

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



Oddelek za fiziko

Seminar  $I_a$  – 1.letnik, II. stopnja

## Razbojniški valovi

Avtor: Žiga Zaplotnik

Mentor: Rudolf Podgornik

Ljubljana, februar 2014

### Povzetek

V seminarju predstavimo prve dokaze o obstoju razbojniških valov na vodni površini. S pomočjo Airyjeve linearne teorije valovanja in Stokesovega nelinearnega razvoja te teorije izpeljemo nelinearno Schrödingerjevo enačbo. S slednjo dobro opišemo evolucijo ovojnice Stokesovega valovnega paketa. Pokažemo, da obstajajo osamljene valovne rešitve te enačbe, ki ustrezajo obliki razbojniških valov. Predstavimo tudi poskus v bazenu, pri katerem so vzbujali vodno površino in pri tem prvič zaznali in izmerili te valove.

## Kazalo

<b>1 Uvod</b>	<b>2</b>
<b>2 Fizika razbojniških valov</b>	<b>4</b>
2.1 Možni mehanizmi nastanka razbojniških valov .....	4
2.2 Najverjetnejši mehanizem – modulacijska nestabilnost.....	5
Linearna (Airyjeva) teorija valovanja.....	6
Stokesova teorija valovanja .....	7
Izpeljava nelinearne Schrödingerjeve enačbe.....	7
Rešitve NLS.....	9
<b>3 Potrditev Peregrinove rešitve kot opis razbojniškega vala</b>	<b>10</b>
<b>4 Zaključek</b>	<b>12</b>
<b>Literatura</b>	<b>12</b>

## 1 Uvod

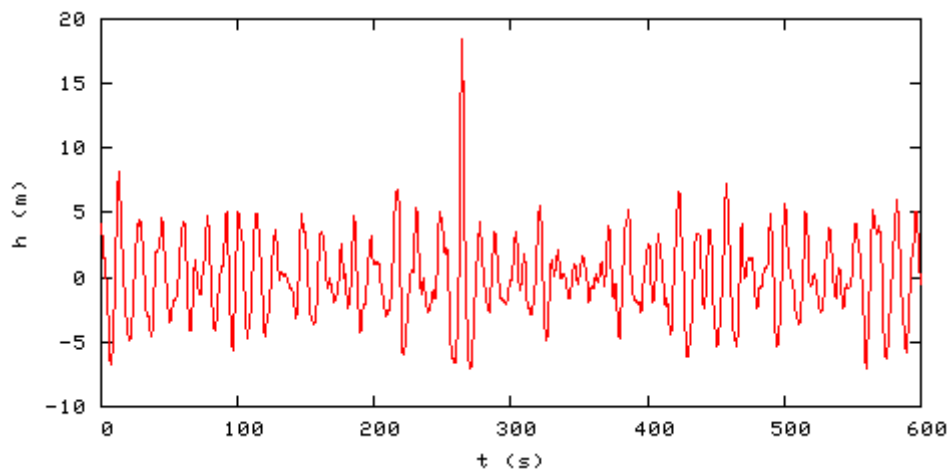
Razbojniški val (ang. freak wave, rogue wave) je po splošno sprejeti definiciji val, katerega višina (razlika med grebenom in dolino vala) več kot dvakrat presega tipično višino valov  $H_S$ . Tipična višina valov pa je povprečna višina tretjine najvišjih valov v okolici v 20-minutnem časovnem intervalu [1].

V obstoj razbojniških valov so oceanografi dolgo dvomili. Med pomorščaki so o njih že od 15. stoletja dalje krožile legende. V njih so valove pogosto povezovali tudi z nadnaravnimi silami. Že takrat pa so jih krivili za številna izginotja ladij. V 20. stoletju so z napredkom ladijskega inženirstva plovila ob trkih z razbojniškimi valovi pogosto utrepela le neusodne poškodbe trupa, razbita okna ipd. V večini teh primerov je ladijsko osebje poročalo o posameznih 'nenormalno' visokih valovih [2]. Poleg pričevanj imamo iz tega obdobja tudi mnogo neposrednih fotodokazov o obstoju razbojniških valov (*Slika 1*). Dovolj prepričljiv dokaz so tudi močno poškodovani trupi ladij, ki se jim je po trku s takšnimi valovi uspelo vrniti v pristanišča.

Znanstvena skupnost je bila vseeno skeptična glede verodostojnosti pričevanj in je želela še bolj trden dokaz o obstoju teh valov. Na novega leta dan leta 1995 so ga tudi dobili. Na Draupnerjevi naftni ploščadi v Severnem morju (med Škotsko in Norveško) so izmerili 25.6 metra visok val, čeprav je bila tipična višina valov takrat le okoli 12 metrov (*Slika 2*). To odkritje je sprožilo začetek radarskih in satelitskih opazovanj morske gladine. Naslednji pomemben mejnik v kvantitativnem opazovanju razbojniških valov se je zgodil leta 2001, ko so s posnetkov dveh satelitov Evropske vesoljske agencije (ESA) v le treh tednih opazovanj svetovnih morij v času zime na južni polobli odkrili več kot 10 samostojnih valov višine več kot 25 metrov, najvišji je meril celo preko 30 metrov.



**Slika 1.** Razbojniški val, ki ga je 20. oktobra 1977 v Severnem Pacifiku posnel glavni ladijski inženir švedskega tankerja MS Stolt Surf. Velikost vala je bila ocenjena na 22 metrov, tipična višina valov pa okoli 10 metrov. 170-meterski tanker je bil v viharju močno poškodovan, nekaj prekatov je bilo zalitih, kljub temu pa njegovi motorji niso odpovedali.



**Slika 2.** Draupnerjev razbojniški val (tudi New Year wave) na 10-minutnem časovnem intervalu. Višina vala od doline do grebena je bila 25.6 metra, samo njegov greben pa je segal kar 18.7 metra nad morskno gladino. Tipična višina valov je bila takrat sicer 'zgolj' 12 metrov. Globina vode na tem območju je 70 metrov. Velja za prvi izmerjen razbojniški val. Izmerjen je bil 1. 1. 1995 na Draupnerjevi naftni ploščadi, ki jo upravlja norveško naftno podjetje Statoil. Ploščad se nahaja v Severnem morju (58.1°N, 2.28°E) med Škotsko in Norveško. Val je bil izmerjen z laserskim merilnikom, ki prvotno ni bil namenjen odkrivanju nenormalno visokih valov. Bil je namreč le eden v skupini merilnikov, ki so bili namenjeni spremljanju odziva ploščadi na običajne viharne razmere – ta ploščad je imela namreč do tedaj še nikoli testirane temelje [3]. Ob izjemni sili pri trku tega vala je bila ploščad tudi malo poškodovana.

Poudariti je treba, da je satelitsko merjenje višine valov s sistemom SAR (Synthetic Aperture Radar) možno le za vodno površino, ki se nahaja direktno pod satelitom. Satelita sta dnevno 12-krat obkrožila Zemljo in zajemala posnetke vsakih 200 kilometrov. Površina dnevno pregledanega območja je bila tako okoli 70000 kvadratnih kilometrov [4,5].

Naslednje dokaze o obstoju tako visokih valov je uspelo dobiti skupini ameriških oceanografov [6]. Ti so v Mehiškem zalivu namestili šest stacionarnih merilnikov valov. Merilniki so septembra 2004 v času divjanja orkana Ivan (ta se uvršča med 10 najmočnejših Atlantskih orkanov vseh časov – spremljali so ga vetrovi s hitrostjo do 270 kilometrov na uro) zabeležili 27.7 metra visok val. Skupina – zanimivo – trdi, da so take višine povsem običajen del valovnega spektra ob tako močnih orkanih.

Izjemno visoki valovi, ki več kot dvakrat presegajo tipično višino valov, so torej mnogo bolj verjetni, kot je bilo sprva domnevano. Prej splošno sprejeta Rayleighova verjetnostna porazdelitev višine valov glede na njihovo tipično višino pa je postala po teh odkritjih vsaj za najvišje valove neveljavna [7].

## 2 Fizika razbojniških valov

Ti valovi, ki po višini močno odstopajo od okolišnjih valov, so dokaj nova in vroča tema v znanosti. Njihov nastanek/razvoj zato še ni popolnoma pojasnjen. Najprej v 1. podpoglavju na kratko navedemo nekaj idej o njihovem nastanku. Najverjetnejšo in z eksperimentom (3. poglavje) podkrepljeno fizikalno teorijo o vzroku za njihov nastanek pa nato podrobneje opišemo v naslednjem podpoglavju.

### 2.1 Možni mehanizmi nastanka razbojniških valov

- 1) **Konstruktivna interferenca.** Različni valovni paketi z različno grupno hitrostjo in smerjo razširjanja se srečajo na istem mestu ob istem času. Ker se odmiki valov seštevajo, lahko ob srečanju dveh zelo visokih valov iz različnih valovnih paketov nastane ekstremno visok val z globoko dolino pred njim. Časovno je tak dogodek kratek, saj se valovna paketa tudi hitro ločita. To se lahko zgodi v primeru:
  - a) ko se srečajo valovi, ki sta jih generirala dva različna viharja, npr. dolgi in hitri valovi iz oddaljenega viharja in kratki ter počasni valovi iz bližnjega;
  - b) ko isti vihar precej hitro potuje naprej, s tem pa se na neki lokaciji hitro spreminja smer in hitrost vetra ter posledično valov;
  - c) ko morsko dno ali oblika obale usmerja valove v taki smeri, da se ti v neki točki združijo in so v fazi.
- 2) **Običajen del valovnega spektra.** Na nekem določenem območju dobimo ob nekih pogojih (npr. hitrost vetra) cel spekter višin valov, vsaka višina pa ima končno verjetnost. Spekter se običajno modelira z Rayleighovo verjetnostno porazdelitvijo  $f(x; \sigma) = x/\sigma^2 \exp(-x^2/2\sigma^2)$  za  $x \geq 0$  (čeprav smo zgoraj zapisali, da ta pri izjemno visokih valovih odpove). Najvišji valovi imajo seveda

najmanjšo verjetnost pojavljanja. V viharju z nekim povprečnim časom trajanja je realno pričakovati (to potrjujejo tudi opazovanja) najvišje valove višine do  $2H_S$ . Rekordna tipična višina valov – kar 17.8 metra – je bila sicer izmerjena v Severnem Atlantiku ob obali Irske. Po tej teoriji torej med najmočnejšimi viharji tudi valovi višine 35 metrov ali več niso nič neobičajnega [8].

- 3) **Vstop valovnega paketa v tok nasprotne smeri.** Valovni paket, ki ga je vzbudil nek oddaljen vihar, vstopi v vodni tok nasprotne smeri in se v njem razširja še naprej. Pri tem se valovom zmanjša frekvenca in močno poveča amplituda [9]. S to teorijo najpogosteje razlagamo pojav posameznih nenormalno visokih valov glede na  $H_S$  ob obali Južne Afrike. Tam valovi, ki jih generirajo prevladujoči zahodni vetrovi, vstopijo v območje Agulhaškega toka, ki teče v nasprotni (vzhodni) smeri.
- 4) **Modulacijska nestabilnost.** Perturbacije periodičnih valov (npr. nelinearnih gravitacijskih valov na vodni površini – Stokesovih valov) zaradi nelinearnosti eksponentno narastejo. Temu pravimo modulacijska oz. Benjamin-Feirova nestabilnost [10]. Evolucijo ovojnice valovnega paketa pri majhni amplitudni modulaciji dobro opiše nelinearna Schrödingerjeva enačba. V globoki vodi so valovi za majhno amplitudno modulacijo nestabilni, njihova amplituda lahko lokalno in ob določenem času močno naraste. To je trenutno v znanosti najbolj sprejeta razlaga mehanizma nastanka razbojniških valov, zato jo v nadaljevanju podrobneje opišemo.

## 2.2 Najverjetnejši mehanizem – modulacijska nestabilnost

V seminarju se ukvarjamo s težnostnimi valovi na površini homogene tekočine. Zato začnemo z osnovnima enačba mehanike tekočin: Navier-Stokesovo enačbo (tudi II. Newtonov zakon za tekočine oz. enačba za ohranitev gibalne količine)

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (1)$$

in kontinuitetno enačbo (ohranitev mase)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (2)$$

Pri tem je  $\rho$  gostota tekočine,  $\nu$  dinamična viskoznost tekočine,  $\mathbf{f}$  pa vsota sil, ki delujejo na nek volumski element tekočine.

V nadaljevanju prek linearne (Airyjeve) teorije valovanja in Stokesove nadgradnje te teorije izpeljemo nelinearno Schrödingerjevo enačbo (od tu naprej NLS) [11]. Nato opišemo nekatere njene rešitve, ki ustrezajo razbojniškim valovom – valovom, ki se pojavijo ob točno določenem času na točno določenem kraju in nato brez sledu izginejo [12].

## Linearna (Airyjeva) teorija valovanja

Linearna teorija valovanja je lineariziran opis razširjanja težnostnih valov na površini homogene tekočine. Temelji na mnogih predpostavkah:

- tekočina je idealna (opišemo jo lahko le s tlakom  $p$  in gostoto  $\rho$ ), homogena ( $\rho \neq \rho(r, t)$ ) in nestisljiva ( $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ );
- tok je brezvrtničen in ni motnje, ki bi to stanje sčasoma spremenila ( $\nabla \times \mathbf{v} = 0$ ), zato velja  $\mathbf{v} = \nabla \phi$ , kjer je  $\phi$  hitrostni potencial tekočine;
- tlak na gladini površine je konstanten – ni funkcija kraja in časa ( $p = konst.$ );
- Coriolisov efekt zanemarimo ( $f = 0$ );
- amplituda valov je majhna v primerjavi z globino medija ( $\eta \ll h$ );
- oblika valov se ne spreminja s krajem in časom. To pomeni, da sinusni val ni amplitudno moduliran;
- valovna dolžina je mnogo večja od valovne dolžine kapilarnih valov ( $\lambda \gg 1.8 \text{ cm}$ ). Viskozne efekte lahko zato zanemarimo.

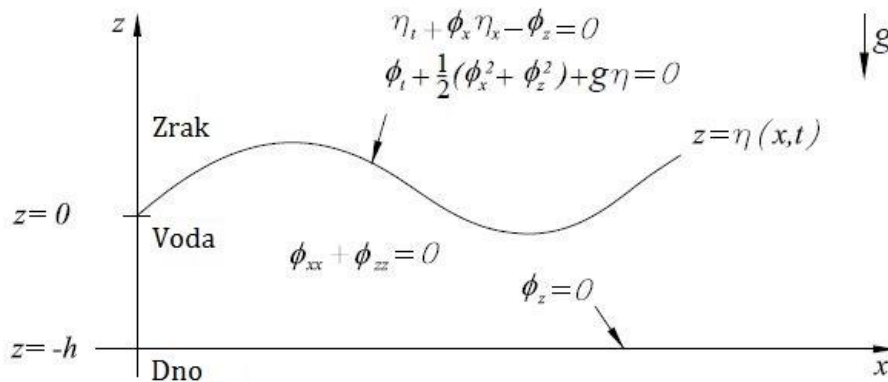
Na kratko nakažemo, kako preko teh predpostavk pridemo do disperzijske relacije za težnostne valove, ki jo bomo potrebovali v nadaljevanju pri izpeljavi NLS.

Problem obravnavamo v 2D, kot je prikazano na *Sliki 3*. V smeri  $y$  so vse količine uniformne. Vodna gladina naj bo pri  $z = 0$  in dno pri  $z = -h$ . Problem rešujemo s hitrostnim potencialom  $\phi$ . V vodi velja ob upoštevanju (2) in nestisljivosti

$$\nabla^2 \phi = 0, \quad -h < z < \eta(x, t). \quad (3)$$

Na dnu zaradi njegove neprepustnosti velja robni pogoj

$$w = \phi_z = 0, \quad z = -h, \quad (4)$$



**Slika 3.** Enačbe, preko katerih izpljemo disperzijsko relacijo za linearne in Stokesove valove.

na površini tekočine pa veljata dva pogoja. Kinematični robni pogoj – elementi tekočine, ki se nahajajo na površju, morajo na površju tudi ostati – zapišemo kot

$$\begin{aligned} F(x, z, t) = z - \eta(x, t), \quad dF/dt = F_t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)F = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow \eta_t + \phi_x \eta_x - \phi_z = 0, \quad z = \eta(x, t). \end{aligned} \quad (5)$$

Drugi pogoj dobimo iz (1) ob upoštevanju, da je atmosferski tlak na površini konstanten

$$\phi_t + \frac{1}{2}(\nabla\phi)^2 + g\eta = 0, \quad z = \eta(x, t). \quad (6)$$

Sistem enačb (3-6) lineariziramo, robna pogoja (5,6) pa namesto pri neznani višini površine  $z$  zapišemo kar pri  $z = 0$ . Rešitev sistema iščemo z valovnim nastavkom  $\phi(x, z, t) = A(z) \sin(kx - \omega t)$ . Za valove oblike  $\eta = a \cos(kx - \omega t)$  je njegova rešitev

$$\phi(x, z, t) = \frac{a\omega \cosh(k(z+h))}{k \sinh(kh)} \sin(kx - \omega t). \quad (7)$$

Disperzijsko relacijo pa zapišemo kot

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \stackrel{kh \rightarrow \infty}{=} gk. \quad (8)$$

Ker nas zanimajo valovi v globoki vodi, smo jo zapisali še v limitnem primeru. Od tod izračunamo še fazno  $c = \omega/k = \sqrt{g/k}$  in grupno  $c_g = \sqrt{g/2k}$  hitrost valov.

### Stokesova teorija valovanja

Stokesovi valovi so nelinearni in periodični površinski težnostni valovi. Stokesov val 2. reda v globoki vodi lahko zapišemo kot

$$\eta(x, t) = a \left[ \cos(kx - \omega t) + \frac{1}{2}ka \cos(2(kx - \omega t)) \right] + \mathcal{O}((ka)^3). \quad (10)$$

Obliko Stokesovih valov (10) dobimo tako, da robna pogoja (5,6) na površini tekočine ne zapišemo pri  $z = 0$ , temveč ju po Taylorju razvijemo do 2. reda za majhne odmike  $\eta$  okrog  $z = 0$ . Za take valove dobimo sledečo disperzijsko relacijo

$$\omega = \sqrt{gk(1 + k^2a^2)}. \quad (11)$$

### Izpeljava nelinearne Schrödingerjeve enačbe

Obravnavajmo sedaj malo amplitudno moduliran Stokesov valovni paket

$$\eta(x, t) = \text{Re} \left( \underbrace{A(x, t)}_{\text{amplitudna modulacija}} \cdot \underbrace{\exp[i(k_0x - \omega_0t)]}_{\text{nosilni val}} \right), \quad (12)$$

kjer je  $|A|$  amplituda Stokesovega vala in tudi ovojnice valovnega paketa. Amplitudna modulacija  $A(x, t)$  je le počasi spreminjajoča se funkcija kraja in časa. Nosilni val (ang. 'carrier wave') pa je preprost Stokesov val. Disperzijska relacija je v tem primeru seveda

$$\omega = \sqrt{gk(1 + k^2|A|^2)}. \quad (13)$$

Nato zgornjo disperzijsko relacijo razvijemo po Taylorju okrog valovnega števila  $k_0$  nosilnega vala in okrog amplitude ovojnice  $A = A_0 = 0$ .

$$\omega = \omega_0 + \frac{\partial \omega}{\partial k}(k - k_0) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}(k - k_0)^2 + \frac{\partial \omega}{\partial |A|^2}(|A|^2 - |A_0|^2), \quad (14)$$

kjer je  $\omega_0 = \sqrt{gk_0}$ . Vpeljimo novi spremenljivki  $\Omega = \omega - \omega_0$  in  $K = k - k_0$ . Dobimo

$$\Omega = c_g K + PK^2 + Q|A|^2, \quad (15)$$

kjer so  $c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}\Big|_{k=k_0} = \frac{\omega_0}{2k_0}$  grupna hitrost ovojnice,  $\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}\Big|_{k=k_0} = 2P = -\frac{\omega_0}{4k_0^2}$  in  $\frac{\partial \omega}{\partial |A|^2}\Big|_{A_0=0} = Q = \frac{1}{2}\omega_0 k_0^2$ .

V nadaljevanju izpeljave prek Fourierove transformacije pokažemo zvezo med  $K, \Omega$  in odvodi amplitudne modulacije. Zapišemo Fourierovo transformacijo  $A(x, t)$ :

$$A(K, \Omega) = \mathcal{F}[A(x, t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, t) \exp[i(Kx - \Omega t)] dx dt \quad (16)$$

in še inverzno Fourierovo transformacijo  $A(K, \Omega)$ , preko katere dobimo nazaj  $A(x, t)$

$$A(x, t) = \mathcal{F}^{-1}[A(K, \Omega)] = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(K, \Omega) \exp[-i(Kx - \Omega t)] dK d\Omega. \quad (17)$$

Iz (17) je jasno razvidno, da velja

$$\frac{\partial A}{\partial x} = iKA, \quad \frac{\partial A}{\partial t} = -i\Omega A. \quad (18)$$

Operatorsko pa  $K$  in  $\Omega$  zapišemo

$$K = -i \frac{\partial}{\partial x}, \quad \Omega = i \frac{\partial}{\partial t}. \quad (19)$$

Operatorja (19) upoštevamo v izrazu (15) in s celotnim dobljenim operatorjem delujemo na amplitudo  $A$  ovojnice valovnega paketa. Parcialna diferencialna enačba za  $A$  je tako

$$i \left( \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\omega_0}{2k_0} \frac{\partial A}{\partial x} \right) - \frac{\omega_0}{8k_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \omega_0 k_0^2 |A|^2 A = 0. \quad (20)$$

To je nelinearna Schrödingerjeva enačba, ki jo je prvič izpeljal Zahkarov [13]. Opisuje časovni in krajevni razvoj amplitude ovojnice valovnega paketa. S skaliranjem

$$T = -\frac{\omega_0}{8k_0^2} t, \quad X = x - c_g t = x - \frac{\omega_0}{2k_0} t, \quad q = \sqrt{2} k_0^2 A \quad (21)$$

jo zapišemo v brezdimenzijski obliki

$$iq_T + q_{XX} + 2|q|^2 q = 0. \quad (22)$$

Torej,  $X$  je koordinata v koordinatnem sistemu, ki se premika z grupno hitrostjo valov in  $T$  je čas. Velja še, da pri transformaciji  $X \rightarrow aX$ ,  $T \rightarrow a^2 T$ ,  $q \rightarrow \frac{q}{a}$  za vsak  $a \in \mathbb{R}$  ostane NLS (22) invariantna [14].

V nadaljevanju se posvetimo rešitvam NLS (22). Še posebej nas zanimajo tiste, ki bi lahko ustrezale razbojniškimi valovom.



## Rešitve NLS

Poznamo množico stacionarnih rešitev NLS, vendar nam te ne morejo služiti kot matematičen opis valov, ki nas zanimajo. Poleg tega obstajajo še nestacionarne rešitve NLS v obliki nelinearnih valov (ang. 'breathers'), v katerih se lokalno nakopiči energija, vir zanjo pa je nosilni val. Nelinearni valovi imajo zato izjemno veliko amplitudo napram nosilnemu valu. Ma [15] je našel sledečo rešitev – krajevno lokalizirane in v času periodične nelinearne valove, ki se z  $X \rightarrow \pm\infty$  približujejo sinusnim valovom

$$q_M(X, T) = \exp(2iT) \cdot \frac{\cos(\Omega T - 2i\varphi) - \cosh(\varphi) \cosh(pX)}{\cos(\Omega T) - \cosh(\varphi) \cosh(2pX)}, \quad (23)$$

kjer je  $\Omega = 2 \sinh(2\varphi)$ ,  $p = 2 \sinh(\varphi)$  in  $\varphi \in \mathbb{R}$ . Na drugi strani pa je Akhmediev [16] našel časovno lokalizirano in krajevno periodično rešitev, ki se z  $T \rightarrow \pm\infty$  približuje sinusnim valovom

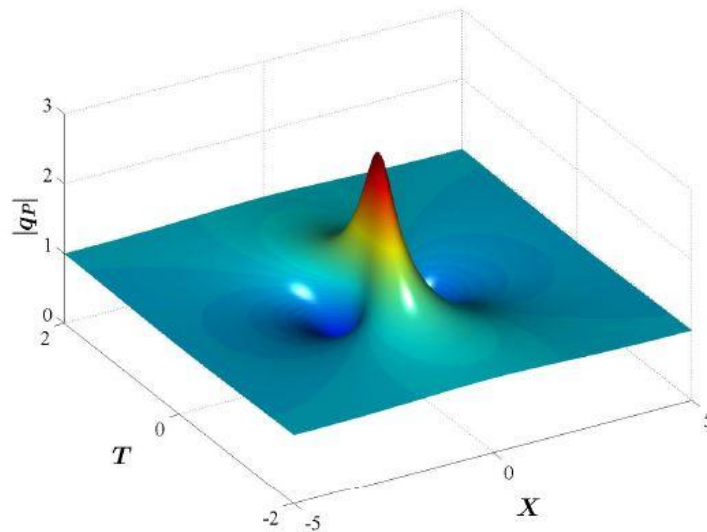
$$q_A(X, T) = \exp(2iT) \cdot \frac{\cosh(\Omega T - 2i\varphi) - \cos(\varphi) \cos(pX)}{\cosh(\Omega T) - \cos(\varphi) \cos(2pX)}, \quad (24)$$

kjer je  $\Omega = 2 \sin(2\varphi)$ ,  $p = 2 \sin(\varphi)$  in  $\varphi \in \mathbb{R}$ .

Limitni primer ( $\varphi \rightarrow 0$ ) obeh rešitev je Peregrinov nelinearni val [17]. To pomeni, da ima amplituda ovojnice valovnega paketa obliko Peregrinovega nelinearnega vala

$$\begin{aligned} q_P(X, T) &= \lim_{\varphi \rightarrow 0} q_M(X, T) = \lim_{\varphi \rightarrow 0} q_A(X, T) \\ &= \exp(2iT) \cdot \left( 1 - \frac{4(1 + 4iT)}{1 + 4X^2 + 16T^2} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

Val je tako krajevno kot časovno lokaliziran in predstavlja enkratni valovni dogodek (Slika 4). S tem ustreza tudi opisu tistih ljudi, ki so se s temi valovi že 'srečali' – torej da se pojavijo 'od nikoder' in tudi izginejo brez sledi [14]. Peregrinov val se razvije iz majhne deviacije od periodične oblike nosilnega vala. Deviacija je posledica amplitudne modulacije. Valu pa amplituda tako močno naraste zaradi modulacijske nestabilnosti. V točki z največjo amplitudo je višina vala kar trikrat večja od višine okolišnjih valov.



**Slika 4.** 3D Graf Peregrinovega nelinearnega vala (25) v prostoru in času.

### 3 Potrditev Peregrinove rešitve kot opis razbojniškega vala

Peregrinov nelinearni val je postal prototip za opis in razlago razbojniških valov, vseeno pa ustreznost tega opisa vse do nedavnega ni bila dokazana ne s poskusom ne z opazovanji. Nato pa je leta 2011 skupina raziskovalcev s poskusom v vodnem bazenu to dokazala [14]. V nadaljevanju predstavimo poskus in rezultate tega.

Poskus so napravili v bazenu dimenzije  $15 \text{ m} \times 1.6 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ , napolnjenim z vodo do višine 1 m. Valove je vzbujal generator valov v obliki pravokotnega vesla, katerega zgornji del je bil pritrjen na hidravliko. Veslo je vodo periodično odrivalo. Pri tem je bila amplituda odmika vesla sorazmerna z amplitudo valov. Na koncu bazena so napravili počasi vzpenjajočo se obalo z namenom, da ta čim močneje absorbira valove in da se ti ne odbijajo nazaj in tako ne pokvariyo meritev. Valove so merili s kapacitivnimi valovnimi senzorji z občutljivostjo 1.06 V/cm in frekvenco vzorčenja 500 Hz.

Da lahko primerjamo eksperimentalne rezultate s teoretično napovedjo, moramo najprej pretvoriti Peregrinovo rešitev iz brezdimenzijske oblike (25) nazaj v realne količine. Dobimo sledeč izraz

$$q_P(x, t) = a_0 \exp\left(-\frac{ik_0^2 a_0^2 \omega_0}{2} t\right) \cdot \left(1 - \frac{4(1 - ik_0^2 a_0^2 \omega_0 t)}{1 + [2\sqrt{2}k_0^2 a_0(x - c_g t)]^2 + k_0^4 a_0^4 \omega_0^2 t^2}\right). \quad (26)$$

Nelinearni val je v bistvu amplituda ovojnice Stokesovega valovnega paketa oz. amplitudna modulacija nosilnega vala. Dejanski odmik od ravnovesja ob času  $t$  na poziciji  $x$  zapišemo kot

$$\eta(x, t) = \text{Re}(q_P(x, t) \exp[i(k_0 x - \omega_0 t)]). \quad (27)$$

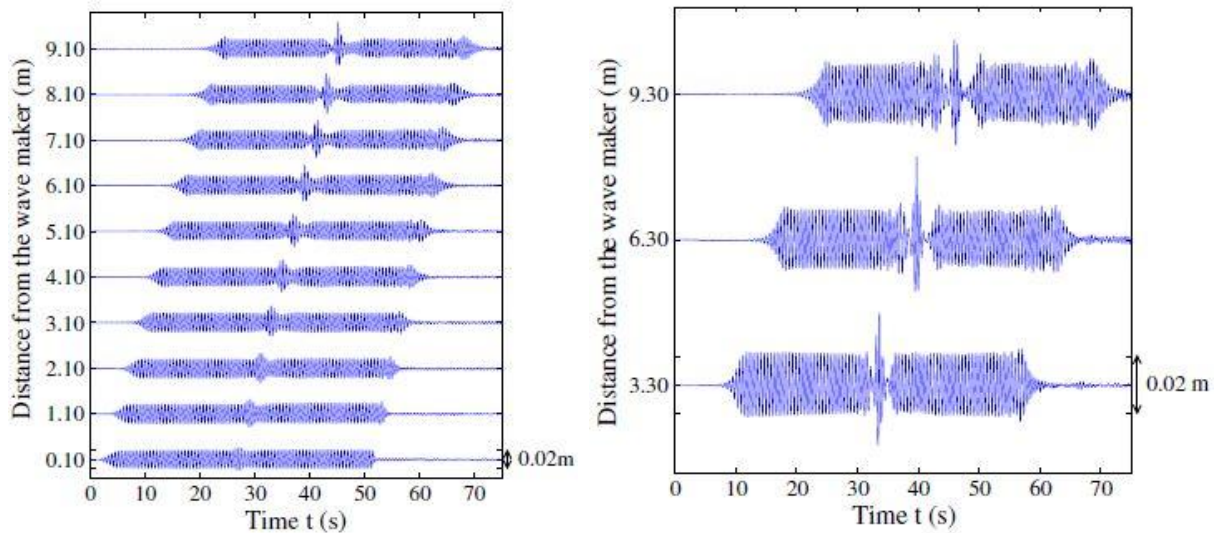
Vrednosti prostih parametrov so bile v poskusu naslednje: amplituda periodičnih nosilnih valov je bila  $a_0 = 0.01 \text{ m}$ , valovna dolžina  $\lambda = 0.54 \text{ m}$ , kar ustreza valovnemu številu  $k_0 = 11.63 \text{ m}^{-1}$ , krožna frekvenca pa je bila  $\omega_0 = 10.7 \text{ s}^{-1}$ . Valovna dolžina je s tako izbiro dovolj velika, da lahko zanemarimo kapilarne efekte, hkrati pa dovolj majhna, da lahko pojav opazujemo v bazenu omejene dolžine.

Pozicija, kjer doseže val največjo amplitudo, je odvisna od začetnih pogojev generatorja valov. Da bi bil prikaz evolucije razbojniškega vala čim bolj nazoren, so izbrali take začetne pogoje, da je nelinearen val nastal čim dlje od generatorja, hkrati pa ne tako daleč, da bi ga zmotili odbiti valovi (pa čeprav so ti zaradi absorptivnega učinka dvigajoče se obale majhni). Val razvije tako največjo amplitudo na razdalji okrog 9 m od generatorja valov (*Slika 5 [LEVO]*). Opazimo, da je nelinearen val (nahaja se na sredi valovnega paketa) blizu generatorja še skoraj sinusoiden, le njegova amplituda je nekoliko povečana. Z oddaljenostjo od generatorja pa njegova amplituda močno naraste, največja je tako pri valovnem merilniku, ki se nahaja na oddaljenosti 9.1 m od generatorja. Pri merilnikih, ki so nekoliko bolj oddaljeni od generatorja, lahko na koncu valovnega paketa že vidimo od obale odbite valove. Tej omejitvi so se izognili tako, da so izbrali take začetne pogoje, da val maksimalno amplitudo doseže bliže generatorju, hkrati pa tako lahko opazujemo njegov 'zaton' (*Slika 5 [DESNO]*).

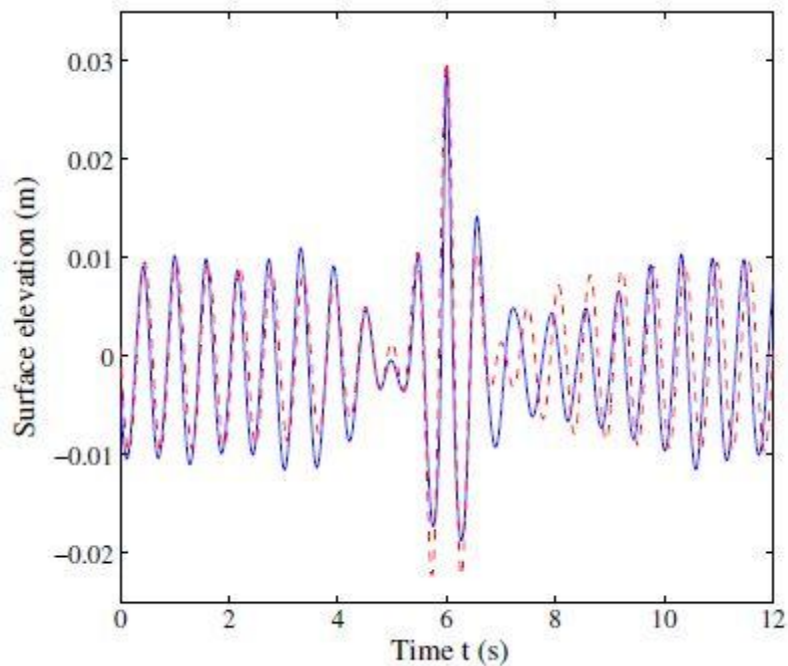
Rezultati eksperimentov torej potrjujejo obstoj razbojniških valov. Po teoretični napovedi je višina grebena takega vala nad mirujočo vodno gladino trikratnik višine

grebena nosilnih valov (glej *Slika 4*). Tej napovedi so se s poskusom skoraj povsem približali: amplituda nosilnega vala  $a_0$  je bila 1 cm, višina nelinearnega vala nad višino mirujoče gladine pa približno 3 cm.

Prav tako se izmerjena časovna vrsta zelo dobro ujema s teoretično Peregrinovo rešitvijo (*Slika 6*). Opazimo, da sta okrog najvišjega grebena dve zelo globoki dolini. Višina vala od grebena do doline je tu celo okrog 5 cm in je 2.5-krat večja od višine povprečnih valov v okolici, kar seveda ustreza definiciji razbojniškega vala.



**Slika 5.** [LEVO] Časovna evolucija višine vodne gladine pri različnih oddaljenostih od generatorja valov. Začetni pogoji taki, da val doseže maksimalno amplitudo pri oddaljenosti okrog 9 m. [DESNO] Enako, le da tu val doseže maksimalno amplitudo pri oddaljenosti 6.3 m od generatorja.



**Slika 6.** Primerjava izmerjene višine površja (polna modra črta) s teoretično Peregrinovo rešitvijo (rdeča prekinjena črta) pri  $X = x - c_g t = 0$

## 4 Zaključek

Po prvi izmeri razbojniškega vala na Draupnerjevi ploščadi leta 1995 je bilo glavno vprašanje, zakaj in kako sploh nastanejo valovi, ki tako odstopajo od višine okolišnjih. Peregrinova rešitev nelinearne Schrödingerjeve enačbe je dolgo veljala za možen opis takih valov, leta 2011 pa je bila končno tudi eksperimentalno potrjena kot primeren fizikalen opis nastanka in dinamike razbojniških valov, zato je ta razlaga trenutno v znanstveni sferi tudi najbolj sprejeta.

Zaradi teh rezultatov pa so lahko bolj zaskrbljeni v ladjarski industriji. Valovi z dvakratno višino tipične višine valov  $H_S$  so namreč mnogo bolj verjetni, kot je bilo sprva domnevano. Teoretično bi tako lahko valovi v najhujših viharjih s  $H_S \approx 18$  m presegli celo višino več kot 45 m. To pa pomeni tudi veliko nevarnost za vsa plovila, saj ta niso bila zgrajena, da vzdržijo sunek sile ob trku s takim valom.

## Literatura

- [1] W.H. Munk, *Proposed uniform procedure for observing waves and interpreting instrument records*. La Jolla, California: Wave Project at the Scripps Institute of Oceanography (1944).
- [2] List of rogue waves. [http://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_rogue\\_waves#cite\\_ref-200\\_ships\\_myth\\_2-0](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_rogue_waves#cite_ref-200_ships_myth_2-0) (24. 2. 2014).
- [3] Proof: Monster Waves are real. <http://sciencenordic.com/proof-monster-waves-are-real> (25. 2. 2014).
- [4] W. Rosenthal in S. Lehner, J. Offshore Mech. Arct. Eng. **130**, 2 (2008).
- [5] I. Nikolchina, I. Didenkulova, Nat. Hazards Earth Syst. Sci. **11**, 2913-2924 (2011).
- [6] D.W. Wang et al., Science **309**, 896 (2005).
- [7] G.F. Clauss, Applied Ocean Research **24** (2002).
- [8] K.B. Dysthe et al., J. Fluid Mech. **478**, 1-10 (2003).
- [9] M. Onorato, D. Proment in A. Toffoli, Phys. Rev. Lett. **107**, 184502 (2011).
- [10] T.B. Benjamin in J.E. Feir, J. Fluid Mech. **27**, 417 (1967).
- [11] N.K. Vitanov, A. Chabchoub in N. Hoffmann, J. Theo. Appl. Mech. **43**, 2 (2013).
- [12] N. Akhmediev, A. Ankiewicz in M. Taki, Phys. Lett. A **373**, 675 (2009).
- [13] V.E. Zakharov, J. Appl. Mech. Tech. Phys. **9**, 190 (1968).
- [14] A. Chabchoub, N.P. Hoffmann in N. Akhmediev, Phys. Rev. Lett. **106**, 204502 (2011).
- [15] Y.C. Ma, Stud. Appl. Math. **60**, 43 (1979).
- [16] N. Akhmediev in V.I. Korneev, Theor. Math. Phys. **69**, 1089 (1986).
- [17] D.H. Peregrine, J. Aust. Math. Soc. Series B, Appl. Math. **25**, 16 (1983).