



Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko
Oddelek za fiziko

Fizika jadranja

Tilen Kusterle

Mentor: prof. dr. Rudolf Podgornik

28. maj 2007

Povzetek

Seminar obravnava široko področje fizike jadranja. Namen je predstaviti bistvene sestavne dele jadrnic in njihov vpliv na plovne lastnosti. V uvodu je zapisanih nekaj splošnih dejstev v povezavi z jadranjem, nato nadaljujem s predstavitvijo zgradbe klasičnih potovalnih jadrnic, v osrednjem delu seminarja pa opisujem, kakšna je vloga trupa jadrnice, kobilice in jader. Pri obravnavi skušam predstaviti splošne zakonitosti in principe, v nekoliko večje podrobnosti se spustim le pri izračunu dvodimenzionalnega profila jadra. V zadnjem delu predstavim še različne tipe jader in osnovne principe ravnanja z njimi.

Kazalo

1	Uvod	3
2	Zgradba jadrnic	3
3	Fizika jadranja	3
3.1	Trup jadrnice	3
3.1.1	Največja hitrost jadrnice	4
3.1.2	Hidrodinamski upor	5
3.2	Kobilica	7
3.2.1	Vloga kobilice	7
3.2.2	Ustvarjanje vrtincev	8
3.3	Jadro	9
3.3.1	Osnovni principi delovanja jadra	9
3.3.2	Izračun profila jadra	10
3.3.3	Oblike jader	14
3.3.4	Prilagajanje smeri in napetosti jader	15
4	Zaključek	16

1 Uvod

Jadranje je ena najstarejših oblik transporta, ki je ljudem omogočila premagovanje velikih razdalj. Najstarejša upodobitev plovila z jadri je na egipčanski vazi, ki je nastala okoli 3500 let pred našim štetjem [1]. Skozi zgodovino je imelo jadranje ključno vlogo v razvoju civilizacij, saj je omogočilo poseljevanje novih kontinentov in otočij, trgovanje in prevoz tovora med zelo oddaljenimi deželami, ribarjenje in s tem izkoriščanje novih virov hrane ter nov način vojskovanja. Spomniti se je treba le nekaterih velesil, kot so na primer Beneška repulika, Nizozemska, Portugalska, Španija in Velika Britanija, ki so s pomočjo ladij na pogon vetra razširile svoj vpliv domala po celem svetu.

Dandanes se je vloga jadranja zelo spremenila. Razen jadronic, s katerimi ribiči v nekaterih deželah še vedno ribarijo na tradicionalen način, se je gospodarska in vojaška vloga plovil na pogon vetra zelo zmanjšala. Zdaj so jadrnice namenjene rekreaciji, športu in turizmu. S spremembo namena uporabe in novimi tehnologijami, se je podoba jadronic zelo spremenila. Sodobne potovalne in tekmovalne jadrnice imajo malo skupnega z nekdanjimi trgovskimi in vojaškimi ladjami.

V svojem seminarju želim predstaviti osnovne in bistvene sestavne dele jadronic, ki jim omogočajo plovbo, in fizikalne principe, ki veljajo zanje. Dober uvod v fiziko jadranja predstavlja [2], ki mi je služil kot osnovni vir pri sestavljanju seminarja, več praktičnih in tehničnih podrobnosti pa lahko zasledimo v [3]. V zadnjem delu seminarja bom posvetil nekoliko več pozornosti predstavitvi dejanskega izračuna oblike jadra in vzgona nanj, pri čemer se bom naslonil na članek [4].

2 Zgradba jadronic

Z nekaterimi redkimi izjemami velja, da ima vsaka jadrnica trup, kobilico in jambor, na katerem so razpeta jadra. Primer izjeme predstavljajo katamarani, to so plovila, ki imajo krov pritrjen na dva vzporedna ožja trupa in po navadi nimajo kobilice. Toda v svojem seminarju se bom ukvarjal predvsem s klasičnimi jadrnicami, zato je prav, da nekoliko pojasnim terminologijo, ki se uporablja v zvezi z njimi.

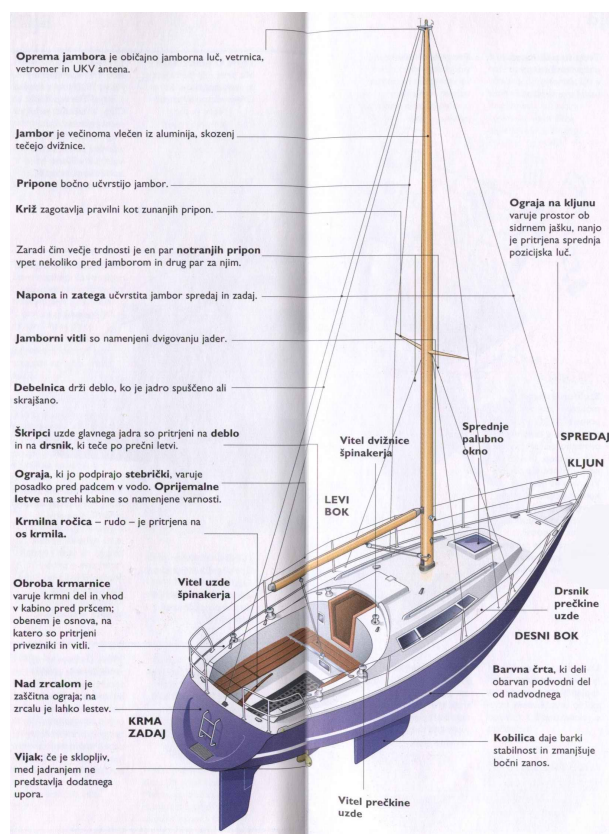
Na Sliki 1 je prikazana sodobna jadrnica zgrajena iz stekloplastike (kombinacija smole, ki se strdi s kemijsko reakcijo, in močnih ojačevalnih materialov, kot so na primer steklena vlakna) [3]. Poleg stekloplastičnih, ki so dandanes najpogostejše, so jadrnice lahko tudi lesene in kovinske. Tip prikazane jadrnice se imenuje slup. Zanj je značilno, da ima stoječo snast z enim samim jamborom. Snast je skupno poimenovanje za jambor in pripadajoče napone, pripone in zatege - to so običajno jeklene pletenice, s katerimi je jambor pritrjen. Napone držijo jambor spredaj, zatege zadaj, pripone pa ob straneh.

V svojem seminarju se bom osredotočil predvsem na fizikalne lastnosti trupa jadrnice, kobilice in jader, saj so to osnovni gradniki vsake jadrnice in kot taki najbolj vplivajo na njene plovne lastnosti.

3 Fizika jadranja

3.1 Trup jadrnice

Trup (ang. hull) je bistveni sestavni del vsakega vodnega plovila, saj zagotavlja potreben vzgon, da plovilo ne potone, nosi posadko in tovor ter vsebuje vso potrebno opremo za plovbo. Za jadrnice sta na primer značilna jambor in kobilica, ki morata biti čvrsto pritrjena na trup. Oblika, masa in materiali trupa jadrnice določajo njene plovne lastnosti, med katere spadajo največja možna hitrost plovbe (tako imenovana "hull speed"), pospeševanje, manevriranje ter stabilnost.

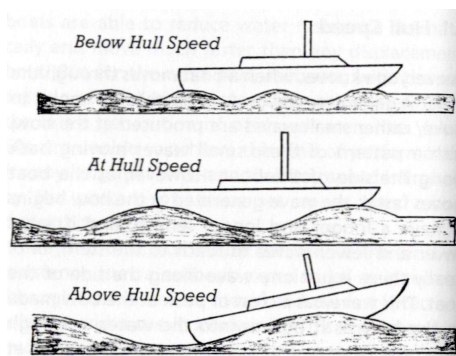


Slika 1: Slika prikazuje sestavne dele jadrnice in njihova imena. [3]

3.1.1 Največja hitrost jadrnice

Med premikanjem po vodni gladini ladijski trup povzroča valove. Pri nizki hitrosti nastanejo pri kljunu jadrnice majhni valovi, ki se pomikajo vzdolž trupa proti krmi. S povečevanjem hitrosti plovbe, imajo ustvarjeni valovi vedno večjo valovno dolžino, oziroma razdaljo med vrhovoma dveh zaporednih valov. Potemtakem se zmanjšuje število valov na razdalji od kljuna do krme. To poteka vse dokler valovna dolžina ni enaka dolžini jadrnice - tedaj je ob trupu le en val, ki ima vrhova ob kljunu in krmi, dolino pa na sredini trupa. Tako hitrost imenujemo največja hitrost barke (ang. hull speed), saj predstavlja naravno omejitev hitrosti za plovila, ki izpodrivajo (ang. displacement) vodo. Če se hitrost takega plovila namreč še poveča, postane val daljši od trupa plovila, to pa pomeni, da krma začne padati v dolino vala. Zaradi tega se poveča naklon trupa (kljun je višje od krme) in s tem upor plovila, ki zavre in omeji nadaljnje povečevanje hitrosti plovila. Plovila, ki imajo zadosti moči, da premagajo omenjeni upor, se povzpnejo na val, s čimer močno zmanjšajo upor, in začnejo glisirati. Toda večina jadrnic ni zmožna glisiranja, zato njihova hitrost ponavadi ne preseže 10 vozlov (18,55km/h). Glisiranje lahko dosežejo katamarani in nekatere lahke športne jadrnice.

Velikost največje hitrosti jadrnice je torej kar enaka hitrosti, s katero se širi vodni val z valovno dolžino enako dolžini trupa. V literaturi ([5] in [6]) in enem od prejšnjih seminarjev [7] lahko najdemo izraz, ki povezuje hitrost sinusnih valov z majhno amplitudo (take valove opisuje linearna teorija



Slika 2: Skica, ki pojasnjuje koncept največje hitrosti (t.i. “hull speed”). [2]

valov) v globoki vodi z njihovo valovno dolžino λ :

$$C_0 = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}, \quad (1)$$

kjer je g gravitacijski pospešek. Za največjo hitrost jadrnice torej velja enačba

$$v = \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}, \quad (2)$$

kjer je L dolžina njenega trupa. Velja pa tudi obratna zveza - jadrnica, ki potuje s hitrostjo v povzroča valove z valovno dolžino

$$\lambda = \frac{2\pi v^2}{g}, \quad (3)$$

saj vrh vala ob kljunu potuje z enako hitrostjo kot jadrnica. Na podlagi enačbe (2) je razvidno, da daljša, ko je jadrnica, večjo hitrost lahko doseže.

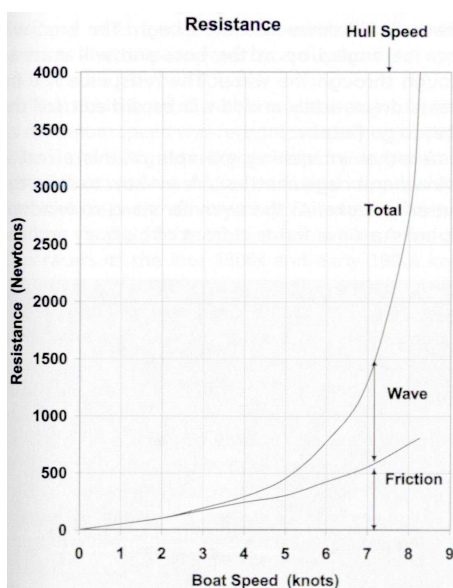
Na Sliki 3 je prikazano, kako s hitrostjo narašča upor tipične potovalne jadrnice. Pri nizkih hitrostih ima glavni prispevek površinski upor trupa, pri višjih hitrostih pa začne prevladovati “upor zaradi valov” (to je efekt, ki ga obravnava ta razdelek).

Resnici na ljubo, nekatere sodobne, tehnološko dovršene jadrnice lahko presežejo teoretično vrednost največje hitrosti za faktor, ki lahko presega 1,5. To dosežejo s premišljeno obliko trupa, ki ne povzroča velikih valov na kljunu in ki v kombinaciji z dovršeno obliko kobilice omogoča, da se jadrnica pri večjih hitrostih nekoliko povzpne iz vode in na ta način zmanjša upor. Toda kljub temu upor zaradi valov še vedno obstaja in omejuje največjo hitrost plovbe jadrnice.

3.1.2 Hidrodinamski upor

Na trup jadrnice med premikanjem po vodi deluje sila upora. Upor je sestavljen iz več prispevkov, ki imajo različen vzrok nastanka [2]. Ti prispevki so površinski upor (ang. surface resistance), upor zaradi oblike (ang. shape resistance) in parazitski upor (ang. parasitic resistance) oziroma upor zaradi turbulence.

Površinski upor je posledica dejstva, da se molekule vode tik ob ladijskem trupu gibljejo skupaj z njim, na določeni razdalji od trupa pa mirujejo. V vmesnem prehodnem sloju se pojavijo strižne sile zaradi trganja Van der Waalsovih vezi med molekulami vode. Prav tako so Van der Waalsove sile vzrok, da se molekule vode sploh oprimejo ladijskega trupa. Površinski upor je prisoten pri



Slika 3: Graf prikazuje, kako se spreminjata prispevek površinskega upora trupa in prispevek “upora zaradi valov” k uporabi jadrnice dolžine 30 čevljev (približno 9m) v odvisnosti od hitrosti. Pri majhnih hitrostih prevladuje prvi, pri večjih pa slednji. [2]

vseh hitrostih in je sorazmeren s količino površine, ki je v stiku z vodo - več kot je tako imenovane “mokre” površine, večji je upor. Predstavlja dominanten prispevek k uporabi pri majhnih hitrostih, s povečevanjem hitrosti plovbe pa se sicer povečuje, saj se v danem časovnem intervalu cepi večje število vezi, a nad njim prevladata ostala dva prispevka.

Poleg površine ladijskega trupa, ki je v stiku z vodo, igra pomembno vlogo tudi njegova oblika. Širok trup z velikim ugrezom mora med plovbo odvrniti stran večjo količino vode kot ozek trup z majhnim ugrezom, to izpodrivanje pa zahteva precej energije in zavira plovbo. Prav tako je pri jadrnicah pomembna velikost in oblika kobilice. Za doseganje velikih hitrosti mora biti kobilica tanka in dolga v navpični smeri z izboklino na njenem koncu, kar zmanjšuje turbulenco in povečuje silo, ki vzravna jadnico (Slika 5 desno spodaj). Zasnova oblike trupa je vedno kompromis med iskanjem dobrih plovni lastnosti in potrebo po prostoru za bivalne prostore, tovar in podobno.

Parazitski upor je upor zaradi povzročanja turbulence v vodi. Med plovbo se vzdolž trupa jadrnice, na njegovem koncu in na dnu kobilice ter smerne krmila pojavljajo vrtinci, ki za svoj nastanek terjajo veliko energije in na ta račun upočasnjujejo plovilo. Normalno se začne tok vode vzdolž ladijskega trupa brez turbulence. Ta se pojavi na razdalji kakšnega metra od kljuna, odvisno od hitrosti plovila in hrapavosti površine trupa. Višja hitrost in večja hrapavost površine pomenita hitrejši pojav turbulence. Vzrok nastanka turbulence je dejstvo, da se med obtekanjem trupa pojavijo v vodi strižne sile, ki povzročijo gibanje v pravokotni smeri glede na tok vzdolž trupa in s tem vodijo do vrtinčenja. S pomočjo Reynoldsovega števila

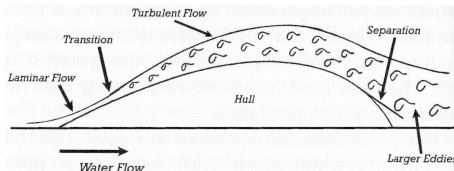
$$Re = \frac{vL\rho}{\eta}, \quad (4)$$

kjer ρ označuje gostoto, η pa viskoznost tekočine, lahko ocenimo, na kakšni razdalji L od kljuna se bo pri dani hitrosti v pojavila turbulenca. Reynolds je ugotovil, da se turbulenca v tekočini pojavi vedno, kadar je zgornji izraz približno enak 10^6 . V vodi, kjer je $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ in $\eta = 10^{-3}\text{Ns/m}^2$,

sledi

$$Lv = \frac{10^6 \eta}{\rho} \approx 1 \text{ m}^2/\text{s}. \quad (5)$$

Pri jadrnici, ki se giblje s hitrostjo $v = 2 \text{ m/s}$, se bo turbulenca pojavila približno $L = 0,5 \text{ m}$ daleč od njenega kljuna (Slika 4). Iz ocene (5) je razvidno, da se pri plovbi po vodi razen za izjemno majhne hitrosti vedno pojavi turbulenca.



Slika 4: Skica prikazuje obtekanje trupa med plovbo. Ob kljunu je vodni tok sprva laminaren, nato pa postane turbulenten. [2]

Večina turbulentnega toka je omejenega na majhno območje neposredno ob ladijskem trupu. Razmerje med uporom zaradi turbulence in ostalima prispevkoma k uporju se povečuje s hitrostjo, zavisi pa tudi od oblike trupa in hrapavosti njegove površine. Velike izbokline na delu trupa, ki je pod vodno gladino, povečajo upor, saj še dodatno izpodrivajo vodo in s tem trošijo energijo. Tudi precej majhne izbokline in nepravilnosti na ladijskem trupu povzročajo povečan upor, saj se zaradi njih turbulenca pojavi hitreje in bolj izrazito kot pri povsem gladkem trupu. Po drugi strani pa ne kaže pretiravati z gladkostjo površine ladijskega trupa, saj v [2] zasledimo podatek, da je površina v vodi "gladka" (dodatno glajenje torej ne prinese bistvenih izboljšav), če nepravilnosti niso večje kot $0,05 \text{ mm}$. Omenjena vrednost se sicer nekoliko spreminja s hitrostjo, a je za večino jadrnic kar primerna ocena. Takšno gladkost trupa se lahko doseže že s peskanjem in nekaj nanosi barve.

Poleg turbulence, ki nastaja pri obtekanju trupa, so za upor pomembni tudi vrtinci, ki nastajajo z vdiranjem vode v področje nižjega tlaka takoj za krmo (ang. eddies). Jadrnice imajo zato, da čim bolj zmanjšajo nastajanje omenjenih vrtincev, precej koničast zadnji del trupa (vsaj do višine, ki se nahaja pod vodno gladino).

3.2 Kobilica

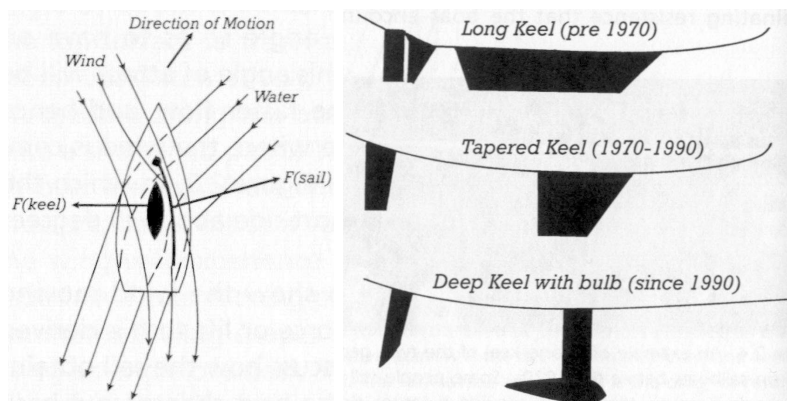
3.2.1 Vloga kobilice

Vloga kobilice je, da preprečuje odnašanje jadrnice vstran, kadar piha veter s strani, in da nasprotuje navoru vetra na jambor, ki skuša nagniti jadrnico. Horizontalni profil kobilice je podoben profilu letalskih kril, saj opravlja podobno nalogo - to je ustvarja dvizžno silo s katero preprečuje odnašanje jadrnice vstran zaradi vetra. Za razliko od krila letala pa mora imeti kobilica simetričen profil, saj mora imeti jadrnica enake plovne lastnosti ne glede na to, ali veter piha z leve ali desne strani. Dvizna sila se ustvarja, ker je vpadni kot toka vode na kobilico različen od nič. Za najpreprostejšo kobilico, ki ima po vsej dolžini enakomeren prerez oblike daljice, lahko pouporabimo izraz za dinamični vzgon na krilo Žukovskega, kot je naveden v [8]

$$f = 4\pi\rho av_0^2 \sin \alpha, \quad (6)$$

kjer je $4a$ dolžina preseka kobilice, ρ gostota tekočine, v_0 relativna hitrost toka, α vpadni kot toka in f sila na enoto dolžine kobilice. Na Sliki 5 so prikazane sile, ki delujejo na jadrnico, kadar potuje s stranskim vetrom. Smer jadrnice in kobilice je nekoliko poševna glede na dejansko smer plovbe.

Zaradi tega je vpadni kot α različen od nič in na kobilico deluje sila, ki po smeri nasprotuje sili vetra na jadrnico.



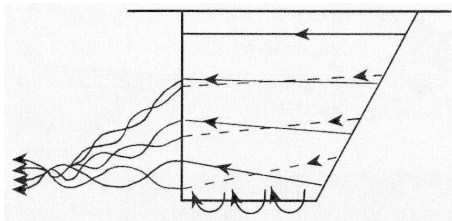
Slika 5: Leva slika prikazuje, kako se giblje jadralnica s stranskim vetrom. Trup jadralnice in posledično tudi kobilica nista obrnjena točno v smer plovbe, temveč nanju vpada vodni tok nekoliko pod kotom, kar povzroči dvizžno silo na kobilici. Desna slika prikazuje razvoj kobilic v 20. stoletju. Sprva se snovalci jadralnic niso zavedali dvizžnega efekta na kobilico, zato so imele te veliko površino, s tem pa tudi velik upor. Dandanašnji so kobilice precej ozke in globoke. Na koncu so lahko opremljene z izboklino, ki izboljšuje plovne lastnosti, saj zmanjšuje nastajanje turbulence, še večjo vlogo pa ima pri zagotavljanju stabilnosti, saj s svojo maso zagotavlja veliko silo na dolgi ročici, ki nasprotuje navoru, ki ga veter ustvarja na jadru. [2]

Prav tako kot za zmanjševanje stranskega drsenja jadralnice je kobilica pomembna za zagotavljanje pokončnosti in stabilnosti jadralnice. Sila vetra na jambor nagiba jadralnico, s čimer poslabša njene plovne lastnosti, saj ima večina jadralnic nad vodno gladino širši trup kot pod njo. Posledica nagiba je povečanje upora zaradi oblike in površinskega upora, poleg tega pa se zaradi asimetrije oblike trupa pod vodno gladino pojavi odnašanje iz smeri plovbe. Nagibanje jadralnice zmanjšuje kobilica, ki s svojo ročico in težo povzroča navor (ang. righting moment) v nasprotni smeri kot sila vetra na jambor. Za zagotavljanje čim manjšega kota nagiba so kobilice precej masivne, najpogosteje so namreč narejene iz svinca ali železa. Pogosto gre lahko več kot tretjina celotne mase plovila na račun kobilice. Tako jadralnico je zato izjemno težko prevrniti, saj jo navor zaradi kobilice sili v ravnovesno lego tudi, če je njen nagib večji kot 90° . Razmere so nekoliko drugačne pri katamaranih. To so plovila z dvema praviloma precej ozkima trupoma, ki sta nad gladino vode povezana s krovom. Katamarani za razliko od jadralnic nimajo kobilic, saj njeno vlogo opravljata oba trupa, ki sta za zagotavljanje stabilnosti nameščena daleč vsaksebi. Nagib katamaranov je v danem vetru v splošnem manjši kot nagib običajnih jadralnic, a se v močnejšem vetru lahko prevrnejo, saj se navor, ki uravnoveša plovilo, po tem, ko je en trup v celoti iz vode, le še zmanjšuje.

3.2.2 Ustvarjanje vrtincev

Podobno kot krilo ali jadro tudi kobilica ustvarja vrtince, kadar mimo nje teče tok neke tekočine. Zaradi razlike tlakov na obeh straneh kobilice, se pojavi tok okoli njene konice s strani z višjim tlakom na stran z nižjim tlakom (Slika 6). Posledica tega toka je, da se tokovnice na strani kobilice z višjim tlakom vzdolž nje nekoliko spustijo, na nasprotni strani pa nekoliko dvignejo. Na zadnjem robu kobilice se tokova z obeh strani srečata in zaradi nasprotnih naklonov ustvarjata vrtinčenje. Ustvarjanje vrtincev troši energijo in zmanjšuje silo vzgona. Delež energije, ki se izgublja z vrtinče-

njem tekočine pri dani površini kobilice, se najlažje zmanjša tako, da se poveča dolžina kobilice in zmanjša njena širina. Vrtinec na njenem koncu ostane približno enak, upor pa se spreminja obratno sorazmerno z razmerjem med dolžino in širino kobilice.



Slika 6: Slika prikazuje, kako nastanejo vrtinci zaradi razlike v tlaku na obeh straneh kobilice. S strani, kjer je tlak višji, teče na nasprotno stran okoli konca kobilice tok, ki povzroči, da se tokovnice na strani z nižjim tlakom vzdolž kobilice nekoliko dvigujejo, na strani z višjim tlakom pa nekoliko spuščajo. Na zadnjem robu se tokova z obeh strani srečata in ustvarita vrtinčenje. [2]

3.3 Jadro

3.3.1 Osnovni principi delovanja jadra

Vzrok nastanku sile na jadro je razlika tlakov, ki nastane pri obtekanju obeh njegovih površin. Ker se jadro v vetru vboči nastane razlika v razdalji, ki jo mora zračni tok prepotovati na eni ali drugi strani jadra. Zaradi tega se na obeh površinah pojavi razlika v hitrostih in posledično, kot sledi iz Bernoullijeve enačbe

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = p' + \frac{1}{2}\rho v'^2, \quad (7)$$

kjer sta p in v pritisk in hitrost na eni, p' in v' pa na drugi strani jadra, tudi razlika v tlakih.

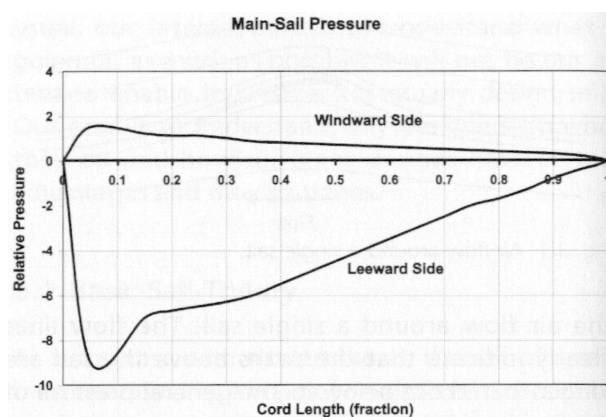
Zanimiv je podatek, da k sili na jadro večino doprinese prispevek zaradi podtlaka na zavetrni strani jadra [2]. Na Sliki 7 je prikazan potek relativne razlike tlakov v dani točki in njegove ravnovesne vrednosti vzdolž jadra. Točen potek obeh krivulj je sicer odvisen od oblike jadra, vpadnega kota in hitrosti vetra, a tipična lastnost tovrstnih grafov je, da je absolutna vrednost razlike tlakov na zavetrni strani jadra tri ali štirikrat večja kot na privetrni strani.

Prav tako kot na trup in kobilico v vodi, deluje tudi na jadro v toku zraka sila upora. Če se spomnimo definicije Reynoldsovega števila (4) in kriterija za pojav turbulence $Re \approx 10^6$, lahko ocenimo, da se pri obtekanju jadra turbulenca v zraku pojavi, kadar velja

$$Lv = \frac{10^6 \eta}{\rho} \approx 15 \text{ m}^2/\text{s}, \quad (8)$$

saj je gostota zraka približno $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ in $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$. Pri hitrosti vetra, ki je enaka 5 m/s , nastopi prehod iz laminarnega v turbulentni tok na razdalji okoli 3 m od prednjega roba jadra. Povsem analogno kot pri kobilici se zaradi razlike tlakov na obeh straneh jadra pojavi tok okoli zgornjega in spodnjega roba jadra, ki prav tako ustvarja vrtinčenje in povzroča energijske izgube.

Bolj kot sama hitrost vetra je za jadranje pomembna navidezna hitrost vetra. To je vektorska vsota hitrosti vetra in nasprotnih vrednosti hitrosti plovbe jadrnice. Zaradi samega gibanja jadrnice skozi zrak namreč ta občuti dodatni "veter". Navidezna hitrost vetra je torej tista, ki določa silo na jadro. Kadar jadrnica pluje z vetrom, torej v smer, kamor piha veter, ne more preseči hitrosti vetra, saj se s približevanjem tej hitrosti zmanjšuje sila na jadro. V resnici hitrosti vetra ne more doseči,

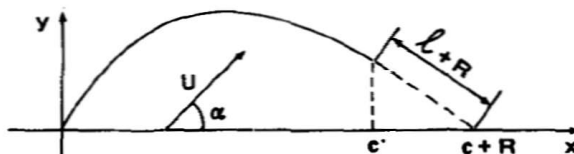


Slika 7: Graf prikazuje porazdelitev razlike tlakov v dani točki in njegove ravnovesne vrednosti vzdolž jadra. Negativne vrednosti zavzame podtlak na zavetrni strani jadra, pozitivne pa nadtlak na privetrni strani jadra. Skupna sila obeh prispevkov na jadro je sorazmerna površini med obema krivuljama. [2]

saj jo dodatno zavira hidrodinamski upor. Kadar pa jadrnica pluje v smeri pravokotno na veter in ima jadra pod kotom 45° glede na smer plovbe in na smer vetra, se sila pravega vetra na jadro s hitrostjo plovbe ne spreminja in jadrnica lahko pospešuje vse dokler se sila na jadro in sila zaradi skupnega upora jadrnice ne izenačita. Za običajne jadrnice je najhitrejša smer jadrnanja pod kotom nekoliko več kot 90° glede na smer vetra. V [2] zasledimo podatek, da so za kopenske jadrnice, ki jadrajo na ledu (in na ta način zelo zmanjšajo silo upora), namerili hitrost $150\text{mph} \approx 240\text{km/h}$ pri hitrosti vetra $30\text{mph} \approx 50\text{km/h}$, kar je zares osupljiv rezultat.

3.3.2 Izračun profila jadra

V tem razdelku je predstavljen izračun oblike profila neraztegljivega, upogljivega dvodimenzionalnega jadra v potencialnem toku, kot sta ga izvedla Vanden-Broeck in Keller v [4]. Avtorja sta iskala obliko močno napetega jadra za poljuben vpadni kot vetra.



Slika 8: Skica k problemu izračuna oblike jadra v potencialnem toku. [4]

Iskana oblika jadra je $y = F(x)$ za $0 \leq x \leq c^*$ (Slika 8). Ker je jadro neraztegljivo, je potemtakem njegova dolžina v vsakem trenutku enaka

$$c = \int_0^{c^*} \sqrt{1 + (F'(x))^2} dx. \quad (9)$$

Prednji del jadra je pritrjen na jambor, ki se nahaja v izhodišču koordinatnega sistema, zato se prvi robni pogoj glasi

$$F(0) = 0. \quad (10)$$

Zadnji del jadra je z vrvjo dolžine $l + R$ pritrjen v točki $(x, y) = (c + R, 0)$. Količina l je torej razlika med celotno dolžino vrvi in minimalno možno dolžino vrvi, ki je enaka razdalji med pritrdiščem in zadnjim robom popolnoma ravnega jadra. Za dolžine c , l in R veljata naslednja pogoja $2c > l \geq 0$ (zadnji rob jadra je najbolj oddaljen od pritrdišča vrvi, če je jadro ravno in usmerjeno v negativni smeri osi x) in $R \geq -\min(c, l)$. Za zadnji del jadra velja robni pogoj, ki pravi, da je naklon zadnjega dela jadra enak naklonu vrvi, torej

$$F'(c^*) = -\frac{F(c^*)}{c + R - c^*}. \quad (11)$$

Poleg tega je iz skice razvidno, da velja tudi geometrijska zveza

$$(R + l)^2 = (c + R - c^*)^2 + (F(c^*))^2. \quad (12)$$

Razliko tlakov na obeh straneh jadra uravnoveša člen $\kappa(x)\sigma$, kjer je $\kappa(x)$ ukrivljenost jadra, σ pa konstantna napetost v njem. Omenjeni pogoj upoštevamo z Bernoullijevo enačbo

$$\kappa(x) = \frac{\rho}{2\sigma} [(q^-(x))^2 - (q^+(x))^2], \quad (13)$$

kjer je ρ gostota zraka, $q^+(x)$ hitrost zraka na zunanji in $q^-(x)$ hitrost zraka na notranji strani jadra. Hitrost toka zraka je enaka gradientu hitrostnega potenciala $\nabla\phi$, pri čemer je potencial ϕ harmonična funkcija. Daleč od jadra je tok zraka nemoten, zato tam velja

$$\nabla\phi = U(\cos\alpha, \sin\alpha). \quad (14)$$

Po drugi strani mora biti na obeh straneh jadra vektor $\nabla\phi$ vedno tangenten na rob - na funkcijo $F(x)$. Kuttin pogoj zahteva, da je obtekanje jadra takšno, da je hitrost povsod končna.

Problem se torej glasi: Kakšni so oblika jadra $F(x)$, hitrostni potencial $\phi(x, y)$, c^* in σ pri danih vrednostih parametrov c , l , R , ρ , U in α ? Za lažje računanje se splača vpeljati naslednja brezdimenzijska parametra: razmerje dolžin

$$\eta = \frac{R}{c} \quad (15)$$

in Webrovo število

$$\lambda = \frac{2\rho c U^2}{\sigma}. \quad (16)$$

V splošnem je Webrovo število merilo relativnega pomena inercije tekočine v primerjavi z njeno površinsko napetostjo in se uporablja predvsem za analizo interakcij v večfaznih tokovih z močno ukrivljenimi površinami [9]. V enačbi (16) je σ sicer napetost jadra, ki pa je s površinsko napetostjo jadra povezana z izrazom $\kappa(x)\sigma$. Velika napetost σ v jadru ustreza majhni vrednosti Webrovega števila λ . Za neskončno vrednost napetosti $\sigma = \infty$ oziroma $\lambda = 0$ iz enačbe (13) sledi $\kappa(x) = 0$, kar pomeni, da je jadro povsem ravno - ima torej obliko premice. Nato iz pogoja (11) sledi, da jadro leži na abscisni osi, torej $F_0(x) = 0$ in $c_0^* = c$ ter $l_0 = 0$, kjer indeks 0 zaznamuje vrednosti za $\lambda = 0$. Kompleksno hitrost $V(Z) = u - iv$, kjer sta u in v komponenti hitrosti v x in y smeri koordinatnega sistema, za primer $\lambda = 0$, dobimo z računom, kakršen je narejen v [8] za krilo Žukovskega. Začnemo torej s kompleksnim hitrostnim potencialom

$$w(z) = U(ze^{-i\alpha} + \frac{a^2}{z}e^{i\alpha}) - i\frac{\Gamma}{2\pi}\ln z - \frac{\Gamma}{2\pi}\alpha, \quad (17)$$

ki opisuje obtekanje valja z radijem a v toku ki ga podaja enačba (14). Upoštevati je treba le, da je jadro v izbranem koordinatnem sistemu (Slika 8) daljica na intervalu $[0, c]$ in ne na intervalu

$[-2a, 2a]$, kakor v [8]. Zaradi tega je treba izbrati konformno preslikavo $Z = z + \frac{\gamma^2}{z} + 2a$, kjer že upoštevamo $c = 4a$. Iz Kuttinega pogoja, ki pravi, da mora biti hitrost $V(Z) = \frac{dw}{dz} \frac{dz}{dZ}$ (kjer je $z = z(Z)$) povsod, torej tudi na zadnjem robu jadra, končna, sledi izraz za cirkulacijo

$$\Gamma = -\pi U c \sin \alpha \quad (18)$$

in od tod, da je iskana kompleksna hitrost enaka

$$u_0 - iv_0 = U \left[\cos \alpha - i \sin \alpha \sqrt{\frac{Z - c}{Z}} \right]. \quad (19)$$

Iskana rešitev oblike jadra $F(x)$ za veliko napetost σ oziroma majhno vrednost parametra λ ne bo močno odstopala od rezultata $F_0(x)$, zato si pri računu lahko pomagamo z rezultati za $\lambda = 0$.

Ukrivljenost jadra $\kappa(x)$ je definirana kot $\kappa(x) = \nabla \cdot \vec{n}(x)$, kjer je $\vec{n}(x)$ normala na krivuljo $F(x)$. Za tangento, ki je pravokotna na normalo, velja $\vec{t} = (1, F'(x))$. Od tod sledi za normalo $\vec{n} = (F'(x), -1)$ in za ukrivljenost $\kappa(x) = F''(x)$. Če poleg tega upoštevamo, da sta hitrosti tik nad in pod jadrom enaki

$$q^\pm(x) = U \left[\cos \alpha \mp i \sin \alpha \sqrt{\frac{x - c}{x}} \right] \quad (20)$$

ter v (13) namesto σ vpeljemo λ in enačbo tudi odvajamo po Webrovem številu, dobimo izraz

$$\frac{d(F''(x))}{d\lambda} = -\frac{\sin 2\alpha}{2c} \sqrt{\frac{c - x}{x}}. \quad (21)$$

Po λ odvajamo tudi robna pogoja (10) in (11) in pri tem upoštevamo $c \approx c^*$ ter dobimo

$$\frac{d(F(0))}{d\lambda} = 0 \quad \text{in} \quad \frac{d(F'(c))}{d\lambda} = -\frac{d(F(c))}{d\lambda} R^{-1}. \quad (22)$$

Z dvakratnim integriranjem enačbe (21) po x in upoštevanjem robnih pogojev (22) dobimo izraz za $\frac{d(F(x))}{d\lambda}$. Ker iščemo rezultat za majhne vrednosti λ , lahko zapišemo

$$F(x) = F_0(x) + \lambda \frac{d(F(x))}{d\lambda} + \mathcal{O}(\lambda^2). \quad (23)$$

Velja $F_0(x) \equiv 0$, zato dobimo

$$\begin{aligned} F(x; \lambda, \eta) = & -\frac{\lambda c}{8} \sin 2\alpha \left[\left(\frac{2x}{c} - \frac{1}{2} \right) \arcsin \left(\frac{2x}{c} - 1 \right) + \left(\frac{2x}{c} + 1 \right) \sqrt{\frac{x}{c} - \frac{x^2}{c^2}} \right. \\ & \left. - \frac{\pi}{4} \left(\frac{2x}{c} + 1 \right) - \frac{\eta}{1 + \eta} \frac{\pi x}{2c} \right] + \mathcal{O}(\lambda^2). \end{aligned} \quad (24)$$

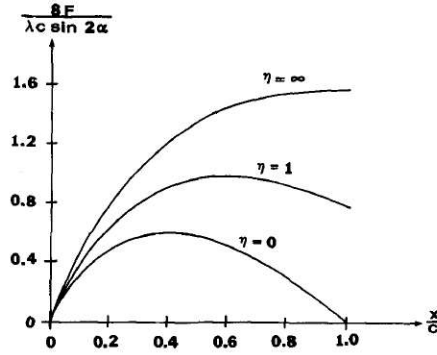
Iz dobljenega rezultata je razvidno, da je za velike vrednosti napetosti v jadru (majhno vrednost λ) oblika jadra odvisna le od parametra η , dejanski odmik pa je sorazmeren z $\lambda c \sin \alpha$ (Slika 9).

Z dokaj obsežnim računom se da dobiti koeficient vzgona na jadro, ki je definiran kot

$$C_L = \frac{2|F_L|}{\rho U^2 c}, \quad (25)$$

kjer je F_L sila vzgona na jadro, ki jo izračunamo s pomočjo enačbe [8]

$$F_L = F_y - iF_x = \rho U \Gamma, \quad (26)$$



Slika 9: Slika prikazuje funkcijsko odvisnost izraza $\frac{8F(x;\lambda,\eta)}{\lambda c \sin 2\alpha}$ od parametra $\frac{x}{c}$, kot jo narekuje enačba (24). Prikazane so tri rešitve za različne vrednosti izraza η , in sicer $\eta = 0$, $\eta = 1$ in $\eta = \infty$. [4]

kjer je Γ cirkulacija okoli jadra. S tem rezultatom dobimo za koeficient vzgona izraz

$$C_L = \frac{2|\Gamma|}{Uc}. \quad (27)$$

Zaradi pomanjkanja prostora bom le opisal, kakšni so bistveni koraki, ki vodijo do rezultata. Razlog, da ne navedem le rezultata, je v tem, da v izpeljavi nastopi uporaba Plemeljvih formul, ki se imenujejo po slovenskem matematiku Josipu Plemlju. Te enačbe se omenjajo v povezavi z izračunom singularnega Cauchyjevega integrala $F(t_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{f(t)dt}{t-t_0}$, kjer sta t in t_0 kompleksni spremenljivki, $f(t)$ analitična funkcija in C krivulja, ki vsebuje točko t_0 . Plemljeve formule povezujejo limitne vrednosti omenjenega integrala, kadar se točka t_0 približuje krivulji C z ene ali druge strani, vrednost $f(t_0)$ in Cauchyjevo glavno vrednost omenjenega integrala. Več o Cauchyjevih integralih in Plemeljvih enačbah lahko bralec zasledi v [10].

Cirkulacija je definirana kot [8]

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{r}, \quad (28)$$

kjer je hitrost $\vec{v} = (u, v)$ in $d\vec{r} = (1, F'(x))$, zato iz (27) sledi

$$C_L = \frac{2}{Uc} \left| \int_0^{c^*} \left(u^- - u^+ + (v^- - v^+) F' \right) dx \right|. \quad (29)$$

Dobljeni rezultat razvijemo do prvega reda po λ in dobimo

$$C_L = \left| 2\pi \sin \alpha - \frac{2\lambda}{Uc} \int_0^{c^*} \left(\frac{du^-}{d\lambda} - \frac{du^+}{d\lambda} \right) dx + \mathcal{O}(\lambda^2) \right|. \quad (30)$$

Za izračun koeficienta vzgona je torej treba dobiti izraz za $\frac{du^-}{d\lambda} - \frac{du^+}{d\lambda}$. To storimo z uporabo Plemeljvih formul in z nekaj preurejanja enačb, od koder sledi končni rezultat

$$C_L = \left| 2\pi \sin \alpha + \frac{\lambda}{8} \left(16 - \pi^2 - \frac{\eta}{1+\eta} \pi^2 \right) \cos \alpha \sin 2\alpha + \mathcal{O}(\lambda^2) \right|, \quad (31)$$

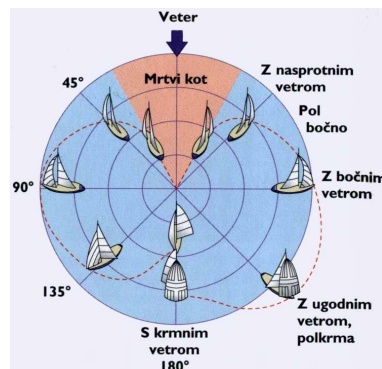
ki povezuje vrednost koeficienta vzgona z vrednostmi vpadnega kota α , Webrovega števila λ in razmerja dolžin η .

V članku [11] je prikazan izračun oblike jadra za komplementaren problem, to je za poljubno vrednost parametra λ , a z dodatno omejitvijo, da je zadnji rob jadra pritrjen na še en jambor.

Formulacija problema je precej podobna kot v tem razdelku, rešitev pa je pridobljena numerično, in sicer se namesto razvoja hitrosti obtekanja in oblike jadra za majhne vrednosti parametra λ uporabi perturbacijski izraz za brezdimenzijsko (U je normiran na 1) kompleksno hitrost $a - ib = u - \cos \alpha - i(v - \sin \alpha)$, s pomočjo katerega se nastavijo enačbe za izračun oblike jadra $F(x)$. Sam postopek je precej obsežen, zato ga v tem seminarju ne obravnavam.

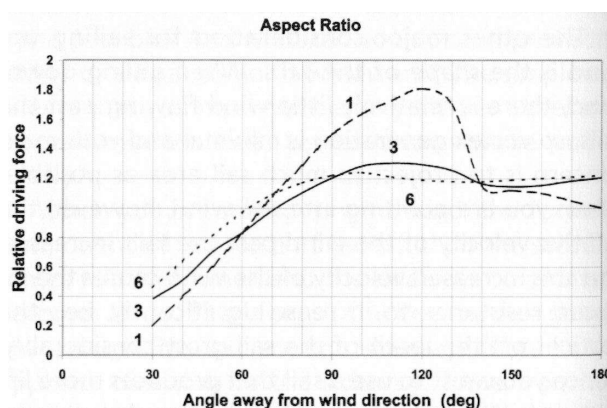
3.3.3 Oblike jader

Namen tega razdelka je razložiti, kakšna oblika jader je najprimernejša glede na relativno smer plovbe jadrnice na veter. Poimenovanje smeri jadranja je razloženo na Sliki 10. V tem primeru je z obliko jadra mišljen lik, ki ga zavzame jadro v navpični ravnini jambora.



Slika 10: Slika prikazuje možne smeri jadranja jadrnice. Mrtvi kot je smer, v katero jadranje ni mogoče, saj se jadra izpraznijo. Jadranje pod kotom $40 - 50^\circ$ glede na veter se imenuje jadranje v veter ali z nasprotnim vetrom. Hitrost se poveča, ko so jadra tesno pritegnjena do optimalnega kota. Plovba rahlo v veter je pod kotom približno 70° , z bočnim vetrom pa pod kotom 90° . Jadranje z ugodnim vetrom ali vetrom v polkrmo, to je približno pod kotom 135° glede na veter, je ob dvignjenih dodatnih jadrih najhitrejša smer. S krmnim vetrom pa je jadranje v smeri vetra. Brez dodatnih jader (špinakerja) je hitrost jadranja majhna. Rdeča črtkana črta na sliki pomeni, kakšna je največja hitrost, ki jo jadrnica pri danem vetru lahko doseže v določeni smeri. V spodnjem desnem delu grafa je narisana večja hitrost kot v spodnjem levem delu, saj je prikazana hitrost, ki jo jadrnica doseže z dodatnim jadrom, to je s špinakerjem.[3]

Najbolj očitno je, kako deluje jadro ob plovbi v smeri vetra. Sila na jadro je tedaj enaka zračnemu uporju jadra v navideznem vetru in povsem jasno je, da je za večjo silo potrebna večja površina jadra. To je bil edini način jadranja, ki so ga zmogle starodavne jadrnice Vikingov in starih civilizacij s Srednjega in Daljnega vzhoda [2]. Oblika jader teh jadrnic je bila pravokotna. Za plovbo bolj v smeri vetra so bolj primerna trikotna jadra, kar so na osnovi izkušenj ugotovili že Stari Egipčani. Kadar jadrnica pluje v smer, kamor piha veter, je relativna hitrost toka zraka glede na jadro majhna, kar pomeni, da jadro ne ustvarja veliko vrtincev. Po drugi strani pa je pri plovbi v veter relativna hitrost zraka veliko večja, kar pomeni, da se ustvarja močnejša turbulenca, s tem pa se zelo poveča upor jadra. Za plovbo proti vetru so torej zaželena jadra, ki dajejo čim večjo vzgonsko silo in čim manjši upor - to so jadra, ki so visoka in ozka. To je podobno, kot v primeru kobilice. Na Sliki so prikazane odvisnosti relativne potisne sile, ki jo ustvarjajo tri jadra z enako površino, v odvisnosti od kota glede na smer vetra. Številka ob krivulji pomeni razmerje med višino in povprečno širino jadra. Razvidno je, da pri plovbi v veter najboljše rezultate daje jadro z razmerjem enakim 6, pri kotu okoli 70° pa se razmere prevesijo v prid jadra z razmerjem 1.



Slika 11: Slika prikazuje odvisnost relativnih potisnih sil od kota glede na smer vetra za tri jadra z enako površino, a z različnim razmerjem med višino in povprečno širino jadra. Številka ob grafu pomeni velikost tega razmerja. [2]

Večina jadrnic hkrati uporablja več jader. Obstaja mnogo različnih tipov jadrnic z različnim številom jamborov in pritrdišč za jadra. Dandanes najpogostejši tip jadrnice je slup, ki je prikazan na Sliki 1 in Sliki 12. Slup ima en jambor na katerega je možno pritrditi dve jadri - eno spredaj in eno zadaj. Zadnje jadro se imenuje glavno jadro, tip sprednjega jadra pa se imenuje genova. Poleg tega je za plovbo v smeri vetra možno namestiti špinaker. Vsa naštetja jadra so prikazana na Sliki 12.

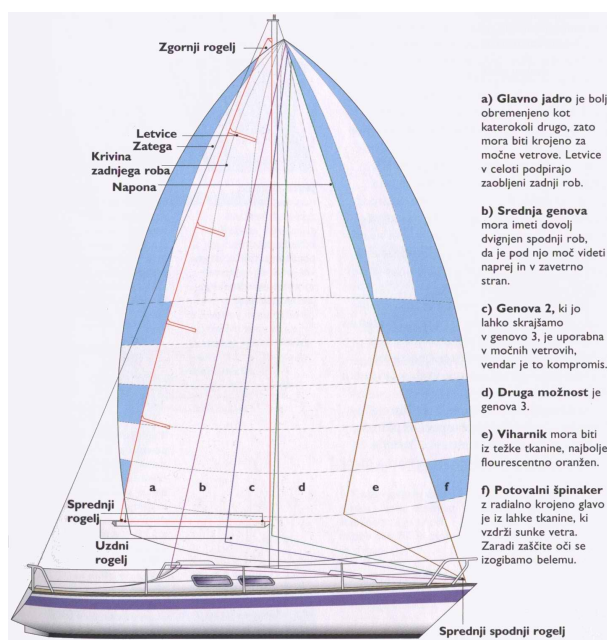
Kombinacija dveh jader povzroča večjo silo kot eno samo jadro, saj ima večjo površino in večjo razliko poti med privetrno in zavetrno stranjo, zaradi česar se pojavi večja razlika v hitrostih obtakanja na obeh straneh jadra. V večini primerov je prednje jadro tisto, ki zagotavlja večji del vzgona. Glavno jadro na račun prednjega jadra sicer izgubi nekaj vzgona, toda skupni učinek obeh jader je še vedno boljši.

Do sedaj še nisem omenil, da tudi jambor povzroča turbulenco in odlepitev mejnega sloja (ang. boundary layer separation) na prednjem robu jadra. Ponavadi se tok zraka ob jadru na kratki razdalji zopet vzpostavi, toda nekaj energije se še vedno izgubi [2]. Kombinacija dveh jader na enem jamboru zmanjšuje ta efekt in omogoča tok z manj turbulence. Uporaba dveh jader pa po drugi strani še dodatno oteži iskanje optimalne postavitve in napetosti jadra (o tem je nekoliko več napisano v naslednjem razdelku), saj sta pomembni tudi razdalja med obema jadroma in razmerje med površinama obeh jader.

3.3.4 Prilagajanje smeri in napetosti jader

Za dober izkoristek moči vetra je potrebno prilagajanje smeri jader in njihove napetosti (ang. trim). Optimalni položaj jader za različne smeri plovbe glede na smer vetra se spreminja, prav tako pa tudi optimalna napetost jader za spreminjajočo se hitrost vetra.

Za jadranje s krmnim vetrom (Slika 10) je optimalen položaj jader pravokoten na smer vetra. V tem primeru je glavni prispevek k sili na jadro prispevek nadtlaka na privetrni strani jadra, še vedno pa je nekaj cirkulacije okoli jadra in posledično tudi podtlak na nasprotni strani jadra. V tem režimu je primerno nekoliko popustiti napetost v jadru, da zavzame bolj zaobljeno obliko, s čimer se povečata prispevka k razliki tlaka na obeh straneh jadra. Za plovbo v pravokotni smeri glede na veter je optimalen kot jader okoli 45° glede na smer plovbe in na smer vetra. Prav tako je glede na prejšnji primer treba povečati napetost jadra in na ta način nekoliko zravnavati jadro. Še dodatno



Slika 12: Slika prikazuje različne tipe jader, ki se uporabljajo na sodobnih jadrnica. [3]

je treba upoštevati, da mora biti pri večjih hitrostih vetra napetost jadra večja. Če je jadro preveč ukrivljeno, namreč pride do odlepitve mejnega sloja pred zadnjim robom jadra, s čimer se sila na jadro precej zmanjša. Za jadranje v veter pri kotu, ki je le malce večji od mrtvega kota, je optimalni položaj jader čim bolj vzporeden s smerjo vetra in zato dokaj vzporeden s simetrijsko osjo jadrnice, sicer zaradi upora jadra rezultanta sil deluje v nasprotni smeri plovbe. Prevladuje komponenta sile v pravokotni smeri glede na smer plovbe, hitrost navideznega vetra pa je maksimalna (glede na ostale smeri plovbe), zato mora biti jadro zelo napeto in ravno, da se prepreči odlepitev mejnega sloja.

Pri višjih hitrostih vetra mora biti torej v splošnem jadro močno napeto, pri manjših hitrostih pa je bolje, da je nekoliko ohlapno. Spreminjanje napetosti jadra torej pride do izraza tudi pri pospeševanju oziroma spremembah v hitrosti vetra. Jadranci med nenadnim spreminjanjem smeri plovbe, na primer pri cikcakasti plovbi proti vetru, stalno prilagajajo napetost jader. Kadar jadrnica upočasni, jadra popustijo, saj bolj polno jadro lažje "ujame" veter in ima večjo vzgonsko silo, ko pa hitrost narašča jih postopoma zategujejo, s čimer preprečujejo odlepitev mejnega sloja zraka.

Zaradi komplicirane medsebojne odvisnosti vseh faktorjev, ki vplivajo na izkoristek moči vetra, ni preprostega recepta, kako doseči optimalno prilagoditev jader in smeri plovbe. S tem se ukvarja precejšnje število knjig, v splošnem pa se jadralec uči na lastnih napakah in sčasoma na osnovi izkušenj dobi občutek za učinkovito upravljanje jadrnice.

4 Zaključek

V seminarju sem v grobem predstavil fizikalne pojave, ki pravzaprav omogočajo in vplivajo na plovbo jadrnic. Čeprav pri vseh predstavljenih delih jadrnice - trupu, kobilici in jadrnih - srečamo podobne pojave iz mehanike tekočin (hidrodinamike in aerodinamike), je vsak izmed teh delov poglavje zase. Strokovnjaki, ki se ukvarjajo z optimizacijo in razvojem teh komponent poznajo številne vidike, ki jih v seminarju nisem omenil. Podobno kot v ostalih panogah, ki se ukvarjajo z mehaniko tekočin, je tudi v fiziki jadrnanja malo elegantnih in splošnih izračunov. Večina rezultatov pri preučevanju

jadrnic je pridobljena z eksperimenti in numeričnimi simulacijami.

Kakor koli že, upam, da bodo bralci seminarja izvedeli kaj novega o jadranju in da bo v njih vzbudil željo, da bi tudi sami poskusili, v kolikor še niso.

Na koncu bi se rad še zahvalil svojemu mentorju, ki mi je pomagal pri izdelavi seminarja s številnimi nasveti in strokovno literaturo.

Literatura

- [1] <http://en.wikipedia.org/wiki/Sailing>,
stran obiskana 13.5.2007
- [2] B. D. Anderson, *The Physics of Sailing Explained* (Sheridan House Inc, 2003)
- [3] H. C. Herreshoff, *Jadralski priročnik* (Tehniška založba Slovenije, 2002)
- [4] J. M. Vanden-Broeck, J. B. Keller, *Shape of a sail in a flow* (Physics of Fluids, Volume 24, Issue 3, March 1981, pp.552-553)
- [5] L. Debnath, *Nonlinear Water Waves* (Academic Press Inc, 1994)
- [6] *Coastal Engineering Manual - Part II*, <http://www.usace.army.mil/publications/eng-manuals/em1110-2-1100/PartII/PartII.htm>,
stran obiskana 13.5.2007
- [7] T. Kusterle, *Surf Zone Hydrodynamics* (Seminar, maj 2007)
- [8] R. Podgornik, *Mehanika kontinuumov*, <http://www-f1.ijs.si/~rudi/lectures/mk-1.9.pdf>,
stran obiskana 13.5.2007
- [9] http://en.wikipedia.org/wiki/Weber_number,
stran obiskana 13.5.2007
- [10] G. F. Carrier, M. Krook, C. E. Pearson, *Functions of a Complex Variable* (McGraw-Hill, New York, 1966)
- [11] J. M. Vanden-Broeck, *Nonlinear two-dimensional sail theory* (Physics of Fluids, Volume 25, Issue 3, March 1982, pp.420-423)