih ekonomskih posledic borzних zlomov seveda še posebej zanimiva. Opis uporabnosti log-periodičnosti v praksi je popisan v poglavju 6.

Borzne zlome se da torej razumeti v okviru teorije kritičnih pojavov, katere zaščitni znak so potenčne odvisnosti relevantnih spremenljivk v bližini kritične točke. Potenčnim odvisnostim smo pri opisu špekulativnih balonov v skladu z eksperimentalnimi dejstvi dodali še poseben dekorativni signal – log-periodičnost. Nanizane analitične lastnosti so povezane s čisto simetrijskimi argumenti, ki jih v naslednjem poglavju obravnavam v navezavi na tematsko navidezno neodvisno geometrijsko temo o prav posebnih geometrijskih objektih – fraktalih.

⁴Za eksplicitno povezavo med log-periodičnim signalom in kompleksnim eksponentom α glej poglavje 5 (enačbi (19) in (20) ter spremljajoča argumentacija).

5 Pogled vstran - večplastnost pojma dimenzije

Invariantnost na zamenjavo skale je osnovna karakteristika geometrijskih objektov, poimenovanih fraktali. Oče fraktalne geometrije je Benoit B. Mandelbrot, njegovo temeljno delo na tem področju pa je knjiga *Fractal Geometry of Nature* [5]. V njej o večplastnosti pojma dimenzije prostora, ki ga je v zakladnico človeške znanosti uvedel Evklid pred več kot 2000 leti, zapiše naslednje besede:

Klobčič volne se oddaljenemu opazovalcu zdi točkast, vendar se na razdalji 10 cm spremeni v 3-dimenzionalen objekt. Na razdalji 10 mm se klobčič zdi kot zmešnjava 1-dimenzionalnih niti, ki se na 0.1 mm spremenijo v 3-dimenzionalne valje, ti pa se nato na 0.01 mm zopet spremenijo v 1-dimenzionalne volnene laske itn. 'Efektivna' dimenzija objekta torej ves čas prehaja med različnimi vrednostmi... Prehodna območja s slabo definirano dimenzijo lahko preinterpretiramo kot fraktalna s Hausdorffovo dimenzijo, ki presega topološko dimenzijo objekta.

Omenjeno Hausdorffovo oz. fraktalno dimenzijo D lahko zapišemo kot

$$D = \frac{\log N(1/r)}{\log 1/r}, \quad (16)$$

kjer je N število elementov fraktalnega objekta, ki jih lahko naštejemo pri resoluciji $1/r$. Vrednost fraktalne dimenzije je lahko celoštevilaska (ravninsko Brownovo gibanje s topološko dimezijo 1 ima fraktalno dimenzijo 2), vendar so bolj splošni primeri, ko je fraktalna dimenzija realna, se pravi necela, zlomljena, ulomljena – odtod tudi ime celotne skupine. S posplošitvijo pojma dimenzije je Mandelbrot dosegel karakterizacijo novih geometrijskih objektov. Ti za razliko od evklidskih bratrancev niso več striktno translacijsko invariantni, še vedno pa ohranjajo samopodobnost, t.j. invariantnost na zamenjavo skale.



Slika 3: Dva zgodovinsko pomembna primera fraktalnih množic. Na levi je prikazana Cantorjeva množica s fraktalno dimenzijo $\log 2 / \log 3 \approx 0.63$, na desni pa Kochova krivulja s fraktalno dimenzijo $\log 4 / \log 3 \approx 1.26$. Lahko si mislimo, da je v fraktalni meri Cantorjeva množica več kot točka, vendar manj kot premica, Kochova krivulja pa je več kot premica, vendar manj kot ravnina. Topološko gledano med Cantorjevo množico in točko na eni ter Kochovo krivuljo in premico na drugi strani ni razlik. Leva slika je povzeta po [7], desna pa po [6].

Opisani geometrijski pojmi imajo tudi svoj analitični odmev. Opazljivka \mathcal{O} je invariantna na zamenjavo skale, če njeno odvisnost od spremenljivke x opisuje homogena

funkcija, torej če velja

$$\mathcal{O}(\lambda x) = \mu(\lambda)\mathcal{O}(x), \quad (17)$$

kjer je λ poljubna konstanta. Rešitve funkcijske enačbe (17) so potenčne funkcije oblike Cx^α . Pri danih $\mu(\lambda)$ in λ velja

$$\alpha = \frac{\log \mu(\lambda)}{\log \lambda}. \quad (18)$$

Po analogiji z definicijo (16) vidimo, da eksponent α v analitični domeni prevzame vlogo geometrijskega pojma fraktalne dimenzije D .

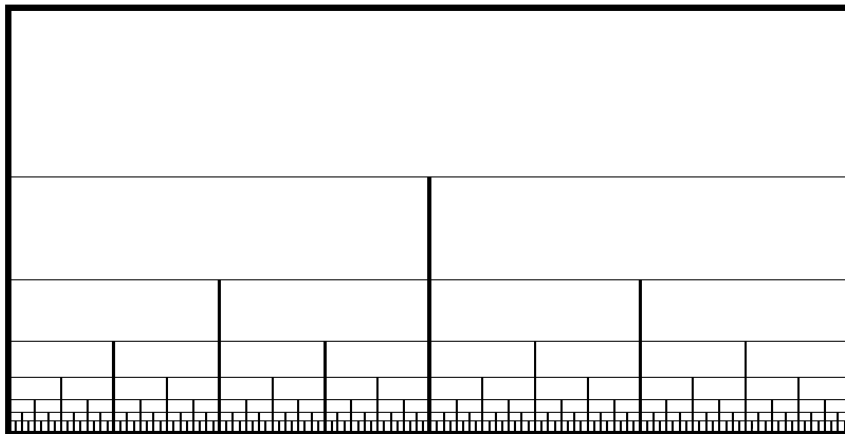
Potenčne rešitve enačbe (17) lahko še nekoliko posplošimo, saj enačbo reši tudi nastavek

$$\mathcal{O}(x) = Cx^\alpha P\left(\frac{\log x}{\log \xi}\right), \quad (19)$$

kjer je P periodična funkcija s periodo 1. Rešitev tako velja zgolj za nabor $\lambda = \xi^m$, kjer je $m \in \mathbb{Z}$. Funkcije oblike (19) torej nimajo več zvezne, pač pa diskretno invariantnost na zamenjavo skale, predstavljajo pa zanimivo generalizacija osnovne potenčne rešitve. Če namreč Fourierov razvoj funkcije P , torej $\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n \exp(i2\pi n \ln x / \ln \xi)$ vstavimo v (19), lahko zapišemo:

$$\mathcal{O}(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n x^{\alpha + i2\pi n / \ln \xi} = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} c_n x^{\alpha_n}. \quad (20)$$

Funkcijo oblike (19) smo tako prepisali kot vsoto potenčnih funkcij z neskončnim diskretnim spektrom kompleksnih eksponentov α_n in tako vzpostavili povezavo med kompleksnim koeficientom in signalom oblike (15), ki predstavlja tipično časovno odvisnost gibanja cene pred borznimi zlomi.

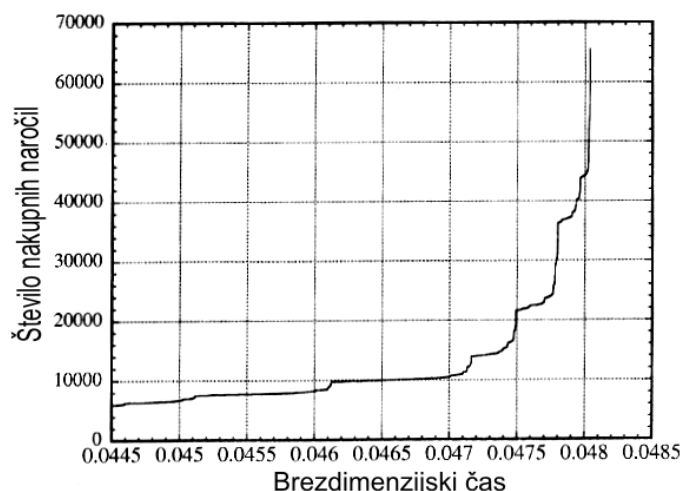


Slika 4: Primer hierarhične socialne mreže. Lahko si na primer predstavljamo, da je največja enota valutna sfera, ki združuje dve državi s skupno valuto. Vsaka od njiju je nadalje sestavljena iz dveh bančnih skupin, ki vsebujeta vsaka po dve banki itd. Geometrijsko je prikazana struktura fraktal z dimenzijo $\log 2 / \log x$, kjer je $x \in [1, \infty]$ razmerje med dolžinami črt elementov na zaporednih nivojih. Slika je povzeta po [8].

Kompleksni eksponenti, ki jih v meritvah zaznamo prek pojava log-periodičnosti, niso torej nikakršen nepojasnljiv kuriozum, ampak neposredna posledica diskretne invariantnosti na zamenjavo skale, bolj ali manj skrite nekje v naravi sistema, ki ga opazujemo. Kar se tiče kompleksnih eksponentov, ki jih zaznamo pri opazovanju gibanja cen v času spekulativnih balonov, jih lahko pripisemo strukturi socialnih mrež, ki služijo kot podstat

razvoju kritičnosti borznega sistema prek imitirajočega obnašanja vlagateljev povezanih v teh mrežah. Zgradbe človeških povezav so namreč redko evklidskega tipa kot npr. v primeru 2-D Isingovega modela magnetne snovi in bolj često izkazujejo hierarhične komponente z relativno ostro določenimi strukturnimi nivoji, ki definirajo preferenčne skale znotraj sistema (glej sliko 4).

Primer, ko hierarhična struktura trgovalcev pripelje do log-periodičnih elementov v relevantnem signalu, je tudi model procesa odločanja za vstop na trg, ki je predstavljen v [8]. Predstavljajmo si sistem trgovalcev urejenih v hierarhično mrežo kot je shematsko prikazana na sliki 4. Vsak od njih se odloča zgolj med inertnostjo in vstopom na trg z nakupom enote premoženja od centralne agencije, ki lahko zadosti vsakršnemu povpraševanju. Vsak od vlagateljev si pred vstopom na trg vzame čas t_i , ki ga porabi za zbiranje informacij. Če odproda sosed 1 vlagatelja 2, kjer vlagatelja 1 in 2 kot par predstavljata višjenivojsko strukturo, potem se čas vstopa na trg za vlagatelja 2 skrajša, in sicer $t'_2 = t_1 + 2^{-\beta}(t_2 - t_1)$, kjer je β faktor vpliva. Opisana sklopitev privede do v času pospešenega vstopanja na trg, variacija števila nakupnih naročil pa je zaradi predpostavljene diskretne hierarhije ozaljšana še z jasno log-periodično strukturo (glej sliko 5).



Slika 5: Časovna odvisnost kumulativnega števila nakupnih naročil trgovalcev po modelu predstavljenem v tekstu. Pri numerični simulaciji so jasno izraženi v log-periodično obliko urejeni skoki v signalu. Te lahko kvalitativno pojasnimo s kaskadnim prenosom procesa odločanja za nakup na vedno višje nivoje v diskretni hierarhiji vlagateljev. V kritičnem času se odločitev za nakup prenese na vse trgovalce, kar privede do zasičenja. V primeru realnega trga si zlahka lahko predstavljamo borzni zlom, ki sledi zasičenju na strani povpraševanja. Slika je povzeta po [8].

6 Uporaba log-periodičnosti v praksi

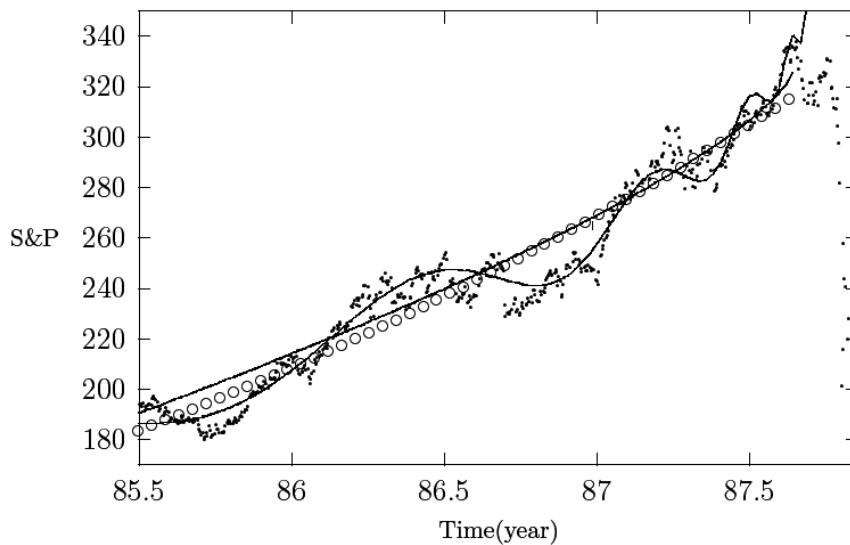
6.1 Zlom borze na črni ponedeljek 19.10.1987

Borzni zlomi, ki so se oktobra leta 1987 odvijali po vsem svetu predstavljajo eno največjih negativnih korekcij tečajev v zgodovini trgovanja. Razvoj dogodkov se je pričel na borzi v New Yorku, kjer so zaporedni padci (največji med njimi je znašal več kot 20% na t.i. črni ponedeljek 19.10.1987) sledili izrazito bikovskemu režimu trgovanja. Mentaliteto trga v času pred zlomom je finančni časopis Wall Street Journal 26.8.1987, dan pred zgodovinskim vrhom vrednosti tečajev, povzel z besedami [4]:

Na takem (bikovsko optimističnem) trgu je vsaka zgodba pozitivna in vsaka novica je dobra novica. Danes se smatra za takorekoč samoumevno dejstvo, da bodo tečaji samo še rastle.

V retrospektivi lahko danes izredno optimističen odnos glede dogajanja na kapitalških trgih pred zlomom oktobra 1987 analiziramo kot endogeno izgradnjo samoorganizirajočega delovanja lokalno interagirajočih investorjev, ki se je v času prek pozitivnih povratnih zank okrepilo, potisnilo celoten sistem v bližino kritične točke in na koncu tudi privedlo do borznega zloma.

6.1.1 Signali pred zlomom



Slika 6: Gibanje indeksa S&P500 borze v New Yorku od julija 1985 do konca oktobra 1987 (čas je merjen v decimalnih letih). S krogi je predstavljen eksponentni model s stopnjo rasti 30% letno. Zvezna črta brez oscilacij je model (21): $A_1 \approx 327$, $B_1 \approx -79$, $t_c \approx 87.65$ in $m_1 \approx 0.7$. Zvezna črta z oscilacijami je log-periodični model (22): $A_2 \approx 412$, $B_2 \approx -165$, $t_c \approx 87.74$, $C \approx 12$, $\omega \approx 7.4$, $m_2 \approx 0.33$ in $T \approx 2.0$. Log-periodični model uspešno opiše obliko signala indeksa v obdobju dveh let pred zlomom. Prav tako napoved kritičnega časa $t_c \approx 87.74$ v okviru napake ustreza času dejanskega zloma, ki je 87.80. Variance prilagajanj posameznih modelov so sicer po vrsti 113, 107 in 36. Slika je povzeta po [9].

Analiza gibanja vrednosti indeksa S&P500 v času pred zlomom je predstavljena na sliki 6. Gibanje cene je aproksimirano s tremi modeli. Eksponentni model konstantne rasti 30% letno ne uspe popisati sprva počasne, nato pa z bližanjem borznemu zlomu vse hitrejše rasti. Opisani dinamiki se bolje prilagaja nastavek

$$p(t) = A_1 + B_1(t_c - t)^{m_1}, \quad (21)$$

ki ustreza teoretični napovedi (13). Vendar pa tudi predpostavka nadeksponentne rasti ne zadošča za popoln opis gibanja vrednosti indeksa. V signalu se namreč pojavljajo tudi različne log-periodične oscilacije, ki jih lahko dobro popišemo z nastavkom

$$p(t) = A_2 + B_2(t_c - t)^{m_1} (1 + \cos[\omega \log((t_c - t)/T)]) \quad (22)$$

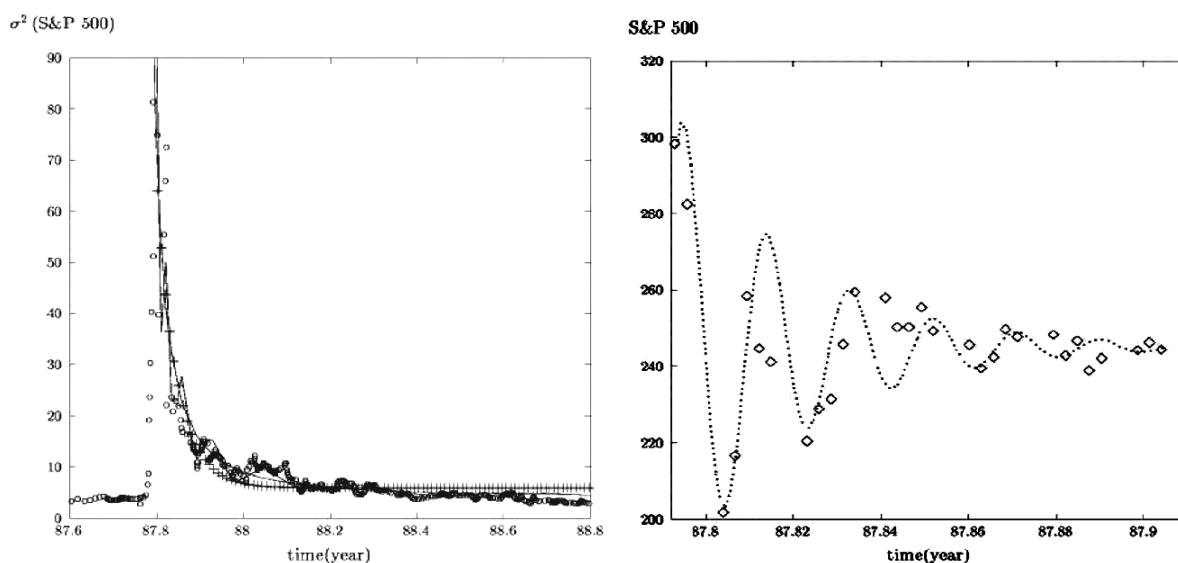
ki ima obliko enačbe (15). Enačba (22) predvideva pozicije vrhov vrednosti indeksa pri časih

$$t_n = t_c - T\xi^{-n} = t_c - (t_c - t_0^v)\xi^{-n} \quad (23)$$

kjer je t_0^v čas prvega vrha v signalu, $\xi = \exp(2\pi/\omega)$ pa je koeficient povečave med zaporednimi preferenčnimi skalami, ki smo ga srečali že v poglavju 5. Ujemanje log-periodičnega modela z dejanskimi podatki je, kot je to razvidno iz slike 6, odlično.

6.1.2 Signali po zlomu

Odzivnost fizikalnega sistema na zunanje motje meri susceptibilnost sistema χ . V bližini kritične točke velja $\chi \sim |K - K_c|^{-\gamma}$, kjer je γ pozitivno definitni kritični koeficient (v teorijah povprečnega polja npr. velja $\gamma = 1$). Odvisnost velja tako za levo, kot tudi desno okolico kritične točke. Podobno simetrično obnašanje bi na kvalitativni ravni pričakovali tudi v primeru relevantnih količin, ki merijo odzivnost ekonomskega sistema.



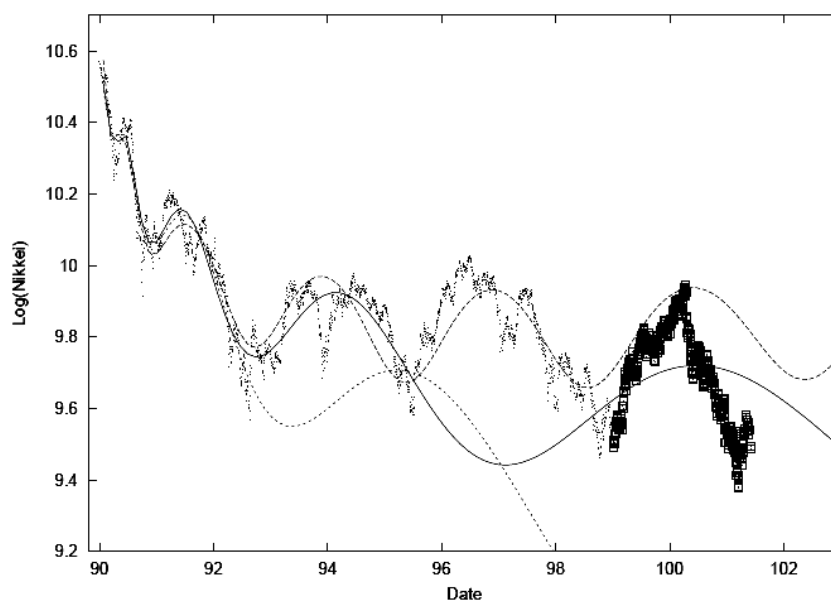
Slika 7: Na levi strani je prikazna implicirana volatilitnost indeksa S&P500 po zlomu oktobra 1987. Podatkom so prilagojeni trije modeli kot na sliki 6, le da pri potenčnih odvisnostih kot relevantna spremenljivka nastopa $t - t_c$ namesto $t_c - t$. Modelski kritični čas se zopet dobro ujema z dejanskim časom zloma 87.80 (potenčni model: $t_c \approx 87.75$, log-periodični model: $t_c \approx 87.77$), drugače pa je primerjava z odvisnostjo cene pred zlomom smiselna samo v kvalitativnem smislu. Na desni strani je prikazano gibanje vrednosti indeksa S&P500 v tednih po zlomu oktobra 1987. Podatkom prilagojena zvezna črta predstavlja amplitudo nihanja dušenega nihala. Sliki sta povzeti po [4].

Najbolj očitna od takih količin je cena sama. V primeru zloma indeksa S&P500 oktobra 1987 potenčna relaksacija cene z log-periodičnim dodatkom ni bila opažena. Signal po zlomu je, zanimivo, podoben signalu dušenega harmonskega oscilatorja (glej sliko 7). Po drugi strani potenčno relaksacijo z log-periodičnim dodatkom izkazuje druga mera odzivnosti sistema, in sicer implicirana volatilitnost indeksa (glej sliko 7). Ta meri tveganja, kot jih lahko v danem trenutku izračunamo iz cen opcij na indeks trga. V odnosu do zgodovinske volatilitnosti, ki jo tipično izračunamo kot standardano deviacijo na preteklih gibanjih, je implicirana volatilitnost nekoliko bolj subjektivna mera, saj odraža prepričanje izdajateljev izvedenih instrumentov glede narave prihodnjih tržnih nihanj.

Obnašanje cene pred in po kriznem dogodku leta 1987 lahko na kvalitativni ravni razumemo nekako takole. Endogeno samoorganizirajoče delovanje znotraj sistema je pripeljalo do kooperativnega odziva. Močno imitirajoče delovanje se je ohranilo tudi po sami krizi, kar je množico vlagateljev učinkovito združilo v celoto, ki je onemogočala običajen potek trgovanja, ki temelji na obstoju kontradiktornega mišljenja posameznih vlagateljev, kar obrazloži dušeno nihanje okrog konstantne vrednosti (to konstantno lahko interpretiramo

kot fundamentalno vrednost trga) v prihodnjih mesecih. Nezvezen skok implicirane volatilitnosti v času zloma kaže na to, da so vlagatelji prej kot na zavednem nivoju imitirajoče delovali na nivoju nezavednega, saj ta subjektivna mera tveganj na trgu obliko, ki pritiče bližini kritične točke, dobi šele po samem zlomu. To dejstvo nas opozarja tudi na to, da informacijski potencial opazovanja log-periodičnih signalov – kljub temu, da izpeljava, ki privede do teoretičnih modelov tipa (22), vključuje racionalne vlagatelje, ki so si v vsakem trenutku svesti tveganj na trgu (glej poglavje 4) – nikakor ni zanemarljiv, saj očitno informacija o iminentni možnosti zloma ni bila vkorporirana v vse vidike delovanja trga.

6.2 Opis ‘antibalonov’



Slika 8: Prilaganje log-periodičnih modelov podatkom o gibanju indeksa NIKKEI. Pikčasta krivulja predstavlja izhodiščni log-periodični model (22), zvezna krivulja je popravek tega modela v prvem redu, črtkasta krivulja pa predstavlja popravek v drugem redu. Samo prilaganje je bilo izvedeno na podatkih iz obdobja od 1.1.1990 do 31.12.1998. Odebeljeno prikazano gibanje indeksa kaže nadaljni razvoj doganja, ki ga očitno zelo dobro povzema v drugem redu dopolnjeni log-periodični model. Bližajoča se sprememba v trendu, dvig indeksa za približno 50% nekje do začetka leta 2000 in ponovno padanje, ki sledi kulminaciji vrednosti indeksa, so pojavi napovedani v članku [10], objavljenem v začetku leta 1999. Gre za izredno uspešen primer uspeha uporabe log-periodičnosti pri napovedovanju prihodnjega gibanja cenovnih vrst. Slika je povzeta po [11].

Čeprav zlom leta 1987 ni izkazal simetrične situacije pred in po zlomu, kar se tiče same vrednosti tečaja indeksa S&P500, ki smo ga analizirali, to še ne pomeni, da upočasnjevaločega padanja vrednosti z zgodovinskih vrhuncev kot zrcalne slike pospešujočega naraščanja cene v realnih podatkih ni mogoče zaznati ⁵ (zanimiv je npr. primer padanja vrednosti japonskega indeksa NIKKEI, ki je prikazan na sliki 8). Povsem simetrično gibanje cene je sicer mogoče samo, če se napihovanje spekulativnega balona ne konča z borznim zlomom. Sami zlomi imajo namreč velik vpliv na psihologijo vlagateljev, kar kvalitativno spremeni razmere pred in po prehodu kritične točke, v fizikalnem jeziku pa lahko

⁵Drugačne vrste ‘antibalonov’, ki bi predstavljali pospešujoče padanje vrednosti pod fundamentalno vrednost, v realnih cenovnih vrstah ni moč zaznati, kar je neposredno povezano z dejstvom, da izrazitih pozitivnih korekcij, ki bi takim procesom lahko sledile, ni moč uvrstiti med ‘posebneže’ (glej poglavje 2).

govorimo kar o zlomu simetrije pri vlagateljevem dojetanju sveta. Simetričnost modela (22) na zamenjavo $t_c - t \rightarrow t - t_c$ je torej le statistične narave in jo lahko definiramo zgolj na ensembelu relevantnih dogodkov.

6.3 Možnosti napovedovanja

Pravilo pojavljanja specifičnega vzorca kot je log-periodičnost pred zlomi trgov je seveda pomembno s stališča možnosti napovedovanja potencialnih zlomov trga. Vzpostavljane napovedovalnih shem je – glede na podatke predstavljene v prejšnjih poglavjih – mogoče na srednjeročnih skalah od nekaj tednov do nekaj let, ki so za napovedovanje tudi najbolj zanimive. Kvalitativno podobni signali se sicer pojavljajo tudi na daljših časovnih skalah (glej [1] za primer špekulativne analize iminentnega globalnega zloma nekje do 2050, ki temelji na analizi širokega spektra zgodovinsko zabeleženih podatkov), medtem ko se na krajših skalah celoten proces endogene kooperativnosti s kaskadnimi prenosi med posameznimi socialnimi hierarhičnimi nivoji tudi v moderni komunikacijsko močno povezani dobi ne more razviti v celoti.

Da bi opazovanje signala v realnem času, ko prihodnja gibanja cene še niso znana, lahko služilo kot napoved prihodnjega dogajanja, mora biti prilagajanje podatkom, ki izkazujejo prve znake izgradnje log-periodičnega vzorca, stabilno glede na pritek novih informacij. Tak test stabilnosti je v [1] izveden na primeru zlomov 1987 in 1929, in sicer z uporabo modela, ki dopolnjuje log-periodični nastavek (22) v prvem redu. Preberemo tako lahko, da se ob povečevanju intervala prilaganjanja podatkom ($[t_0, t]$, kjer t pošiljamo proti t_c), ko enkrat presežemo določeno mejo približevanja kritični točki, ki je v primeru krize 1987 še vedno več kot leto dni oddaljena od trenutka samega zloma, z optimizacijo dobljene vrednosti parametrov ne spreminjajo več bistveno. Metoda torej vsekakor izkazuje določeno mero robustnosti, ki je potrebna za vzpostavitev ustreznega zaupanja do same napovedovalne sheme.

Še bolj kot razglabljanje o robustnosti izgrajevanja log-periodičnega vzorca, je prepričljivo poročilo o doslej izvedenih napovedih in njihovem izzidu. D. Sornette v [1] poroča, da je s sodelavci v obdobju petih let od začetka 1996 do konca 2000 objavil pet napovedi, med njimi tudi napoved o spremembi trenda in dvigu indeksa NIKKEI (glej sliko 8). To napoved se lahko smatra kot prav poseben uspeh, saj so vse analize v tistem času govorile o recesiji japonskega gospodarstva, ki da se je ujelo v začaran krog in naj se prav kmalu ne bi smelo izkopati. Uspešna je bila tudi napoved zloma tehnološkega indeksa NASDAQ leta 2000. Ta je v skladu z napovedjo (napovedani kritični čas je bil uvršen v obdobje od 31.3.2000 do 2.5.2000) začel izgubljati vrednost z 24.3.2000 in samo v tednu, ki se je končal 14.4.2000, izgubil 25% vrednosti. Izrazit padec indeksa NASDAQ je mnoge presenetil, saj so konec 90. let delnice visokotehnoloških podjetij, ki sestavljajo ta indeks, doživljale nesluten razcvet. Od preostalih treh napovedih naj bi še ena predstavljala uspeh, dve od njih pa sta uvrščeni v kategorijo lažnih alarmov. Pomembno je tudi dejstvo, da nenapovedanih presenetljivih korekcij ali sprememb trendov v danem obdobju na preiskovanih trgih ni bilo.

Kako sedaj statistično ovrednotiti dobljene rezultate? Po zgledu [1] in pa [11] lahko 'naključnost' takega izzida ocenimo po naslednji shemi: z n_c označimo relevantne dogodke znotraj celotnega nabora N dogodkov, r je celotno število naših napovedi, k pa število napovedi, ki so se izkazale za točne. Verjetnost, da do takega rezultata pridemo po

naključju, je

$$P_k = \binom{n_c}{k} \binom{N - n_c}{r - k} / \binom{N}{r}. \quad (24)$$

Pri danih podatkih – $N = 60$ (število vseh mesecev v napovedovalnem obdobju, ki jih ex post facto označimo za kritične oz. nekritične), $n_c = 3$ (število vseh kritičnih mesecev v napovedovalnem obdobju), $r = 5$ (število vseh objavljenih napovedi) in $k = 3^6$ (število točnih napovedi) – je verjetnost, da bi do opisanega uspeha prišli po naključju, majhna, saj $P_3 = 0,029\%$. Rezultat se ne spremeni dramatično, če dopustimo možnost, da naša ex post facto določitev relevantnih dogodkov ni najboljša in da bi nekdo drug kot število kriznih mesecev znotraj preiskovanega nabora določil vrednost $n_c = 3 + x$, kjer lahko x sedaj poljubno variiramo. Za $x = 1$ dobimo $P_3 = 0,11\%$, za $x = 5$ pa $P_3 = 1,4\%$. Dodajmo sedaj našemu vzorcu dogodkov še eno leto ($N = 72$) in eno zgrešeno napoved ($r = 6$, k pa ostane pri vrednosti 3). Če ponovimo prejšnji račun dobimo: $P_3(x = 0) = 0,033\%$, $P_3(x = 1) = 0,13\%$ in $P_3(x = 5) = 1,5\%$ – rezultati se pri dodani novi napačni napovedi niso bistveno spremenili. Ze manjše število uspešnih napovedi relativno redkih dogodkov, kot so krize v obliki izrazitih korekcij na kapitalskih trgih je torej bistveno pomembnejše, kot bi bilo moč soditi iz razmerja med uspešnimi in neuspešnimi napovedmi, ki znaša 3 : 2 in tako na prvi pogled implicira približno 50% uspešnost!

7 Zaključek

Ugotovili smo, da je opisovanje trgov kapitala kot kritičnih sistemov prineslo določene rezultate, in sicer tako pri pojasnjevanju nekaterih najbolj znanih boznih zlomov iz preteklosti, kot tudi pri napovedovanju prihodnjih nepričakovanih dogodkov v obliki izrazitih korekcij ali sprememb trendov. Sama možnost napovedovanja dogajanja na borzi je seveda zelo intrigantna, vendar je potrebno poudariti, da gre tudi pri izkoriščanju informacij skritih v opaženih log-periodičnih signalih še vedno inherentno za izbiranje med možnostmi z določeno verjetnostjo, ki niso nujno blizu 1. Kot smo namreč videli v poglavju 4 je možnost zloma prisotna v celotnem življenjskem obdobju špekulativnega balona, tudi po prehodu kritične točke pa ni gotovo, da se zlom dejansko zgodi. Vedno torej obstaja končna verjetnost, da bodo zasluzki z vlaganji na trg v obdobju endogenega izgrajevanja kritičnosti zaradi nadeksponentne rasti vrednosti resnično visoki. Prav tako pri opisu antibalonov ni natančno jasno, kdaj lahko imitirajoče obnašanje investitorjev popusti, trg pa se tako vrne v normalno, naključno fluktuirajočo fazo.

Glede na zgodovino je očitno, da trg sam po sebi ne bo preprečil nastanka novih in novih balonov in posledično novih in novih zlomov. Človeški pohlep je očitno zadosti močna gonilna sila, da mnogi igrajo na tvegano karto dobička tudi v času rasti najbolj nestabilnih balonov, preostali pa jim po inerciji imitirajočega obnašanja dostikrat sledimo, nezavedajoč se nevarnosti, v katero se spuščamo. Kaj pa regulatorji trga? Bi ti lahko uporabili statistično jasno potrjene možnosti kvantitativnega napovedovanja in z oblikovanjem jasnih pravil delovanja v takih časih ustvarili pogoje, ko trgi s svojimi zlomi ne bi več pretresali človeške družbe, kot se to dogaja danes. Odgovor ni tako enoznačen,

⁶Karakterizacija neuspešnih napovedi kot neuspehov je zelo konzervativna ocena. Model, ki sem ga predstavil v poglavju 4, namreč zaradi ekonomskih razlogov eksplicitno zahteva končno verjetnost za dramatičen zaključek špekulativnega balona.

kot se to morda zdi na prvi pogled. Kot slikovito parabolo naj navedem primer gozdnih požarov na Kalifornijskem polotoku [1].

V južnem predelu ameriške zvezne države Kalifornija se že vse od leta 1900 močno vmešavajo v gozdne razmere, kar velja tako za izkoriščanje gozdnih bogastev, kot tudi regulacijo požarov, ki jih dosledno poskušajo pogasiti. Na mehiški strani pa po drugi strani v severnem delu zvezne države Baja Kalifornija nimajo vzpostavljenega nobenega sistema regulacije požarov (t.i. ‘pusti-goreti’ [ang. *let-burn*] strategija). Fascinantno je, da je pusti-goreti opcija bolj učinkovita, saj je porazdelitev gozdnih požarov v mehiškem delu zelo ozka in omejena na manjše požare, medtem ko imajo v ameriškem delu veliko težav z občasnimi izbruhi obsežnih požarov, ki jih tipično zaradi slabih vremenski pogojev ne morejo učinkovito zamejiti in pogasiti. Samoorganiziran kompleksen sistem gozda kot goriva in ognja kot regulatorja tega goriva je torej na mehiški strani našel optimalno rešitev, ko številni manjši požari ustvarjajo naravne ovire za večje požare, po drugi strani pa ti-isti manjši požari ustvarjajo pogoje za nadaljnjo prokreacijo gozdnih površin (ustvarjajo z minerali bogate snovi potrebne za rast rastlin, nekaterim vrstam iglavcev, katerih storži se ne odprejo, razen če niso izpostavljeni vročini požarov, omogočajo razmnoževanje itd.) in tako na dolgi rok povečujejo zaloge goriva za nove požare.

Navedeni primer dreza v samo jedro večnega boja med keynesianskimi zagovorniki pomena države v vlogi regulatorja trgov in neoliberalisti, ki jim je prosti trg edina prava svetinja. Primer gozdnih požarov na Kalifornijskem polotoku je seveda voda na mlin slednjih, saj so se mehiški gozdovi sami organizirali v učinkovit sistem, ki uspešno vzdržuje naravno ravnovesje, medtem ko je ‘državni intervencionizem’ na ameriški strani privedel do nekaterih zgodovinsko najhujših katastrof povezanih z ognjem. Seveda pa obstaja tudi protiprimer: v naravnem rezervatu parka Yellowstone so pusti-goreti strategijo po katastrofalnih požarih leta 1988 morali ukiniti.

Izločanje relevantnih informacij iz samoorganizirajočih kompleksnih sistemov in njihova ustrezna uporaba torej nikakor nista trivialni nalogi. Z kvantitativno analizo dogajanja pred in po borznih zlomih, kot tudi obravnavo zlomov kot takih, je gotovo bil storjen prvi korak k boljšemu razumevanju borznega dogajanja v najbolj občutljivih časih. Informacijske vrednosti teh dognanj verjetno nikakor ne gre pustiti vnemar, češ trg je tako ali tako učinkovit sistem, ki ga nima smisla nadzorovati. V končni fazi bi se verjetno velika večina – vsaj v retrospektivi – strinjala, da je borzne zlome smiselno, če se le da, preprečiti.

Literatura

- [1] D. Sornette, *Why Stock Markets Crash?*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press (2003).
- [2] A. Johansen in D. Sornette, *Large Stock Market Price Drawdowns Are Outliers*, J. of Risk, vol. 4, Number 2, Winter 2001/02. Članek dostopen prek spletne strani <http://arxiv.org> (arXiv:cond-mat/0010050v2); datum obiska spletne strani: april 2008.
- [3] B. M. Roehner in D. Sornette, *'Thermometers' of Speculative Frenzy*, European Physical Journal B 16, 729-739 (2000). Članek dostopen prek spletne strani <http://arxiv.org> (arXiv: cond-mat/0001353v1 [cond-mat.stat-mech]); datum obiska spletne strani: april 2008.
- [4] D. Sornette, *Critical Market Crashes*, Physics Reports 378 (1), 1-98 (2003). Članek dostopen prek spletne strani <http://arxiv.org> (arXiv:cond-mat/0301543v1 [cond-mat.stat-mech]); datum obiska spletne strani: april 2008.
- [5] B. B. Mandelbrot, *Fractal Geometry of Nature*. New York: W. H. Freeman (1983).
- [6] <http://www.vanderbilt.edu/AnS/psychology/cogsci/chaos/workshop/Fractals.html>; datum obiska spletne strani: maj 2008.
- [7] <http://www.nd.edu/aboocher/conference.html>; datum obiska spletne strani: maj 2008.
- [8] D. Sornette in A. Johansen, *A Hierarchical Model of Financial Crashes*, Physica A 261, 581-598 (1998). Članek dostopen prek spletne strani <http://hjem.get2net.dk/kgs/pub.html>; datum obiska spletne strani: maj 2008.
- [9] A. Johansen, O. Ledoit in D. Sornette, *Crashes as Critical Points*, Int. J. Theor. Applied Finance, Vol 3 No 1 (January 2000). Članek dostopen prek spletne strani <http://arxiv.org> (arXiv:cond-mat/9810071v2); datum obiska spletne strani: april 2008.
- [10] A. Johansen in D. Sornette, *Financial "Anti-Bubbles": Log-Periodicity in Gold and Nikkei collapses*, International Journal of Modern Physics C, Vol. 10, No. 4 (1999) 563-575. Članek dostopen prek spletne strani <http://arxiv.org> (arXiv:cond-mat/9901268v1 [cond-mat.stat-mech]); datum obiska spletne strani: april 2008.
- [11] D. Sornette in A. Johansen, *Significance of log-periodic precursors to financial crashes*, Quantitative Finance 1 (4), 452-471 (2001). Članek dostopen prek spletne strani <http://arxiv.org> (arXiv:cond-mat/0106520v1 [cond-mat.stat-mech]); datum obiska spletne strani: april 2008.