Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Oddelek za fiziko

Seminar - 4. letnik

Borzna temperatura

Avtor: Matjaž Berčič

Mentor: Prof. dr. Rudolf Podgornik

Ljubljana, januar 2010

Kazalo

Povzetek

V fiziki poznamo kar nekaj sistemov ki se lahko znajdejo v različnih fazah. Njihove faze pa imajo različne fizikalne lastnosti in sistem se v različnih fazah obnaša različno. Ponavadi opazujemo stanje našega sistema ob spreminjanju neke fizikalne opazljivke (na primer magnetizacijo feromagnetnega vzorca v odvisnosti od temperature, pri konstantnem magnetnem polju). Opazimo, da pri neki vrednosti opazljivke sistem spremeni svoje lastnosti. Ponavadi je fizikalna opazljivka temperatura, stanje sistema pa opisujemo z nekim parametrom urejenosti (magnetizacija iz primera).

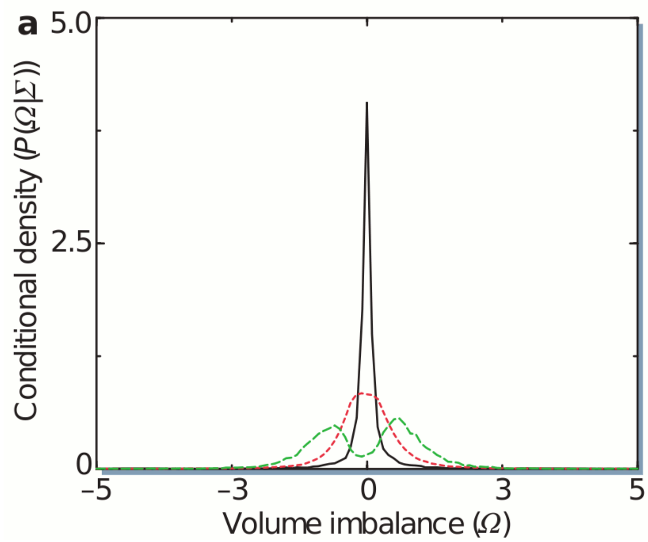
Podobno kot za opazljivko v fizikalnih sistemih vzamemo temperaturo, lahko pri opazovanju trgovanja na borzi za opazljivko vzamemo neke vrste borzno temperaturo, ki ima v smislu faznih prehodov enako vlogo kot temperatura v fizikalnih sistemih - z njeno pomočjo lahko določimo fazo v kateri se nahaja borza.

V zadnjem delu seminarja pa bom predstavil še model napovedovanja borznih zlomov, ki je izpeljan na podlagi zelo podobnih principov kot Isingov model spinske interakcije in daje dobre rezultate za napovedovanje časov borznih zlomov.

Uvod

Kupovanje in prodajanje na finančnih trgih žene povpraševanje, ki ga lahko opišemo z neravnovesjem med številom delnic ki vstopajo na trg s strani prodajalcev in tistih s strani kupcev. Iz takšnega povpraševanja Ω pa lahko izpeljemo parameter urejenosti borznega trga Ψ . Gostoto šuma povpraševanja Σ pa lahko pretvorimo v novo definicijo borzne temperature.

Če spremljamo porazdelitev verjetnostne gostote Ω v odvisnosti od parametra Σ opazimo zanimivo obnašanje : porazdelitev verjetnostne gostote ima za vrednosti $\Sigma < \Sigma_c$ en sam vrh, in sicer pri $\Omega = 0$, za vrednosti $\Sigma > \Sigma_c$ pa porazdelitev verjetnostne gostote preide v obliko z dvema vrhovoma, ki sta simetrična glede na $\Omega = 0$. V tem smislu lahko rečemo, da borza živi v dveh fazah. V prvi fazi pod kritično vrednostjo Σ je število delnic ki vstopajo na trg s strani prodajalcev približno enako številu delnic s strani kupcev. Pravimo da je borza v ravnovesju, v tem stanju so transakcije posledica "šuma", špekulativnih nakupov. V fazi nad kritično vrednostjo Σ pa se v porazdelitvi Ω pojavita dva vrhova, ki ustrezata povečani ponudbi in povečanemu povpraševanju. V tej fazi najverjetneje večino transakcij povzročajo informirani posamezniki. Posledica teh transakcij je sprememba cene delnic in kasneje spet vrnitev v ravnovesno fazo.



(a) slika verjetnostne porazdelitve Ω za različne vrednosti parametra Σ : črna ostra črta za $\Sigma \ll \Sigma_c$, rdeča črta za $\Sigma \approx \Sigma_c$ in zelena črta za $\Sigma > \Sigma_c$. V primeru $\Sigma \approx \Sigma_c$ se porazdelitev na sredini izravna in ob povečanju Ω preide v porazdelitev z dvema vrhovoma. [1]

V nadaljevanju bom predstavil metode s pomočjo katerih so prišli do predstavljenih ugotovitev in njihov pomen.

1. Borza kot dvofazni sistem

Radi bi ločevali med transakcijami, ki so bolj ustrezale prodajalcem od tistih, ki so bolj ustrezale kupcem. Vse transakcije bi tako radi razdelili na kupne, nevtralne in prodajne (imena so mogoče malo zavajujoča, saj za vsako transakcijo morata obstajati tako kupec kot prodajalec - poimenovali smo jih po udeležencu, ki je prvi vstopil v transakcijo in mu je transakcija bolj privlačna). V ta namen si izmislimo naslednji kriterij : v vsakem trenutku na borzi obstaja ponudba $S_B(t)$ pri neki (previsoki) ceni, ki nima ustreznega povpraševanja. Pravtako obstaja povpraševanje $S_A(t)$ pri neki (prenizki) ceni ki nima ustrezne prodajne strani. Tako določimo nevtralno ceno kot $S_M(t)=\frac{S_B(t)+S_A(t)}{2}$. Transakcije zdaj razvrstimo med prodajne, nevtralne in kupne s pomočjo cene, po kateri so narejene : v primeru $S(t) > S_M(t)$ označimo transakcijo za nakupno, pri $S(t) < S_M(t)$ za prodajno in v primeru enakosti za nevtralno. Tako definiramo koeficiente transakcij a_i kot:

$$a_i = \begin{Bmatrix} 1 & (nakupna\, transakcija) \\ 0 & (nevtralna\, transakcija) \\ -1 & (prodajna\, transakcija) \end{Bmatrix}$$

S pomočjo teh koeficientov definiramo povpraševanje v nekem časovnem intervalu kot

$$\Omega(t) \;=\; \sum_{i=1}^{N} q_i a_i$$

kjer indeks i teče preko vseh N transakcij v časovnem intervalu Δt .

Za vsak časovni interval pa pravtako izračunamo lokalno gostoto šuma kot

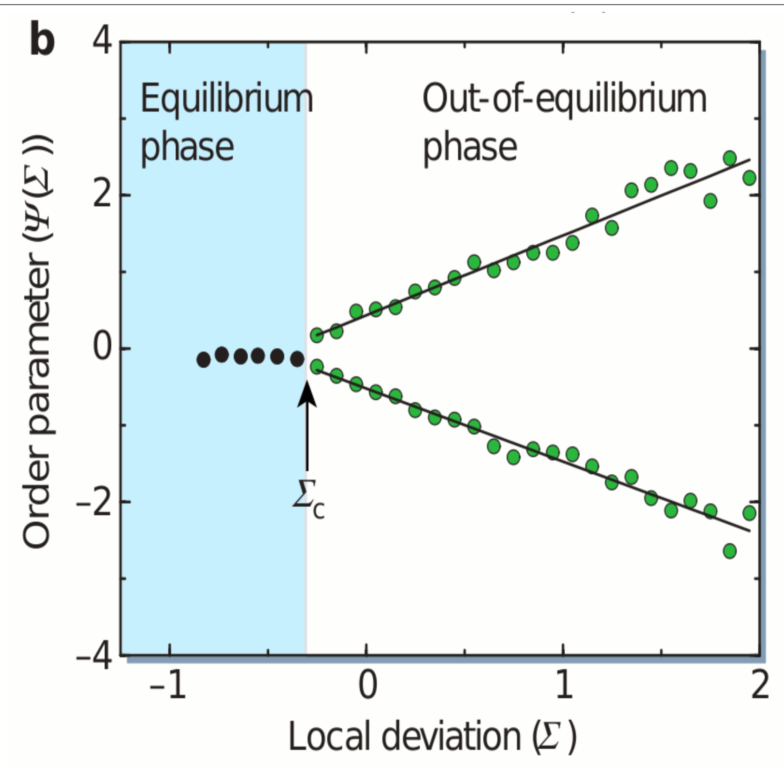
$$\Sigma(t)=\langle|\; q_i a_i \;\langle\; q_i a_i \;\rangle\;|\rangle$$

kjer <...> označuje povprečenje preko vseh N transakcij v časovnem intervalu.

Da bi opazovali fazne prehode uvedemo še parameter urejenosti trga Ψ kot

$$\Psi(\Sigma) \;=\; \left\{ \begin{array}{c} 0,\;\; \Sigma < \Sigma_c \\ \Sigma - \Sigma_c,\;\; \Sigma \;\gg\; \Sigma_c \end{array} \right\}$$

ki predstavlja kar vrednosti vrhov v porazdelitvi Ω - najverjetnejše vrednosti tega parametra.



(b) Vrednosti parametra urejenosti $\Psi(\Sigma)$ za različne vrednosti Σ . Na grafu je označen fazni prehod pri kritični vrednosti Σ_c . (x os na grafu prikazuje lokalno odstopanje Σ od neke povprečne vrednosti, dobljene preko povprečenja preko daljšega časovnega obdobja - zato so lahko vrednosti tudi negativne) [1]

Podatki uporabljeni v analizi izhajajo iz 116 najboje trgovanih delnic NYSE v letih 1994 in 1995. Na slikah je vzet časovni interval $\Delta t = 15\, min$, a rezultati so enaki za časovne intervale vse do $\Delta t = \frac{1}{2} dneva$.

2. Enostaven model, ki prikaže dvofazno obnašanje

Dvofazno obnašanje borze kot sistema lahko izhaja iz različnih razlogov, lahko pa ga pripišemo znanemu dejstvu, da ima porazdelitev cen delnic na borzi dolge repe - v primerjavi z Gaussovo pada počasneje. Za primer vzemimo da so cene delnic na borzi porazdeljene po Cauchy-Lorentzovi porazdelitvi z verjetnostno gostoto

$$p(x, x_{0,} \gamma) = \frac{1}{\Pi \gamma [1 + (\frac{x - x_0}{\gamma})^2]}$$

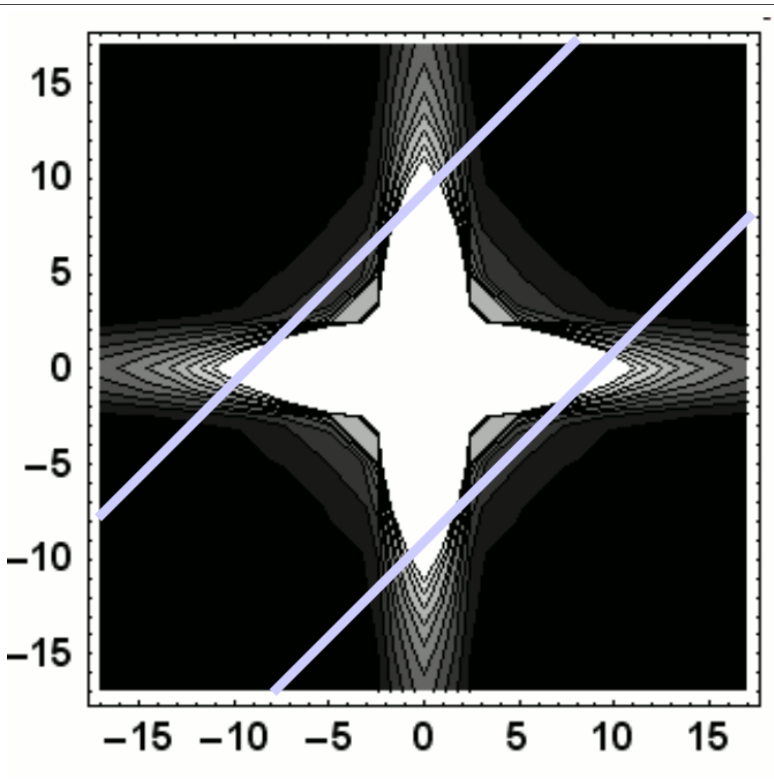
Ta porazdelitev nima definiranega povprečja, variance in višjih momentov. Njen modus in mediana pa sta enaka x_0 .

V poenostavitvi najprej še privzemimo, da sta bili na trgu izvedeni le dve transakciji. Tako dobimo formuli:

$$\Omega = x_1 + x_2$$

$$\Sigma = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}|}{2} = \frac{|x_1 - x_2|}{2}$$

kjer je $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ povprečna vrednost transakcije. Vrednosti x_1 in x_2 pa sta porazdeljeni po prej opisani porazdelitvi. Zakaj pod opisanimi pogoji pride do faznega prehoda si razložimo s pomočjo naslednje slike:

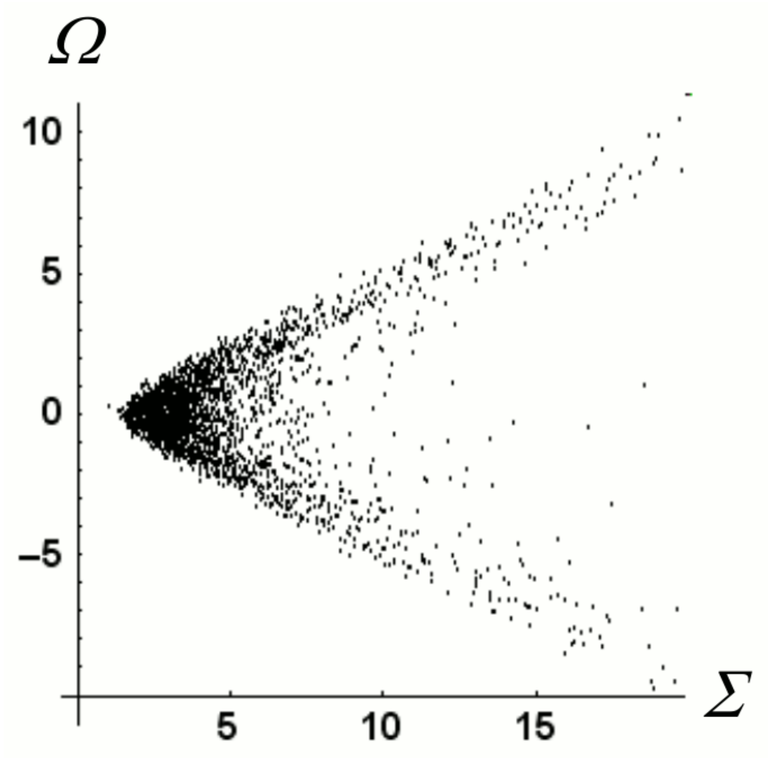


Porazdelitev dveh naključnih spremenljivk. Porazdelitev vsake izmed spremenljivk je Cauchy-Lorentzova. [2]

Slika prikazuje verjetnostno gostoto porazdelitve dveh naključnih spremenljivk. Diagonalne črte

(vzporedne s simetralo lihih kvadratnov) pa predstavljajo območje, kjer je vrednost $\Sigma = \frac{|x_1 - x_2|}{2}$ konstantna. Vrednost $\Omega = x_1 + x_2$ pa je konstantna na črtah, vzporednih s simetralo sodih kvadrantov, torej na črtah pravokotnih na črte konstantne vrednosti Σ . Vidimo, da porazdelitev za velike vrednosti Σ dobi dva vrhova. Za majhne vredosti Σ pa so črte enake verjetnostne gostote krožnice in ne zvezdnate oblike, zato ima takrat verjetnostna porazdelitev en sam vrh.

Če so spremenljivke $x_{1,} x_{2,} \ldots, x_N$ porazdeljene po Cauchy-Lorentzovi porazdelitvi, potem je tudi njihovo povprečje $S = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N}$ porazdeljeno po isti porazdelitvi. Temu rečemo, da se porazdelitev ohranja, in zaradi te lastnosti pričakujemo, da tudi pri večjem N lahko z isto utemeljitvijo razložimo pojav faznega prehoda. Spodnja slika prikazuje rezultate simulacije na primeru z N = 100.



Rezultati simulacije 5000 žrebov vektorja stanja borze pri N = 100. V vsaki iteraciji se izžreba vektor 100 Cauchy-Lorentzovo porazdeljenih spremenljivk in izračuna vrednosti Σ in Ω . Tako dobimo točko v zgornjem grafu. Večina točk je zbranih pri majhnih vrednostih Σ - predstavljajo ravnovesno stanje borze. [2]

3. Je fazni prehod borze novo odkrit pojav ali le posledica že znanih dejstev o nihanjih cen na borzi ?

Ob osupljivo enostavni razlagi poenostavljenega primera se postavlja vprašanje, ali je opažen fazni prehod res na novo odkrito dejstvo o borznem dogajanju, ali le posledica že znanih dejstev, na primer tega da imajo porazdelitve premikov cen (in s tem tudi cene v nekem časovnem intervalu) dolge repe [4].

Izkaže se, da opažen pojav ni nič novega v smislu spoznanj o obnašanju cen na borzi, in je zgolj posledica medsebojne odvisnosti opazovanih spremenljivk ter že znanega dejstva o dolgih repih porazdelitve cen. Opažen fazni prehod tako obstaja tudi brez kakšnih kompleksnih družbenih pojavov.

Če se še enkrat spomnimo definicije količin:

$$\Omega(t) \;=\; \sum_{i=1}^{N} q_i a_i = N\langle q_i a_i\rangle$$

kjer je N število vseh transakcij v časovnem intervalu Δt . Pravtako

$$\Sigma(t)=\langle| \; q_i a_i \;\langle\; q_i a_i \;\rangle\; |\rangle$$

Nadaljno izpeljavo najprejilustrirajmo z kratkim razmislekom:

Če imamo simetrično porazdeljeno naključno spremenljivko X in oceno A njene velikosti |X| (oceno velikosti si lahko zamislimo kot nekoliko zašumljeno - razmazano v smislu porazdelitve - pravo velikost). Bistven del nadaljnega razmisleka bo sledeč:

Če je A majhen, potem je najverjetnejša vrednost X približno nič, pogojna porazdelitev X ima za znane vrednosti A ki so majhne v primerjavi z zašumljenostjo ocene velikosti tako le en vrh ki je pribižno enak nič.

Za velike vrednosti A pa sta najverjetnejši vrednosti X dve in sta simetrični glede na 0. Pravtako ima porazdelitev vrednosti X zdaj dva vrha, simetrična glede na 0.

Če to dejstvo ilustriramo še z enim primerom:

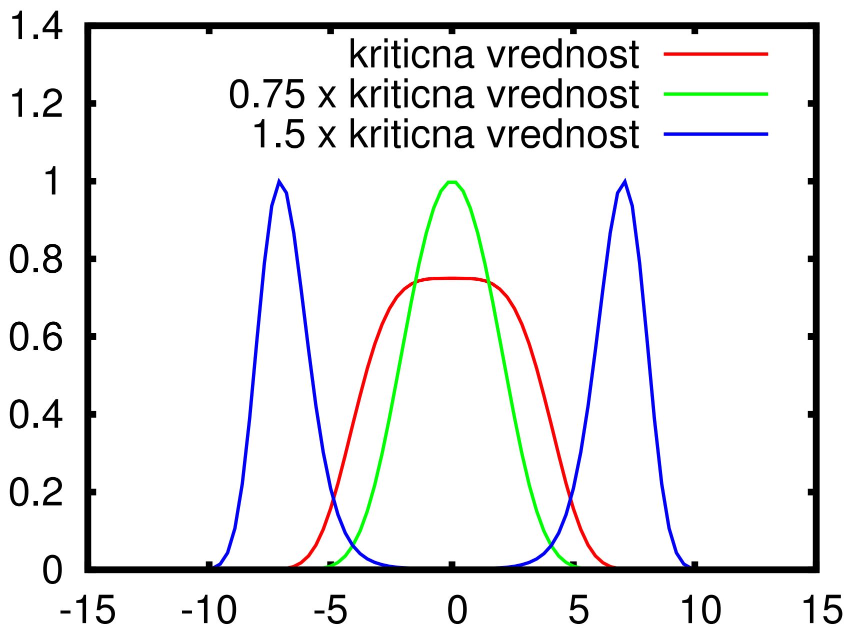
Naj bo $\tilde{\Omega}$ Gaussovo porazdeljena spremenljivka z enotsko varianco in povprečno vrednostjo 0. Za oceno njene velikosti vzamemo $\tilde{\Sigma}=\beta\tilde{\Omega}^2+\eta$, kjer je η Gaussov šum variance σ^2 , $\beta>0$. Potem dobimo za pogojno verjetnost

$$P(\tilde{\Omega}|\tilde{\Sigma})=\frac{1}{Z(\tilde{\Sigma})}\exp(-\frac{\tilde{\Omega}^2}{2}-\frac{(\beta\tilde{\Omega}^2-\tilde{\Sigma})^2}{2\sigma^2})$$

kjer je $Z(\tilde{\Sigma})$ normalizacijska konstanta.

V čemer prepoznamo obliko potenciala mehiškega klobuka, ki ima en sam vrh za $\tilde{\Sigma}<\tilde{\Sigma}_c$ in dva za $\tilde{\Sigma}>\tilde{\Sigma}_c$, kjer je $\tilde{\Sigma}_c=\frac{\sigma^2}{2\beta}$.

Vrhova za $\tilde{\Sigma}>\tilde{\Sigma}_c$ pa rasteta linearno z $\sqrt{|\tilde{\Sigma}-\tilde{\Sigma}_c|}$, velja $\tilde{\Omega}_{1,2}\sim\sqrt{|\tilde{\Sigma}-\tilde{\Sigma}_c|}$ (za originalne količine je tu odvisnost brez korena).



Porazdelitev po potencialu mehiški klobuk za različne vrednosti $\tilde{\Sigma}$ pri $\sigma^2=2, \quad \beta=0.1$. Verjetnostne gostote niso normalizirane. Opazimo že znano sploščenost vrha pri kritični vrednosti Σ , dva vrha pri nadkritični vrednosti i $\tilde{\Sigma}$ n en sam vrh za majhne . $\tilde{\Sigma}$

Vidimo da je $\tilde{\Sigma}_c = \frac{\sigma^2}{2\beta}$ končna, kadar je $\beta > 0$ oziroma z drugimi besedami dokler obstaja korelacija med $\tilde{\Sigma}$ in $\tilde{\Omega}$. Ugotovitev tudi splošneje, ni potrebno namreč vzeti predpostavk o normalnih porazdelitvah.

Za prvotni dve opazovani količini Ω in Σ pa velja, da je Σ visoko korelirana z velikostjo povpraševanja Ω in iz tega sumimo, da gre pri opazovanem faznem prehodu za podoben efekt.

Zaradi enostavnosti nadaljnega računa namesto Σ obravnavajmo raje Σ' definirano podobno, le brez absolutne vrednosti:

$$\Sigma' = \langle \ (\ q_i a_i \ \langle \ q_i a_i \ \rangle \ )^2 \ \rangle$$

Ugotovimo :

$$\langle \Omega^2 \Sigma' \rangle_c = (N-1)(\langle q^4 \rangle - 3\langle q^2 \rangle^2) + (1 - \frac{3}{N}) \sum_{i \neq j = 1}^{N} \langle q_i^2 q_j^2 \rangle_c$$

Za porazdelitve volumnov z debelimi repi je člen $(\langle q^4 \rangle - 3\langle q^2 \rangle^2)$ pozitiven. Če pa so volumni med seboj pozitivno korelirani pa je pravtako pozitiven zadnji člen v enačbi $\langle q_i^2 q_j^2 \rangle_c > 0$ [7].

Kar pomeni, da obstaja pozitivna korelacija med Σ' in Ω^2 . Še več, za porazdelitve z debelimi repi (kar je znano za porazdelitve volumnov na borzi) pa korelacijski koeficient ostaja pozitiven tudi za velike vrednosti N.

Opisan mehanizem vodi k $\Omega_{1,2} \sim \sqrt{|\Sigma - \Sigma_c|}$ kadar je $\log(P(\Omega))$ gladka funkcija pri $\Omega = 0$. Za $\log(P(\Omega)) \sim -|\Omega|$ (kar je po [4] realistična izbira za neravnovesno stanje) pa dobimo odvisnost $\Omega_{1,2} \sim |\Sigma - \Sigma_c|$ kot je bilo opaženo v analizah podatkov.

4. Log periodičnost in borzni zlomi - Sornettove oscilacije

Prej opisan postopek analize borznega dogajanja je namigoval na podobnost borznega dogajanja z dogajanjem v dvofaznem fizikalnem sistemu. Osnova za takšno predvidevanje je temeljila na podobnosti med interakcijami v fizikalnih sistemih in procesom oblikovanja cene na borzi. V obeh primerih gre za sistem z velikim številom samostojnih enot, ki med seboj interagirajo. Na takšnem principu pa je tudi osnovan log periodični model napovedovanja boznih zlomov.

Model temelji na naslednjih predpostavkah:

a) Borzni zlomi nastanejo zaradi medsebojnega posnemanja posameznikov, udeleženih na borznem trgu. Proces posnemanja deluje na način, ki lasten vpliv še okrepi. Posamezniki, ki drugače trgujejo naključno, posnemajo svoje sosede in ko se vpliv posnemanja preveč razširi, se zgodi da veliko število posameznikov ob istem času odda enako naročilo (na primer želijo prodati) in ker ni ustreznega števila posameznikov, ki bi razmišljali drugače (ki bi nakup smatrali za dober) se zgodi zlom - cena začne hitro padati.

b) Ker borznega zloma ne moremo z gotovostjo napovedati, v najboljšem primeru lahko le ocenimo verjetnost da se zgodi v nekem časovnem intervalu, so posamezniki pripravljni sprejeti tveganje zloma - hitrega in večjega upada njihovega premoženja, če le so za to primerno nagrajeni v smislu pričakovanih prihodnjih vrednosti njihovega premoženja v primeru da se zlom ne zgodi.

V predpostavki a) opazimo podobnost z Isingovim modelom magnetizacije. Kakor v danem modelu interagirajo posamezniki (eden vpliva na način razmišljanja drugega), tako v Isingovem modelu interagirajo spini (spini se zaradi medsebojne interakcije pri feromagnetih urejajo v isto smer, tako kot se enako razmišljanje širi med posamezniki). Tako kot v Isingovem modelu pri prehodu pod neko kritično temperaturo sistem postane urejen, tako se v borzi razmišljanje pri dovolj velikem vplivu procesa posnemanja v primerjavi z naključnim trgovanjem (naključno trgovanje v isingovem modelu predstavlja spontano obračanje spinov zaradi termičnih nihanj) dovolj razširi da trgovanje preide iz ravnovesnega stanja - zgodi se zlom.

4-1 Spreminjanje cene

Privzamemo hipotezo o učinkovitem trgu, torej trgu kjer je vsaka cena odraz vseh informacij o vrednosti neke delnice v prihodnosti, zapisano z enačbo :

$$\forall t' > t, \quad E_t[p(t')] = p(t) \quad (1)$$

kjer z $E_t[...]$ označimo pričakovano vrednost na podlagi informacij, znanih ob času t.

Naj zdaj j označuje proces zloma - pred zlomom je njegova vrednost 0, potem pa skočin na 1. Potem spreminjanje cene v času definira naslednja enačba :

$$dp = \mu(t)\, p(t)\, dt - \kappa\, p(t)\, dj \quad (2)$$

kjer smo s p(t) označili ceno, $\mu(t)$ označuje časovno odvisen koeficient rasti cene in κ verjetnost da se zlom zgodi v naslednji časovni enoti.

Ob upoštevanju (1) dobimo

$$E_t(dp) = 0 = \mu(t)\, p(t)\, dt - \kappa\, p(t)\, h(t)\, dt \quad \Rightarrow \quad \mu(t) = \kappa\, h(t)$$

kjer smo z h(t) označili verjetnostno gostoto dogodka da se zlom zgodi v naslednji enoti časa, pod pogojem da se še ni zgodil. Če zdaj vstavimo (2) v (1) ob upoštevanju zadnjega dejstva dobimo enačbo za ceno pred zlomom :

$$\log[p\frac{(t)}{p}(t_0)]=\kappa\int_{t_0}^{t}h(t')dt' \quad (3)$$

Tu je pomembno povedati, da naš model predpostavlja da je borzni zlom zunanji dogodek, njegov točen čas med osebami na trgu ni znan. Pravtako predpostavljamo, da je verjetnost za zlom zunanji parameter, na katerega agenti na trgu ne morejo vplivati. Če bi lahko, potem bi si vedno izbrali, da se zlom nikoli ne zgodi.

Zdaj nam za izračun cene manjka le še h(t). Pomagajmo si z naslednjim razmislekom : h(t) je povezan z verjetnostjo, da se zlom zgoti kmalu. Zlom pa se zgodi, ko je preveliko število agentov na trgu enakega mnenja. Ti agenti pa se odločajo neodvisno eden od drugega, pravtako pa se v večini primerov med seboj sploh ne poznajo in večino časa (ko borza stabilno deluje) delujejo nsprotujoče, saj so cene stabilne (to pomeni da enako število agentov hoče kupiti neko stvar kot jih to stvar prodaja - to pa se podre v trenutku zloma). Ključni del razumevanja odvistosti h(t) je tako razumevanje principa širjenja informacij po sistemu agentov.

Privzamemo, da se vsak posameznik odloča le na podlagi naslednjih dveh stvari:

a) mnenja svojih k sosedov, ki ga posnema

b) signala, ki ga pozna le vsak osebek zase in privzamemo da je naključen

Proces, ki mu dominira a) bo tako povzročal urejenost, b) pa bo povzročal nered. Proces a) je posledica dejstva, da ljudje radi posnemamo svoje bližnje sosede, ne zanima pa nas mnenje nepoznanih ljudi.

Izkaže se, da je vpliv efekta a) odvisen od načina, ki ga izberemo za modeliranje vpliva poznanstev in tudi topologije mreže poznanstev, zato tu ločimo več primerov.

4-2 Makroskopsko modeliranje - teorija povprečnega polja

V makroskopskem modelu (po teoriji povprečnega polja) dobimo za rešitev (po [9] in [8]) :

$$\frac{dh}{dt}=Ch^{\delta} \quad , \quad \delta>1 \quad \text{in} \quad C>0$$

oziroma po integraciji:

$$h(t)=\left(\frac{h_0}{t_c-t}\right)^{\alpha} \quad \text{, za} \quad \alpha=\frac{1}{\delta-1}$$

kjer je t_c kritični čas, ki ga določajo začetni pogoji.

V praksi pa se pogosto izkaže, da je verjetnost zloma neposredno povezana z višino cen. To po podobnosti z rezultatom iz teorije povprečnega polja najlaže modeliramo z naslednjo odvistnostjo :

$$\frac{dh}{dt}=Dp^{\mu} \quad , \quad \mu>0$$

Če to vstavimo v enačbo (3), dobimo

$$\frac{d^2\ln(p)}{dt^2}=\kappa De^{\mu\ln(p)}$$

z rešitvijo za velike p

$$\ln(p)=\frac{2}{\mu}\ln\left(\frac{\sqrt{\mu\kappa/2}}{t_c-t}\right) \quad (4)$$

4-3 Mikroskopsko modeliranje

Naj bo N(i) množica agentov, ki so direktno povezani z agentom i. Privzemimo še, da je vsak agent lahko v le enem od dveh stanj : ali bi rad prodajal ali pa kupoval. To označimo z $s_i \in \{-1,+1\}$. Zamislimo si sledeč model :

$$s_i = sign(K \sum_{j \in N(i)} s_j + \sigma \epsilon_i + G) \quad (5)$$

kjer K označuje moč medsebojnih interakcij, ϵ naključen signal in G globalen vpliv (na primer vedenje da je gospodarsko stanje države v splošnem dobro).

Označimo še z $M = 1/I \sum_{i=1}^{I} s_i$ povprečno stanje, kjer je I število vseh agentov. Definiramo še susceptibilnost kot

$$\chi = \frac{d\,E[M]}{dG}\Big|_{G=0}$$

Susceptibilnost tako meri občutljivost povprečnega stanja na majhen globalen vpliv.

Če želimo izračunati vsoto v (5) pa moramo poznati topologijo mreže. Obravnavajmo dva primera :

4-3-1 2D mreža

Za model 2D mreže dobimo naslednje rešitve :

$$\chi = A(K_c - K)^{\gamma} \quad , \quad A > 0 \quad , \quad \gamma > 0$$

$$h(t) = B \times (t_c - t)^{-\alpha}$$

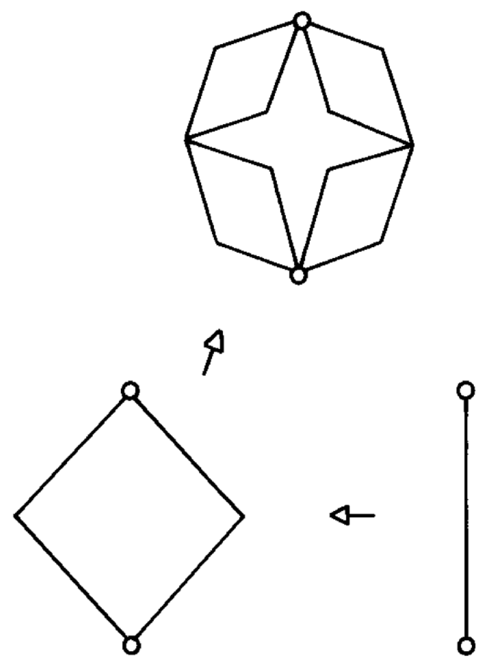
in iz rešitve enačbe (3)

$$\log[p(t)] \approx \log[p_c] - \frac{\kappa B}{\beta} \times (t_c - t)^{\beta}$$

za čas pred zlomom. Opazimo, da v limiti $\beta \to 0$ dobimo enačbo (4).

4-3-2 Hirarhična diamantna mreža

V realnosti pa trg ni sestavljen iz enakovrednih agentov. Na trgu namreč tekmujejo banke, zavarovalnice (večji, bolj pomembni igralci) in posamezniki. To simuliramo s pomočjo hirarhične diamantne mreže. Zamislimo si jo tako: Najprej naredimo povezavo med dvema agentoma, potem iz povezave naredimo kvadrat tako da je ta povezava njegova diagonala in diagonalo pobrišemo. Zdaj v na novo nastala ogljišča postavimo nova dva agenta in postopek ponovimo z novimi povezavami.



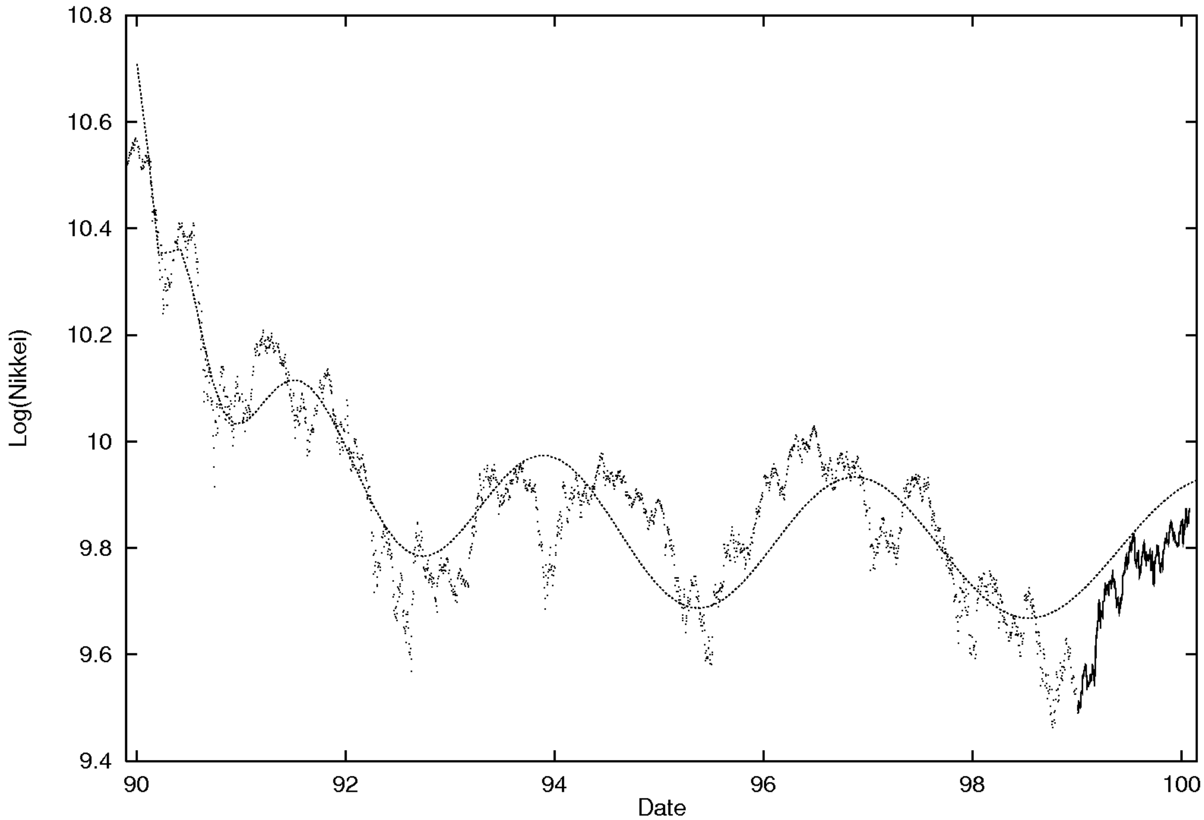
Generiranje hirarhične diamantne mreže [8]

V tem primeru pravtako obstaja analitična rešitev [10] in sicer je rezultat :

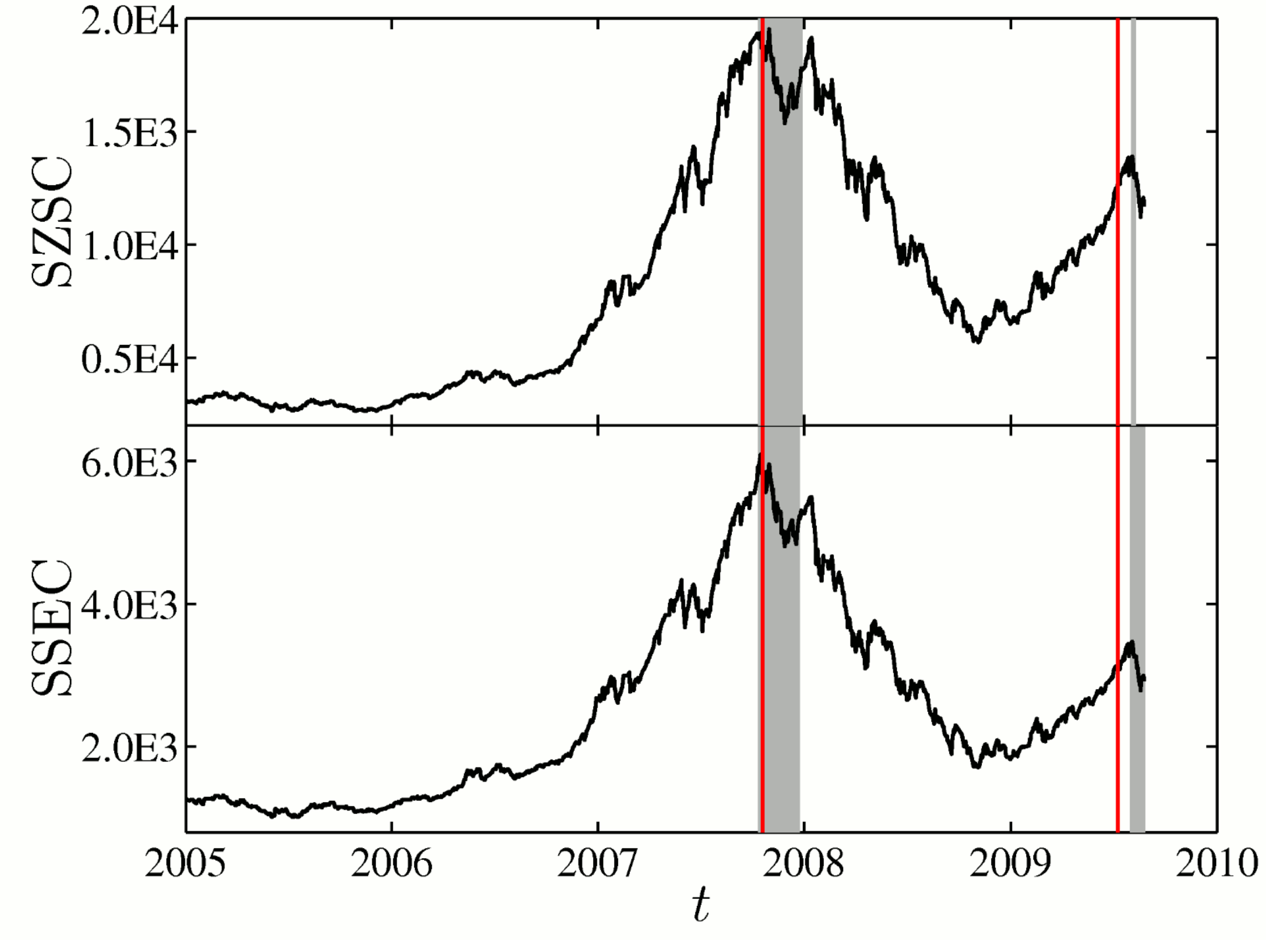
$$\log[p(t)] \approx \log[p_c] - \frac{\kappa}{\beta}\{B_0(t_c-t)^{\beta} + B_1(t_c-t)^{\beta}\cos[\omega\log(t_c-t)+\phi]\} \quad (5)$$

4-4 Primeri iz prakse

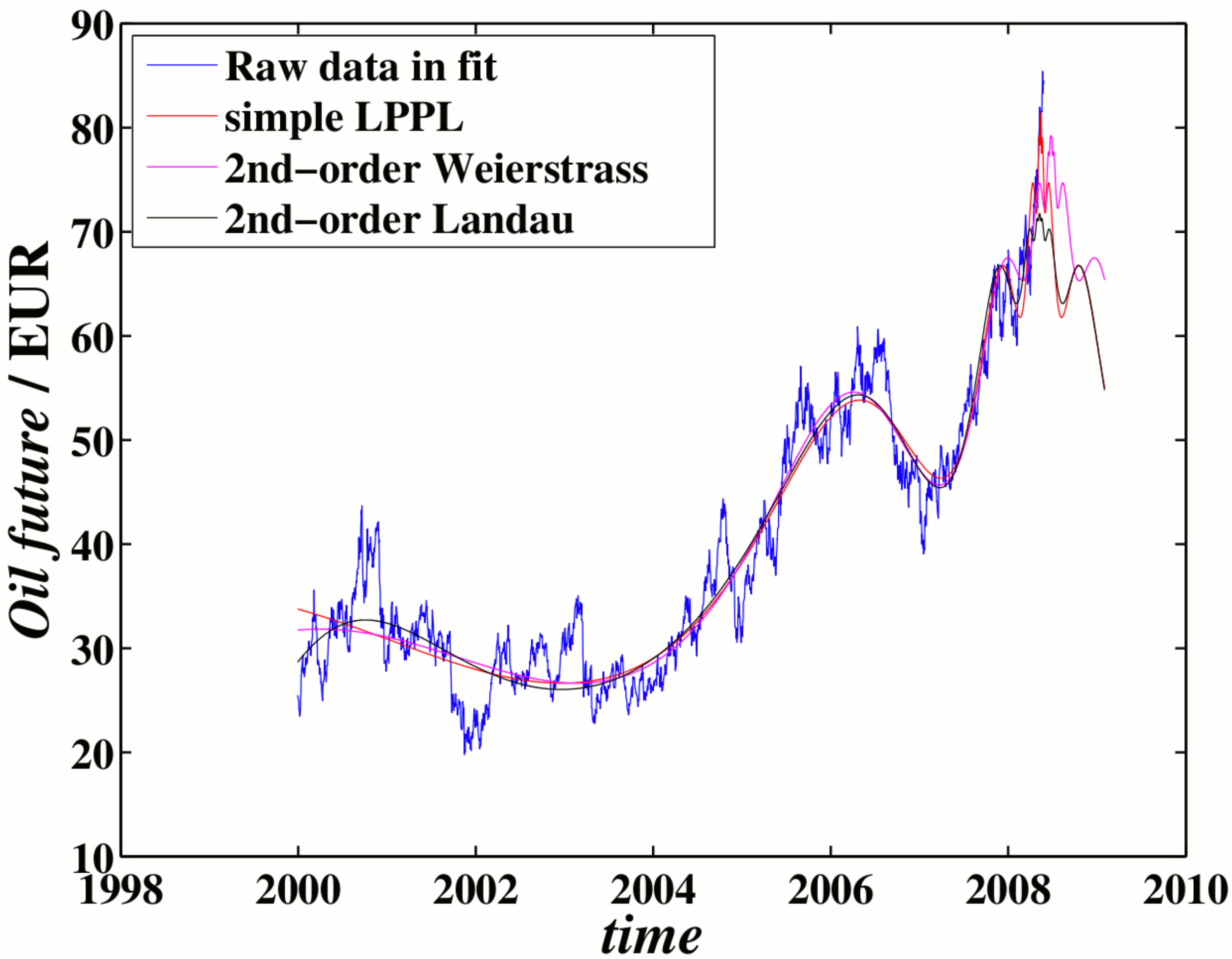
Uporaba enačbe (5) za napovedovanje borznih zlomov se je v preteklosti izkazala za uspešno. Osebno me to preseneča, saj to pomeni, da ta ugotovitev še ni dobro poznana med agenti na borznem trgu. Prvi članki o log-periodičnosti segajo pred leto 2000, zadnje napovedi pa so uspešno napovedale zlome indeksov v sredini leta 2009.



Slavna napoved poteka nihanja borznega indeksa Nikkei, ki je okazala dobro ujemanje. Fit krivulje je narejen na podatkih (svetle pikice) do leta 1999, graf pa se dobro ujema tudi naprej (temne pikice).



Indeksa SZSC in SSEC. Osivljeni del je interval 20% - 80% verjetnosti zloma. Rdeča črta prikazuje dejanski čas zloma. [11]



Napoved cen nafte za log periodični model in še dva druga [12].

5. Zaključek

Zaključimo lahko, da obnašanje ljudi na borzi res spominja na interakcije mnogodelčnega sistema, kot to potrjujejo dobre napovedi borznih zlomov dobljene s pomočjo modeliranja takšnih interakcij.

Borza tako res odraža veliko lastnosti dvofaznega fizikalnega sistema.

Vendar pa moramo biti pri tolmačenju podatkov previdni, saj je zelo težko ločevati med posledicami znanih dejstev in novimi odkritji, še posebej če gre za kompleksne povezave med podatki.

Omenim lahko, da je v poglavju 1 opisano odkritje bilo objavljeno v reviji Nature leta 2003, šele leta 2008 pa je bil objavljen članek z razlago pojava iz poglavja 3.

Log periodičnost pa (še vedno) kaže dobre rezultate. Glede na to, da je teorija postavljena na predpostavki, da je igralci na borznih trgih ne poznajo, me to preseneča, saj teorija izvira izpred leta 2000.

Težava ocenjevanja kvalitete metode log periodičnosti pa je v tem, da ne poznamo standardnega odklona indeksov in zato ne moremo s χ^2 ali podobnim testom oceniti kvalitete fita. Lahko le zaključimo, da so bile pretekle napovedi dobre in so se izkazale na različnih delih sveta in za različne stvari (različni indeksi, cene surovin, ...), tako da je verjetno da je model dober.

6. Viri:

[1] Two phase behaviour of financial markets, Vasiliki Plerou, Parameswaran Gopikrishnan, H. Eugene Stanley , Nature stran 130, 9. januar 2003

[2] Econophysics: A simple explanation of two-phase behaviour , Malcolm Forster, Brad Halfpap, Department of Philosophy and Wisconsin Center for Education Research, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin

[3] Critical uctuations of demand and supply, Takayasu, H. & Takayasu, M. Physica A 269, 24–29 (1999).

[4] Comment on “Two-phase behavior of financial markets” , Marc Potters and Jean-Philippe Bouchaud, February 2, 2008 (http://arXiv.org/abs/cond-mat/0304514v1)

[5] Correlations in Economic Time Series, Yanhui Liu, Pierre Cizeau, Martin Meyer, Chung-Kang Peng, and H. Eugene Stanley, May 28, 1997 (http://arXiv.org/abs/cond-mat/9706021v1)

[6] Quantifying stock-price response to demand fluctuations, Vasiliki Plerou, Parameswaran Gopikrishnan, Xavier Gabaix and H. Eugene Stanley, Physical review E 66, 027104 2002

[7] Statistical Properties of Share Volume Traded in Financial Markets, P. Gopikrishnan, V. Plerou, X. Gabaix, H. E. Stanley, Phys. Rev. E. 62 R4493 (2000).

[8] Crashes as Critical Points, Anders Johansen, Olivier Ledoit and Didier Sornette (http://arXiv.org/abs/cond-mat/9810071v2)

[9] Goldenfeld, N., 1992. Lectures on phase transitions and the renormalization group. Addison-Wesley Publishing Company. Reading, Massachussets.

[10] Derrida, B., De Seze, L., and Itzykson, C., 1983. Fractal structure of zeros in hierarchical models. Journal of Statistical Physics 33, 559.

[11] Bubble Diagnosis and Prediction of the 2005-2007 and 2008-2009 Chinese stock market bubbles, Zhi-Qiang Jianga, Wei-Xing Zhoua, Didier Sornette, Ryan Woodardb, Ken Bastiaensen, Peter Cauwels (http://arxiv.org/abs/0909.1007v2)

[12] The 2006-2008 Oil Bubble and Beyond, D. Sornette, R. Woodard and W.-X. Zhou (http://arXiv.org/abs/0806.1170v3)