

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

SEMINAR II

## Radiacijska reakcija elektrona

Avtor: Jure Kokalj

Mentor: dr. Rudolf Podgornik

4. maj 2005

### **Povzetek**

Radiacijska reakcija in sila elektrona samega nase imata dolgo in pomembno zgodovino. V seminarju se preko obravnave elektromagnetnih lastnosti elektrona kot sferično nabite lupine dotaknemo nekaj njunih lastnosti.

Iz elektromagnetne gibalne količine, energije in lastnosti lorenzovih transformacij je prikazana težnja po neelektričnih silah. Iz polj okrog točkastega delca so okvirno razložene sile na nabito lupino in njihove glavne lastnosti. V limiti majhne lupine je izpeljana Abraham-Lorenzova enačba in razloženih je nekaj lastnosti njenih pobeglih rešitev. Iz vidika sil in notranje energije elektrona je na kratko prikazan princip sevanja pospešenega delca. Zaradi dobrih in slabih lastnosti radiacijske reakcije je izražena težnja po spremenjeni maxwellski teoriji in na koncu je na kratko opisan primer takšne modifikacije.

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Elektromagnetna gibalna količina in energija</b>	<b>3</b>
2.1	Majhne hitrosti . . . . .	3
2.2	Velike hitrosti . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Sila elektrona samega nase</b>	<b>6</b>
3.1	Polja okrog točkastega delca . . . . .	7
3.2	Sila radiacijske reakcije . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Abraham-Lorenzova enačba</b>	<b>8</b>
4.1	Pobegle rešitve . . . . .	9
4.2	Rešitve za lupino . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Ali enakomerno pospešen delec seva?</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Modifikacija Maxwellske teorije</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Zaključek</b>	<b>12</b>

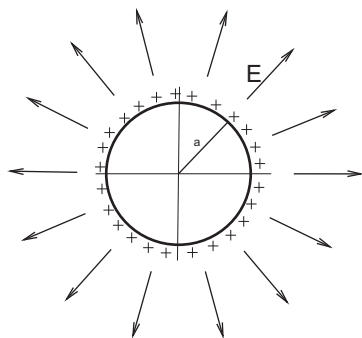
# 1 Uvod

V tem seminarju bom na kratko poskušal predstaviti nekaj zanimivih lastnosti in težav, ki jih prinese radiacijska reakcija v teoriji elektromagnetizma. Če klasični elektrodinamiki sledimo predaleč, zaidemo v težave. Če nam le-ta odpove, imamo lahko upanje še vedno v kvantni mehaniki, vendar v tem primeru nekatere težave ostajajo ([1], st. 28-1). Da bo stvar lažje razumljiva si bomo podrobneje pogledali klasični model elektrona kot električno nabite sferične lupine. Če bomo želeli rezultate, ki ustrezajo točkastemu delcu, bomo radij krogle poslali proti nič.

## 2 Elektromagnetna gibalna količina in energija

### 2.1 Majhne hitrosti

Električna energija nabite lupine ( $U_{elec}$ ), je kar energija, ki jo potrebujemo da naboj prenesemo iz neskončnosti na končno oddaljenost na lupini.

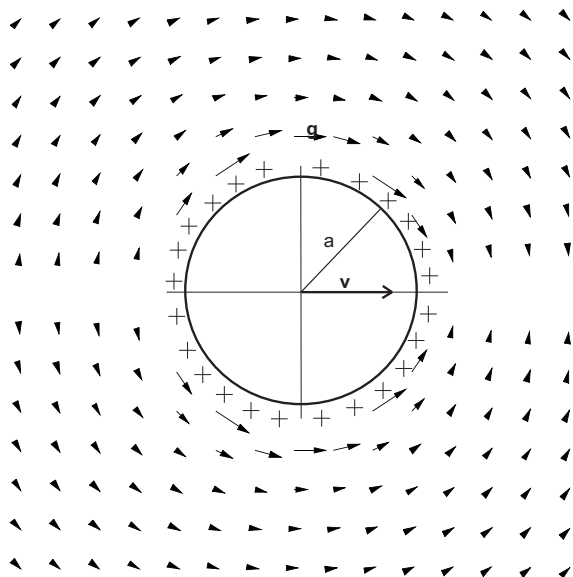


$$\mathbf{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (1)$$

$$U_{elec} = \int \frac{\epsilon_0}{2} \mathbf{E}^2 d^3\mathbf{r} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} \quad (2)$$

Ko se elektron začne gibati s hitrostjo  $\mathbf{v}$ , se v polju, ki ga obdaja, pojavi elektromagnetna gibalna količina. Izračunajmo jo najprej za primer majhne hitrosti ( $v \ll c$ ).

$$\mathbf{p} = \int \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} d^3\mathbf{r} \quad \mathbf{B} = \frac{\mathbf{v}}{c^2} \times \mathbf{E} \quad (3)$$



Na sliki je prikazano polje gostote elektromagnetne gibalne količine, ki obdaja gibajoč elektron.

$$\mathbf{g} = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (4)$$

Polje je simetrično na os gibanja. Iz slike je tudi vidno, da celotna elektromagnetna gibalna količina kaže v smeri gibanja.

Ko izračunamo integral, dobimo izraz za elektromagnetno gibalno količino ([1],28-2).

$$\mathbf{P} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} \frac{\mathbf{v}}{c^2} \quad (5)$$

Torej, tudi če našemu delcu na začetku ne pripišemo nobene mehanske mase, ima v gibanju gibalno količino, ki je posledica elektromagnetnega polja. Koeficient med gibalno količino in hitrostjo imenujemo elektromagnetna masa. Ta je za primer nabite sferične lupine in za majhne hitrosti enaka.<sup>1</sup>

$$m_{elec} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 a} \quad (6)$$

Opazili smo, da samo iz elektromagnetne teorije lahko izračunamo energijo, ki jo ima delec v mirovanju in gibalno količino, ki jo ima če se giba. Zaradi teh lastnosti so marsikateri fiziki že pred stoletjem poskušali izvor mase pripisati elektromagnetizmu. Bodimo nekoliko bolj konzervativni. Recimo da je masa delca sestavljena iz mehanske mase in EM mase, ki jih v eksperimentih ne moremo ločiti. Nekateri so pred časom predvidevali, da se masi ločita v odvisnosti od hitrosti, vendar posebna teorija relativnosti pove, da so se motili.

Poglejmo si sedaj поблиžje možnost, kjer bi bila celotna masa elektrona elektromagnetna. Izračunajmo radij lupine, ki bi ustrezal takšni masi.

<sup>1</sup>Faktor 2/3 je odvisen od oblike porazdelitve naboja.

$$m_e = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 a} \quad \longrightarrow \quad a = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2} \quad (7)$$

$$a = \frac{2}{3} r_0 \quad r_0 \approx 2.82 \times 10^{-15} m \quad \text{-klasični elektronski radij}$$

Danes vemo, da ima elektron manjše dimenzije<sup>2</sup>, ali pa je celo točkast. Torej bi bila EM masa elektrona z manjšimi dimenzijami še večja. To predstavlja težavo, ki so jo ljudje poskušali odpraviti na različne načine (negativna mehanska masa, renormalizacijo mase ([2], pog. 3.5), ...). Enega izmed njih si bomo ogledali v poglavju 6.

## 2.2 Velike hitrosti

Iz radovednosti izračunajmo še, kakšni sta  $\mathbf{p}$  in  $U_{elec}$  za velike hitrosti. Gibalno količino lahko izračunamo tako, da električno polje ( $\mathbf{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}$ ) lorenzovo transformiramo v koordinaten sistem, v katerem se naboj giblje. V tem sistemu dobimo električno in tudi magnetno polje. Nato ponovno po celotnem volumnu integriramo gostoto gibalne količine EM polja ( $g$ ). Za celotno EM gibalno količino dobimo,

$$\mathbf{p} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a c^2} \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (8)$$

kar so v resnici izračunali že pred posebno teorijo relativnosti (upoštevali so lorenzovo skrčitev). Vrnimo se sedaj še malo na energijo delca. Ko delec miruje je njegova energija  $U_{elec} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ . Ta bi po posebni teoriji relativnosti lahko ustrezala  $m_U c^2$ . Kjer bi lahko sklepali, da je masa

$$m_U = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a c^2} \quad (9)$$

celotna masa našega delca. Spomnimo se še elektromagnetne mase.

$$m_{elec} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a c^2} \quad (10)$$

Izkazalo se je, da tako dobljeni masi nista enaki. Velja namreč  $m_U = \frac{4}{3} m_{elec}$ , kar je zelo moteče, saj se ne sklada z posebno teorijo relativnosti. Zato je bilo o faktorju 4/3 napisanih veliko razprav ([5], [6]).

---

<sup>2</sup>Iz ekperimentov vemo, da so dimenzije elektrona manjše od  $10^{-18} m$ .

Ko izračunamo še energijo delca v gibanju dobimo naslednji izraz:

$$U_{elec} = \frac{\epsilon_0}{2} \int (\mathbf{E}^2 + c^2 \mathbf{B}^2) d^3\mathbf{r} \quad (11)$$

$$U_{elec} = \frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{v^2}{c^2}\right) \quad (12)$$

Tudi transformacija energije ni takšna, kot bi jo pričakovali od posebne teorije relativnosti. Ker vemo da je elektromagnetizem konsistenten s posebno teorijo relativnosti, smo se morali nekje zmotiti. Vendar se nismo zmotili pri računanju, ampak smo nekaj izpustili. Da bi bil naš delec stabilen, mora obstajati neka sila, ki ni električnega izvora in naš delec drži skupaj. Na te sile je prvi opozoril Poincare, zato napetost, ki jo ustvarjajo imenujemo Poincarejeva napetost. Če bi v izračunih upoštevali tudi gibalno količino in energijo teh sil, bi dobili rezultate skladne z posebno teorijo relativnosti. Nekoliko več o tem si je mogoče ogledati v [4].

Z vpeljavo sil neelektričnega izvora, pa je naša teorija izgubila tisto, kar je bilo na njej najlepše - enostavnost. Z novimi silami se odpre polno novih vprašanj; kako močne so te sile, ali elektron oscilira, kakšne so lastnosti njegove notranjosti, itd.<sup>3</sup> Kakor koli že, tako zapletena teorija je bolj ali manj nezaželena.

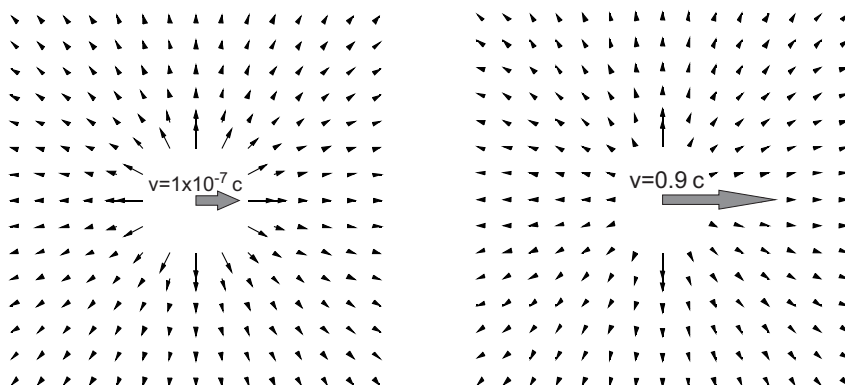
### 3 Sila elektrona samega nase

Na maso pa lahko gledamo tudi drugače. Delec ima maso, če moramo nanj delovati s silo, da ga lahko pospešimo ([1], st. 28-5). Poglejmo sedaj bolj podrobno kakšne so sile na naš model elektrona. Slika je približno takšna. Vsak del lupine odbija drug del lupine. Če lupina miruje, se te sile paroma odštejejo in celotna sila na elektron je enaka nič. Drugače pa je, če elektron pospešuje. Ker se elektromagnetni vpliv širi s svetlobno hitrostjo, potrebuje nekaj časa, da prepotuje od enega dela lupine do drugega. Torej, ko se elektron giblje, bo sila na drug del lupine posledica polja, ki ga je prvi del lupine oddal v kasnejšem času. Če elektron pospešuje se sile paroma ne izničijo in celotna sila na elektron ni enaka nič. Na prvi pogled celotna sila nebi bila nič tudi v primeru, ko se elektron giblje s konstantno hitrostjo, vendar podrobnejši račun pokaže, da temu ni tako.

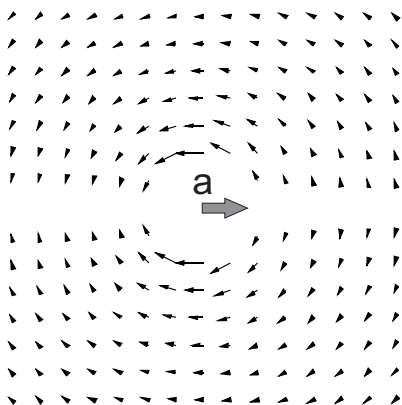
<sup>3</sup>Na zanimiv, a na žalost neuspešen način jih je poskušal opisati Casimir ([2], pog. 8.10)

### 3.1 Polja okrog točkastega delca

Za primer si pogledjmo električno polje okrog točkastega delca, ki lahko predstavlja delček naše lupine.<sup>4</sup> Če se delec giblje s konstantno hitrostjo, je polje okrog njega simetrično na ravnino pravokotno na hitrost delca. Torej bo celotna sila v tem primeru na sferično simetrično porazdelitev naboja enaka nič. Dva primera sta na Sliki 1<sup>5</sup>.



Slika 1: Hitrostni del električnega polja okrog točkastega naboja za majhne in velike hitrosti. Pri velikih hitrostih se že opazi posledica Lorenzove skrčitve.



Slika 2: Slika prikazuje radiacijski del električnega polja okrog točkastega delca. Ker je polje blizu delca zelo veliko in bi zasenčilo preostali del, sem ta del polja odrezal.

<sup>4</sup>Polje lahko izračunamo iz Lienard-Wiechertovih potencialov [7].

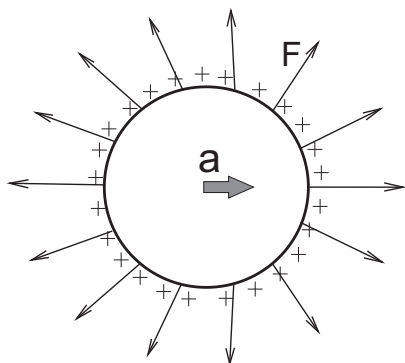
<sup>5</sup>Na sliki sem odrezal polje blizu delca, ki je zelo veliko in bi zasenčilo ostalo polje.

Ko pa naš delec enakomerno pospešuje se električno polje malenkost spremeni. Polje, ki je sorazmerno s pospeškom delca imenujemo radiacijski del polja. Na večjih razdaljah pada kot  $\frac{1}{r}$  in je za faktor  $\frac{a}{c^2}$  manjše od hitrostnega dela polja, zaradi česar na Sliki 1 nebi opazili razlike. Poglejmo si raj, samo del električnega polja, ki je posledica pospeška (Slika 2).

Iz slike je razvidno, da polje ni simetrično na ravnino, ki je pravokotna na pospešek. Vidno je tudi, da je smer polja nagnjena v obratno smer pospeška. Zaradi tega se pri porazdelitvi naboja pojavi celotna sila, ki poskuša zavirati pospeševanje.

### 3.2 Sila radiacijske reakcije

V prejšnjem poglavju (3.1) smo se kar dobro seznanili s kakšnimi silami deluje en del lupine na drug del. Slika ni bistveno drugačna, če upoštevamo sile med vsemi deli lupine. Skicirajmo torej sile znotraj nabite lupine.



Sile, ki so v mirovanju centrosimetrične, se pri pospeševanju nekoliko zamaknejo v obratni smeri pospeševanja. To ima za posledico silo, ki jo imenujemo sila radiacijske reakcije ( $\mathbf{F}_{rr}$ ).

Silo radiacijske reakcije je za primer nabite lupine in majhnih hitrosti mogoče tudi izračunati. Ker pa je račun zapleten, si poglejmo samo rezultat. Celoten izračun si je mogoče ogledati v [2] (pog. 5.6).

$$\mathbf{F}_{rr} = -\frac{1}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c a^2} (\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}(t - \frac{2a}{c})) \quad (13)$$

Odvisnost radiacijske sile je v takšnem primeru dokaj enostavna. Odvisna je od spremembe hitrosti v času, ki ga svetloba porabi za prelet nabite lupine.

## 4 Abraham-Lorenzova enačba

Iz enačbe (13) pa lahko izpeljemo bolj znano Abraham-Lorenzovo enačbo. Ker predvidevamo, da ima elektron majhne dimenzije, razvijmo enačbo (13) za majhne radije lupine ( $a$ ). V razvoju upoštevamo, da se hitrost v času  $\frac{2a}{c}$



ne spremeni veliko, kar je več kot dober približek.

$$\mathbf{F}_{\text{rr}} = -\frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 a} \dot{\mathbf{v}}(t) + \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{\mathbf{v}}(t) + \dots \quad (14)$$

Višje člene smo zanemarili saj vsebujejo potenco  $\frac{2a}{c}$ , kar je za  $a \approx r_0$  približno  $10^{-23} \text{s}$ . Faktor pred  $\dot{\mathbf{v}}$  smo spoznali že prej in je natančno enak elektromagnetni masi. Zapišimo sedaj enačbo gibanja.

$$(m_0 + m_{\text{elec}}) \dot{\mathbf{v}} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (15)$$

Ta enačba pa ima zaskrbljujoče rešitve. Prepišimo jo najprej v lepšo obliko. Člen  $m_0 + m_{\text{elec}}$  proglasimo za celotno maso delca ( $m$ ) in vpeljimo še nov karakteristični čas  $\tau = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3 m}$ .<sup>6</sup> S tem enačba (15) dobi obliko

$$m(\dot{\mathbf{v}} - \tau \ddot{\mathbf{v}}) = \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (16)$$

in jo kot tako imenujemo Abraham-Lorezova enačba.

## 4.1 Pobegle rešitve

Če ni prisotna zunanja sila je rešitev enačbe (16) eksponentno naraščajoč pospešek  $\mathbf{a}(t) = \mathbf{a}(0)e^{\frac{t}{\tau}}$ , kar je pobegla rešitev. Da se tem rešitvam izognemo moramo  $\mathbf{a}(0)$  postaviti na 0. Pobegle rešitve pa se pojavijo tudi, ko na delec deluje zunanja sila. Da bi se tem rešitvam izognili je Dirac ([8], [2]) predlagal začetni pospešek v obliki

$$\mathbf{a}(0) = \frac{1}{m\tau} \int_0^\infty dt' \mathbf{F}_{\text{ext}}(t') e^{-\frac{t'}{\tau}} \quad (17)$$

kar privede do rešitve za pospešek ob času  $t$

$$\mathbf{a}(t) = \frac{1}{m\tau} \int_0^\infty dt' \mathbf{F}_{\text{ext}}(t+t') e^{-\frac{t'}{\tau}} \quad (18)$$

Rešitev je fizikalno zelo čudna, saj je pospešek v času  $t$  določen s silo v kasnejšem času  $t+t'$ . Čeprav se takšen pospešek zdi nesmiseln, ga v eksperimentu ni mogoče izmeriti, saj je naš karakterističen čas zelo kratek  $\tau \approx 6 \times 10^{-24} \text{s}$ . Če upoštevamo, da se zunanje sile v tem času ne spremenijo bistveno, dobimo ponovno smiseln rezultat  $\mathbf{a}(t) \approx \frac{1}{m} \mathbf{F}_{\text{ext}}(t)$ .<sup>7</sup>

<sup>6</sup>Za karakteristični čas poznamo vse nastopajoče količine in ga lahko izračunamo;  $\tau \approx 6 \times 10^{-24} \text{s}$ .

<sup>7</sup>Prvi popravek je običajno majhen in znaša  $\frac{1}{m} \dot{\mathbf{F}}_{\text{ext}}(t)\tau$ .

## 4.2 Rešitve za lupino

V poglavju 3 smo pokazali, da se pri pospeševanju pojavi sila, ki pospeševanje zavira. Kako torej, da smo dobili pobegle rešitve? Zavedati se moramo, da smo precejšnji del sile  $-\frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^2 a} \dot{\mathbf{v}}$  pospravili v maso delca. Če hočemo, da za majhne radije lupine velja  $m_e = m_0 + m_{elec}$ , potem mora biti  $m_0$  negativna. Torej smo precejšen del sile omejili z maso delca, popravek k sili zaradi neenakomernega pospeševanja pa kaže v smeri naraščanja pospeška (člen z  $\ddot{\mathbf{v}}$ ). Od tod torej pobegle rešitve.

Gibalno enačbo za nabito lupino

$$m_0 \dot{\mathbf{v}} = -\frac{1}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c a^2} (\mathbf{v}(t) - \mathbf{v}(t - \frac{2a}{c})) \quad (19)$$

pa je mogoče rešiti tudi eksaktno z nastavkom  $x(t) = x_0 e^{\lambda \frac{t}{\tau}}$ . Pri tem je  $\lambda$  lahko kompleksen. Izkaže pa se, da je realni del  $\lambda$  negativen (nimamo pobeglih rešitev), kadar je radij lupine tako velik, da je  $m_{elec}$  manjša od celotne mase elektrona. V tem primeru je mehanska masa večja od nič  $m_0 > 0$ . To je izpolnjeno, kadar je radij lupine večji od  $\frac{2}{3} r_0$  ([2], [9]).

## 5 Ali enakomerno pospešen delec seva?

To vprašanje se pojavi, ker iz eksperimentov vemo, da je moč sevanja elektrona podana z Larmorjevo formulo [7]:

$$P_{sev} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \mathbf{a}^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \quad (20)$$

Radiacijska sila sevanja brez člena z elektromagnetno maso (upoštevana v celotni masi) pa je

$$\tilde{\mathbf{F}}_{rr} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \dot{\mathbf{a}}}{4\pi\epsilon_0 c^3} \quad (21)$$

kar je za enakomerno pospešeno gibanje enako 0. Torej bi enakomerno pospešen elektron seval energijo in se pri tem nebi pojavila nobena dodatna sila, ki bi elektron zavirala. To na prvi pogled deluje kot neohranjanje energije. Poglejmo si stvar bolj podrobno. Da bomo lažje ugotovili kako je z energijo in močmi, pomnožimo enačbo (15) skalarno z  $\mathbf{v}$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{ext} \cdot \mathbf{v} &= \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 \right) - \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}} \\ &= \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 \right) + \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \mathbf{a}^2 - \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \frac{d}{dt} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}) \end{aligned} \quad (22)$$

Iz enačbe opazimo da gre delo, ki ga opravi zunanja sila, v spremembo kinetične energije  $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m\mathbf{v}^2)$ , v izsevano moč  $\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0c^3}\mathbf{a}^2$  in še v spremembo člena  $\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0c^3}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{a})$ , ki ga imenujemo Schottova energija. V primeru periodičnega gibanja je povprečje po času zadnjega, Schottovega člena, enaka nič in delo zunanje sile gre po pričakovanju v kinetično energijo in izsevano moč. Kako pa je v primeru enakomerno pospešenega gibanja? V tem primeru je radiacijska sila (brez elektromagnetne mase) enaka nič, odkoder sledi, da je izsevana moč enaka spremembi Schottove energije.

$$\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0c^3}\mathbf{a}^2 = \frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0c^3}\frac{d}{dt}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{a}) \quad (23)$$

Schottovo energijo je mogoče interpretirati kot notranjo energijo delca [10], ali kot energijo polja v bližini delca [11]. Izvor energije pa je v interferenci hitrostnega in radiacijskega polja okrog točkastega naboja. Torej sila elektrona samega nase zadovoljivo opiše njegovo sevanje.

## 6 Modifikacija Maxwellske teorije

Teorija radiacije in sila elektrona samega nase nam prineseta vrsto težav ( $m_{elec}$  je velika) vendar tudi razlago nekaterih fizikalnih pojavov (sevanje elektrona). Da bi se rešili težav so ljudje (Dirac, Wheeler in Feynman, Bopp, Born in Infield,...) poskušali predelati Maxwellsko teorijo na različne načine. ([1], pog. 28-5)

Poglejmo si Diracov primer [8], ki sta ga kasneje nadgradila Wheeler in Feynman. Najprej zapišimo silo elektrona samega nase v primeru majhnih radijev, ki je izračunana iz retardiranih polj

$$\mathbf{F}_{rr}^{ret} = -m_{elec}\dot{\mathbf{v}}(t) + \frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0c^3}\ddot{\mathbf{v}}(t) + \dots \quad (24)$$

Da bi se izognili pobeglim rešitvam in divergenci  $m_{elec}$  za majhne radije, bi se bilo dobro znebiti člena  $m_{elec}\dot{\mathbf{v}}$ . Ker pa želimo obdržati sevanje, moramo ohraniti drugi člen. Dirac je predlagal, da silo elektrona samega nase zapišemo kot  $\frac{1}{2}(\mathbf{F}_{rr}^{ret} - \mathbf{F}_{rr}^{adv})$ , kjer je  $\mathbf{F}_{rr}^{adv}$  sila elektrona samega nase iz avansiranih polj. Dobimo jo enostavno iz retardirane sile s transformacijo  $t \rightarrow -t$ .

$$\mathbf{F}_{rr}^{adv} = -m_{elec}\dot{\mathbf{v}}(t) - \frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0c^3}\ddot{\mathbf{v}}(t) - \dots \quad (25)$$

S tem je dosegel želeni učinek.

Diracovo nekako poljubno izbiro kombinacije sil pa sta v bolj fizikalen okvir postavila Wheller in Feynman v teoriji absorberja ([1], [3]). V tej teoriji delec s polji deluje le na ostale delce in nič nase. Torej radiacijske reakcije sploh ni. Interakcija med delci pa poteka polovično preko retardiranih polj in polovično preko avansiranih polj. Izkaže se da efekte avansiranih polj v večini primerov sploh ni mogoče opaziti. Ko pa elektron pospešuje v času  $t$ , strese vse ostale naboje v času  $t' = t + \frac{r}{c}$  zaradi retardiranega polja. Vsi ti elektroni pa delujejo nazaj na pospešen naboj z avansiranim poljem, ki bo prispel v času  $t'' = t' - \frac{r}{c} = t$ . Torej takoj, ko je elektron pospešen že čuti silo od vseh ostalih nabojev, ki bodo v prihodnosti absorbirali njegovo polje. Ta pojav nam prinese potreben člen za sevanje pospešenega elektrona. Teorija absorberja je precej zapletena in tudi avtorja sta se močno namučila, da sta dokazala njeno konsistenco. Več o tej teoriji je mogoče prebrati v [12].

## 7 Zaključek

Iz seminarja je razvidno, da še nimamo zadovoljive klasične teorije elektrona. Nekaj upanja se kaže v Moniz-Sharp teoriji, ki kvantno obravnava elektron kot sferično porazdeljen naboj. Naj za konec citiram Paisa, ki je mogoče z malo pretiravanja pripomnil:<sup>8</sup> "The investigations of the self-energy problem of the electron by men like Abraham, Lorentz and Poincare have long since ceased to be relevant. All that has remained from those early times is that we still do not understand the problem."

---

<sup>8</sup>A. Pais, 'Subtle is the Lord...' *The Science and the Life of Albert Einstein* (Oxford University Press, New York, 1985)

## Literatura

- [1] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley, 1964, Volume 2, Chapter 28
- [2] Peter W. Milonni, *The Quantum Vacuum*, Academic Press, 1994;
- [3] Panofsky, Philips *Classical Electricity and Magnetism*, second edition, Addison-Wesley, 1962
- [4] V. Hinzdo, *Hidden momentum and the electromagnetic mass of charge and current carrying body*, Am. J. Physics **65** (1), January 1997
- [5] P. Moylan, *An Elementary Account of the Factor of 4/3 in the Electromagnetic Mass*, Am. J. Physics **63**, 818-820 (1995)
- [6] I. Campos, Jiménez, J. L., *Comment on the 4/3 problem in the electromagnetic mass and the Boyer-Rohrlich controversy*, Physical Review D (Particles and Fields), Volume 33, Issue 2, 15 January 1986, pp.607-610
- [7] Rudolf Podgornik, *skripta Elektromagnetno polje*, (2003), <http://www-fl.ijs.si/~rudi/lectures/EMP-SKRIPTA-v1.6.pdf>
- [8] Dirac, P. A. M., *Classical Theory of Radiating Electrons*, Proc. Roy. Soc. London **167A**, 148 (1938)
- [9] H. Levine, E. J. Moniz and D. H. Sharp, *Motion of extended charges in classical electrodynamics*, Am. J. Physics **45** (1), January 1977, pp.75-78
- [10] F. Rohrlich, *The self-force and radiation reaction*, Am. J. Physics **68** (12), December 2000, pp.1109-1112
- [11] S. Coleman, *Classical Electron Theory from a Modern Standpoint*, Rand Corporation Research Memorandum RM-2820-PR (September 1961); reprinted in *Electromagnetism: Paths to Research*, ed. D. Teplitz (Plenum Press, New York, 1982)
- [12] J. A. Wheller in R. P. Feynman, *Interaction with the Absorber as the Mechanism of Radiation*, Rev. Mod. Phys. **17**, 157 (1945)