Kvantno lebdenje

Povzetek

Obrat casimirjeve privlačne sile

Vsebina

Uvod

Nizozemska fizika Hendrik Brugt Gerhard Casimir in Dirk Polder sta leta 1948 napovedala obstoj casimir –polderjeve sile, ki pri zelo majhnih razdaljah privlači prevodne objekte pri tako imenovanem casimirjevem pojavu. Privlačna sila v Casimirjevem pojavu je bila (nedavno) eksperimentalno izmerjena in se z teoretično napovedjo ujema do 15% natančnosti.

Nedavno pa so fiziki začeli teoretizirati o možni odbojni verziji Casimirjeve sile. Posplošeni račun za dielektrike, ki ga je napravil Lifschitz in razširili ... napoveduje odbojnost sile pri določeni izbiri dielektrikov.

Ta seminar pa se posveča možnosti doseganja odbojne Casimirjeve sile z uporabo metamaterialov. Metamateriali imajo namreč posebne lastnosti, kot so naprimer inverzija prostora, ki povzroči, da se privlačna Casimirjeva sila manifestira kot odbojna.

Ničelna energija

Harmonski oscilator

$$\psi(\vec{r},t) = e^{-ti\omega + i\vec{k}\vec{r}}$$

$$\int E\,(\omega) d\omega \;\rightarrow divergira$$

Oglejmo si primer prostora omejenega z dvema idealno prevodnima vzporednima zrcaloma razmaknjena za širino *d*. Zaradi idealne prevodnosti na površini zrcala ne more biti električnega polja, zato mora imeti tam električni del valovne funkcije EM valovanja med zrcaloma vrednost nič. Na ravnino zrcal pravokotna komponenta valovnega vektorja takega valovanja sme zato zasedati le diskretne vrednosti. Družino ψ_n valovnih funkcij valovanj med zrcaloma (upoštevajoč neomejenost v smereh vzporednih z ravnino zrcal) torej zapišemo kot:

$$\psi_n = e^{-ti\omega} e^{i(yk_y + zk_z)} \sin\left(\frac{\pi n}{d} x\right),$$

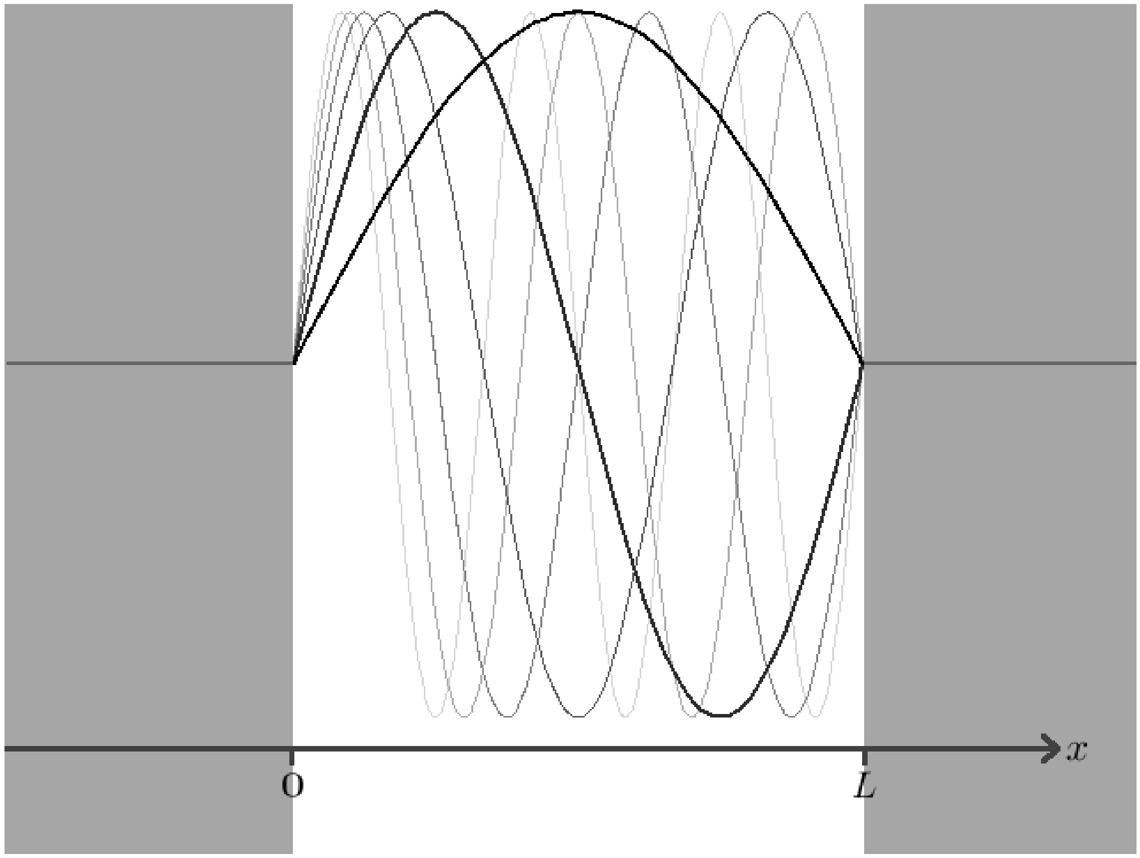
Vsako od valovanj nosi energijo harmonskega oscilatorja

$$E_m = \hbar\omega\,\left(\frac{1}{2} + m\right)$$

Kjer *m* označuje število kvantov (fotonov, i.e. meri intenziteto) izbranega valovanja in

$$\omega_{n,q} = c\sqrt{q^2 + \frac{n^2\pi^2}{d^2}}, \qquad {k_y}^2 + {k_z}^2 = q^2$$

$$\langle E \rangle = A\,2\frac{1}{4\pi^2}\int 2\pi q\;dq \sum_{n=1}^{\infty} \hbar\left(\frac{1}{2} + m_{n,q}\right)\omega_{n,q}$$



Nihajni načini med dvema prevodnima zrcaloma

Regularizacija

Pri obravnavanju izrazov ki divergirajo si v fiziki pomagamo s triki kot stra renormalizacija in regularizacija. Pri ukvarjanju z ničelno energijo EM nihanj med Casimirjevima ravninama se je Casimir poslužil zeta-regularizacije.

Casimirjevi originalni računi

Pričakovani vrednosti ničelne energije

$$\langle E \rangle = A\,2\frac{1}{4\pi^2}\int 2\pi q\,dq\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\hbar}{2}\omega_{n,q}$$

dodamo še parameter *s*, ki pa ga bomo v limiti končnega izraza poslali proti nič

$$\frac{\langle E(s) \rangle}{A} = \frac{1}{2\pi^2}\int 2\pi q\,dq\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\hbar}{2}\omega_{n,q}\left|\omega_{n,q}\right|^{-s}$$

$$\frac{\langle E(s)\rangle}{A} = \frac{\hbar c^{1-s}}{2\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\int q\, dq \left|q^2 + \frac{\pi^2 n^2}{d^2}\right|^{\frac{1-s}{2}}$$

$$\frac{\langle E(s)\rangle}{A} = -\frac{\hbar c^{1-s}\pi^{2-s}}{2d^{3-s}}\frac{1}{3-s}\sum_{n=1}^{\infty}|n|^{3-s} =$$

$$= -\frac{\hbar c^{1-s}\pi^{2-s}}{2d^{3-s}}\frac{1}{3-s}\zeta(s-3)$$

Kjer smo Dirlichletovo vsoto posplošili v Riemannovo zeta funkcijo

$$\lim_{s\to 0}\frac{\langle E(s)\rangle}{A} = \frac{\langle E_{reg}\rangle}{A} = -\frac{\hbar c\pi^2}{6d^3}\zeta(-3) = -\frac{\hbar c\pi^2}{720d^3}$$

Energija je očitno odvisna od razdalje med zrcaloma, njen odvod pa razdalji, pa nam da ravno Casimirjevo silo

$$\frac{F_{casimir}}{A} = -\frac{\partial}{\partial d}\left(\frac{\langle E_{reg}\rangle}{A}\right) = -\boldsymbol{\frac{\hbar c\pi^2}{240d^4}}$$

Poglejmo si trik regularizacije še nekoliko drugače. Zapišimo razliko med pričakovano energijo v prostoru med Casimirjevima zrcaloma z pričakovano energijo v tem istem prostoru ob odsotnosti zrcal.

V (preglednejši) enodimenzionalni verziji dobimo razliko vsote (diskretne energije pri omejitvi z zrcaloma) in integrala (zvezno različne energije ob odsotnosti robne omejitve):

$$E_{reg} = \frac{\pi\hbar c}{d}\left(\sum_{n=1}^{\infty} n - \int_0^{\infty}\frac{k\, dk}{c^2}\right) = -\frac{\hbar c\pi}{12d^2}$$

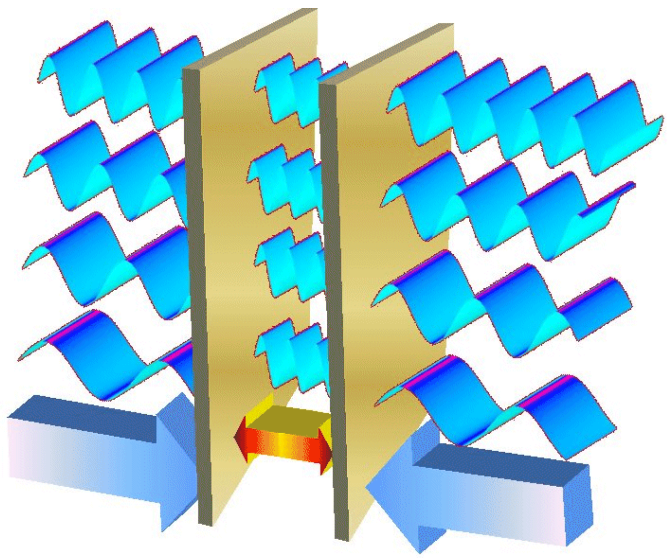
Pri izračunu smo si pomagali z Euler-Maclaurin-ovo sumacijsko formulo

V 3D primeru po istem postopku dobimo že znani rezultat

$$E_{reg} = \frac{\hbar c}{\pi^2}\left(\sum_{n=1}^{\infty}\int_0^{\infty} 2\pi q\, dq\sqrt{q^2 + \frac{\pi^2 n^2}{d^2}} - \frac{d}{\pi}\int_0^{\infty} dk\int_0^{\infty} 2\pi q\, dq\sqrt{q^2 + k^2}\right) = -\frac{\hbar c\pi^2}{720d^3}$$

Vizualizacija

Naravo Casimirjeve sile si lahko lažje predstavljamo s pomočjo virtualnih fotonov . Z virtualnimi fotoni opisujemo EM fluktuacije vakuuma, ker pa nihajna frekvenca teh virtualnih fotonov ne more zavzemati poljubne vrednosti med Casimirjevima zrcaloma, so ti fotoni v prostoru med zrcaloma »statistično« manj gosti, kot na drugi (neomejeni) strani obeh zrcal. Ker je gostota virtualnih fotonov (in znjo »sevalni« tlak) notranji strani zrcal nižja, deluje na vsako od zrcal rezultanta, ki sili zrcali skupaj.



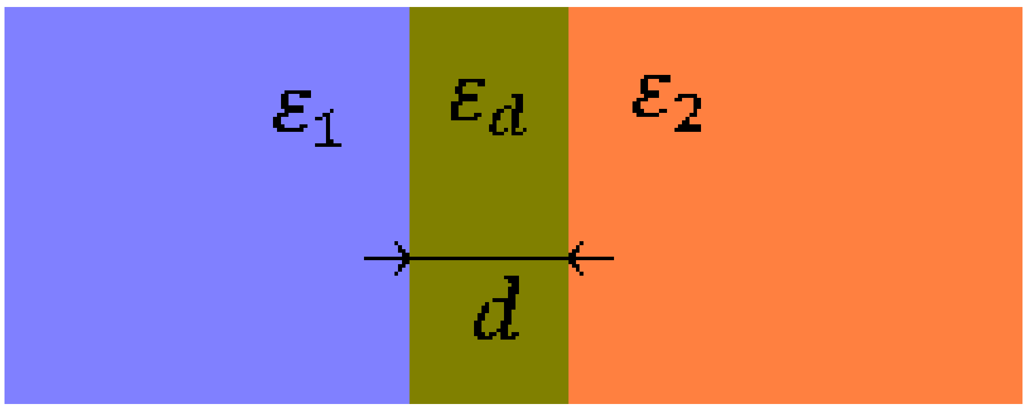
Narava casimirjeve sile – kvantizacija em valov, nekateri preveliki za med režo

Doseg in moč sile

Nano tehnologije že morajo upoštevati to silo

Negativnost sile

Letz 1956 je Lifshitz razširil obravnavo Casimirjevega pojava s posplošenjem Casimirjevih zrcal (in prostora za njima) na dielektrike. 1978 pa so Schwinger, DeRaad in Milton račun dopolnili še z dielektriokom med »zrcaloma«.



Splošen račun za dielektrike

$$F(d) = \frac{-A\hbar}{2\pi^2 c^3}\int_1^\infty dpp^2 \int_0^\infty d\xi \xi^3 \varepsilon_d^{\frac{3}{2}} \left(\left[\frac{\varepsilon_d s_1 + \varepsilon_1 p}{\varepsilon_d s_1 - \varepsilon_1 p} \, \frac{\varepsilon_d s_2 + \varepsilon_2 p}{\varepsilon_d s_2 - \varepsilon_2 p} e^{2\xi p \frac{d}{c}\sqrt{\varepsilon_d}} - 1 \right]^{-1} + \left[\frac{s_1 + p}{s_1 - p} \, \frac{s_2 + p}{s_2 - p} e^{2\xi p \frac{d}{c}\sqrt{\varepsilon_d}} - 1 \right]^{-1} \right)$$

$$s_{1,2}^2 \equiv p^2 - 1 + \frac{\varepsilon_{1,2}}{\varepsilon_d}$$

Za eksakten izračun seveda potrebujemo detajlno poznavanje odvisnosti dielektričnosti od rfrekvence, vendar pa lahko nekaj značilnosti izluščimo že z natančnejšim pogledom:

Naprimer za primer: $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 1$, $\varepsilon_d = 1$ dobimo privlačno silo $F(d)$

Za primer

$$\varepsilon_1 < \varepsilon_d < \varepsilon_2$$

Pa račun napove odbojno silo $F(d)$

Obstaja pa še ena »teoretična« možnost za odbojnost casimirjeve sile. Denimo, da imamo nek material z negativnim lomnim količnikom

$$n < 0$$

V mediju z *n*=-1 bi se tako elektromagnetno valovanje

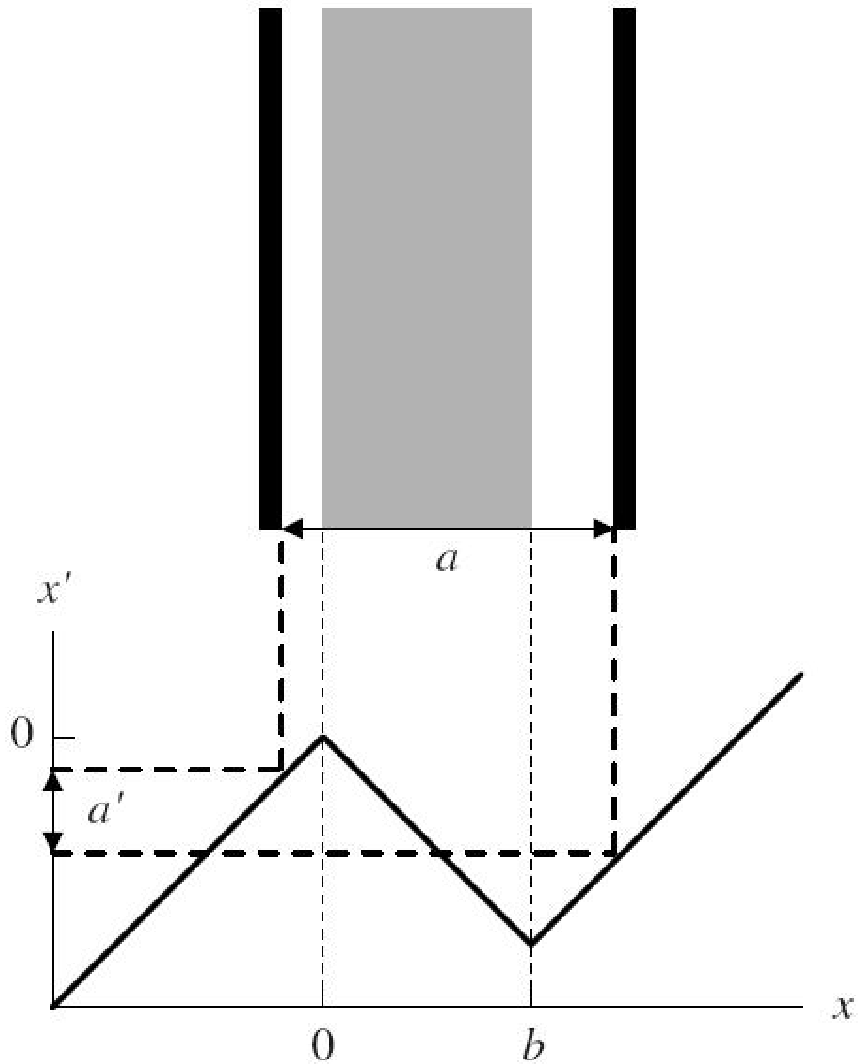
$$E(x,t) = E_0 \, e^{i\left(n\frac{\omega}{c_0}x - \omega t\right)}$$

Širilo v x smeri kot

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(-x) - \omega t\right)$$

Tak medij bi za elektromagnetno valovanje predstavljal neke vrste inverz prostora: fizično koordinato x bi em valovanje dojemalo kot –x.

Oglejmo si prostor med Casimirjevima zrcaloma razmaknjena za razdaljo ***a*** v katerega vstavimo plast snovi z lomnim količnikom -1 debeline ***b***.



Če naj bo izhodišče x=0 na površini plasti snovi z n= -1, potem imamo sledeče transformirane koordinate:

$$x' = \begin{cases} x, & x < 0 \\ -x, & 0 \le x \le b \\ x - 2b, & x > b \end{cases}$$

Efektivna razdalja med zrcaloma, razdalja, ki jo »čuti« em valovanje je potem takem

$$d = |a'| = |a - 2b|$$

V kolikor je *a < 2b* povečevanje razmaknjenosti razmaknjenosti zrcal *a* povzroči krčenje efektivne razdalje *d* torej je

$$\frac{\partial}{\partial b} = -\frac{\partial}{\partial d}$$

in

$$\frac{F_{meta}}{A} = -\frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{\langle E_{reg}\rangle}{A}\right) = \frac{\partial}{\partial d}\left(\frac{\langle E_{reg}\rangle}{A}\right) = \frac{\boldsymbol{\hbar c \pi^2}}{\boldsymbol{240 d^4}}$$

Meta-materiali

Snovi z negativnim lomnim kličnikom imajo nekatere lastnosti, ki so diametralno drugačne od lastnosti običajnih snovi zato snovi z negativnim lomnim količnikom imenujemot metasnovi.

Lomni količnik snovi je definiran z njeno dielektričnostjo in permeabilnostjo

$$n^2 = \varepsilon\mu$$

Snov ima negativni lomni količnik takrat, ko sta njuna dielektričnost in permeabilnost hkrati negatvna

$$n < 0 \Longrightarrow \varepsilon, \mu < 0$$

Na prvi pogled se zdi, da je vseeno ali sta permeabilnost in dielektričnost obe pozitivni ali obe negativni, saj v enačbi nastopa le njun produkt. Pri korenjenju produkta $\varepsilon\mu$ pa je potrebno biti previdnejši; ε in μ sta v splošnem kompleksni števili. Vzemimo ε = μ = −1 in ju zapišimo kot ε = exp(*i*π) in μ = exp(*i*π), potem je *n* = √εμ = exp(*i*π /2)exp(*i*π /2) = exp(*i*π) = −1. Pomembno pri tem je, da ima koren ε-ja ali μ-ja pozitiven imaginarni del, saj le to predstavlja fizikalno smiselno rešitev za pasivno snov.

Tako smo prišli do negativnega lomnega količnika.

Poyntingov vektor

$$\vec{P} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu\mu_0}$$

kaže v mediju z negativnim n-jem v nasprotno smer kot valovni vektor. Fazna hitrost ima v takem mediju torej nasprotno smer kot smer prenašanja energije.

V taki snovi tvorijo vektorji **k, E** in **B** levosučni sistem, zato je Veselago snovi z negativnim lomnim količnikom poimenoval levosučne snovi (LHM- left handed materials po angleško)

Eksperiment, ki je potrdil obstoj snovi z negativnim lomnim količnikom, je bil prvič uspešno izveden šele leta 2001.

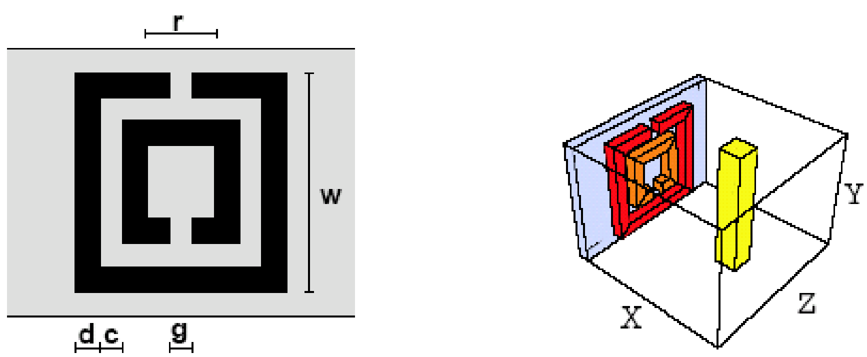
Nobena običajna snov, ki jo najdemo v naravi namreč nima lastnosti levosučnosti. Negativno dielektičnost sicer najdemo v nekaterih snoveh pri frekvencah EM valovanja v območju resonančne frekvence molekul oziroma plazemske frekvence (takrat ima polarizacija ravno nasprotno fazo kot polje valovanja) , kakor najdemo tudi resonančne feromagnetne oziroma antiferomagnetne snovi (ki pri resonančnih frekvencah dosežejo magnetizacijo v nasprotni smeri od magnetnega polja), a sta tipični območji resonance magnetnih sistemov in resonance električnih sistemov precej vsako sebi in daleč od prekrivanja.

V 90-ih letih prejšnjega stoletja so znanstveniki prvič začeli razvijati umetne materiale, ki bi imeli ukrojene elektromagnetne značilnosti. Gre za tako imenovano metasnov, ki je množica periodično ponavljajočih se elementov, ki imajo točno določen odziv na elektromagnetna polja. V kolikor so ti elementi mnogo manjših dimenzij od valovnih dolžin, ki nas zanimajo, gre z vidika EM valovanja za homogeno snov, ki ji lahko pripišemo snovni lastnosti $\boldsymbol{\varepsilon}$ in $\boldsymbol{\mu}$.

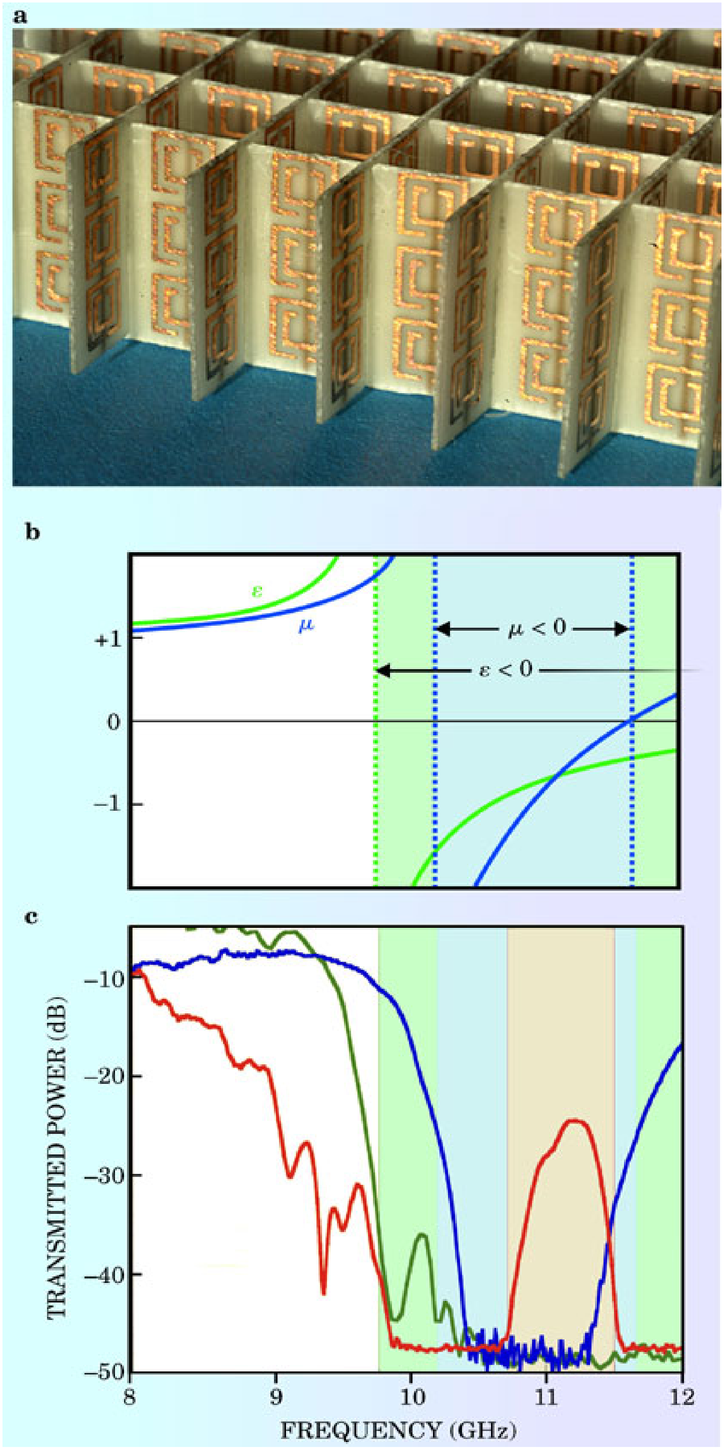
Tipično je osnovna celica levosučne metasnovi sestavljena iz dveh delov: iz tako imenovanega prekinjenega-obročnega resonatorja (angleško SRR- split ring resonator), ki poskrbi za ustrezen $\boldsymbol{\mu}$ in iz tanke kovinske žičke, ki skrbi za ustrezen $\boldsymbol{\varepsilon}$. Prekinjenost obroča resonatorja (ki je iz prevodnega materiala) deluje kot kapacitivnost, kar za nihajoče magnetno polje predstavlja majhen nihajni krog – od tod resonanca. Enako velja za žičko, ki za nihajoče električno polje predstavlja anteno.

V praksi je taka meta snov skonstruirana tako, da na neprevodno nosilno strukturo nalepijo ali naparijo tanke SRR-je in žičke (glej sliko na naslednji strani)

Prikaz osnovne celice levosučne metasnovi: levo SRR, desno celica s srr-jem in žičko



$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \qquad \mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_m^2 + i\gamma\omega}$$



Realizacija lebdenja