Feynmann-Wheelerjeva absorbcijska teorija

Denis Golež
Seminar
Mentor:Prof.dr. Rudolf Podgornik

6. januar 2009

Kazalo

Povzetek

Želimo predstaviti alternativni opis klasične elektrodinamike, ki uporablja princip akcije na daljavo in upošteva časovno simetrijo v osnovnih zakonih elektrodinamike in pokazati ekvivalenco z znanimi pojavi iz klasične elektrodinamike.

1 Uvod

Zgodbo o razvoju Feynman-Whellerjeve[1] elektrodinamike (FWE) lahko začnemo že pri Gaussu, ki je 1845.leta poskušal opisati princip akcije na daljavo, ki se propagira s končno hitrostjo. Pot je iskal s pomočjo potencialov. Naslednji korak je nekaj desetletij pozneje naredil Lorentz[2], ki je ugotovil, da Riemman-Lorenzove enačbe[3] rešijo tako retardirani kot avansirani potenciali

$$\phi(r', t + \frac{|r + r'|}{c}) \quad \text{in} \quad \phi(r', t - \frac{r + r'}{c}).$$

Intuitivno je zavrgel avansirano rešitev, ker se mu je zdela v nasprotju z načelom kavzalnosti. Znano je nestrinjanje glede te teme iz začetka 20. stoletja med W.Ritzom[4] in A.Einsteinom[5]. Prvi je zgornjo tezo zagovarjal:

> ..da bi eliminirali rešitve, ki so fizikalno nevzdržne, moramo a priori izbrati retardirane potenciale...,

medtem ko je Einstein temu nasprotoval:

> . . . V prvem primeru se električno polje izračuna na osnovi vseh procesov, pri katerih nastaja, v drugem pa na osnovi vseh procesov, pri katerih se absorbira. Če se vsi procesi dogajajo v (končnem) prostoru, potem lahko (elektromagnetno polje) predstavimo bodisi v (retardirani) ali v (avansi- rani) obliki. . . . Obe obliki reprezentacije polja lahko vedno uporabimo, ne glede na to, kako daleč si predstavljamo, da so absorberji. Zato ni- kakor ne moremo zaključiti, daje (retardirana oblika rešitev) boljša od (avansirane oblike rešitev) . . .

[1]Richard Phillips Feynman(1918-1988),ameriški fizik
John Archibald Wheeler (1911-2008), ameriški fizik

[2]Henrik Antoon Lorentz(1853-1928),nizozemski fizik

[3]Georg Friedrich Bernhard Riemann(1826-1866),nemški matematik

[4]Walter Ritz(1878-1909),švicarski fizik

[5]Albert Einstein(1879-1955),nemško rojeni fizik

Pomemben napredek, ki je Gaussovi[6] ideji propagiranja akcije na daljavo dal primerno “utelešenje” znanih elektromagnetnim zakonom, sta razvila Schwarzschild[7] in Fokker[8] v 30. letih 20.stoletja. Danes ga poznamo pod imenom Fokkerjev akcijski princip, ki je alternativni zapis akcije elektromagnetizma brez uporabe polja. K tem alternativnem opisu se bomo v nadaljevanje še vrnili, ko bomo pokazali ekvivalenco z znanimi enačbami elektromagnetizma. Naslednji in najpomembnejši preboj se je dogodil v začetku 40. let 20. stoletja v razmišljanjih podiplomskega študenta R.P.Feynmana pod mentorstvom J.A.Wheelerja. V tem krogu se je porodila ideja o kritičnem pregledu klasične elektrodinamike, predvsem pojma polja, in njenih alternativah, ki bi ponudile “naraven“ prehod v kvantno teorijo polja. Tu je tudi iskati izvorno motivacijo za formulacijo same absorbcijske teorije.

2 Problemi klasične elektrodinamike

Preglejmo probleme klasične elektrodinamike, ki bodo pomembno vplivali na našo nadaljno razpravo in ki so seveda motili ustvarjalce same absorbcijske teorije. Prva dva problema sta si precej sorodna, vendar jih navajam ločeno zaradi nadaljne razprave, medtem ko je zadnji problem že rezultat kvantnega opisa polja, dodajam ga le, ker je bil ena izmed osnovnih motivacij Feynmanovega razmišljanja:

1. Neskončna energija interakcije delca samega s sabo
2. Reakcijska sila sevanja in pobegle rešitve Abraham-Lorentzovih enačb
3. Neskončno število prostorskih stopenj polja

2.1 Neskončna samointerakcija nabitega delca

Klasični opis polja večih delcev vsebuje neskončnosti na mestu delca samega. Seveda se nam to zdi popolnoma neintuitivno, saj pričakujemo, da delec deluje samo na drug delec. Vendar v enačbah elektromagnetnega polja nastopa celotno polje in ne le zunanje, tako da načeloma ni problema izračunati sile in energije delca na delec sam. Da so tu precejšnje neskladnjosti nam pokaže prav teorija reakcijske sile sevanja.

[6] Johann Carl Friedrich Gauss(1777-1855),nemški matematik
[7] Karl Schwarzschild(1873-1916),nemški fizik in astronom
[8] Adriaan Daniel Fokker(1887-1972)nizozemski fizik in glasbenik

2.2 Reakcijska sila sevanja

Nabit delec, ki se giblje pospešeno, seva svetlobo in s tem zgublja energijo. To energijsko izgubo lahko interpretiramo kot silo in če le-to izračunamo dobimo v nerelativistični obliki(relativistično dobimo le bolj komplicirano, vendar kvalitativno enako obliko) znamenito Abraham-Lorentzovo enačbo[9], ki nam za silo na delec poda relacijo

$$F = \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} x^{(3)}. \tag{1}$$

Sila je torej proporcionalna s tretjim odvodom koordinate po času. Ta izraz je bil eksperimentalno dobro preizkušen na različnih primerih: (a) električna energija, ki jo moramo dovajati brezžični anteni (b) izguba energije nabitega delca, ki se je gibal v bližini atomskega jedra (c) ohlajanja žarečega telesa. Vendar ima rešitev ogromno teoritičnih pomankljivosti. Če rečemo, da ni zunanje sile, lahko hitro pridelamo "pobegle rešitve":

$$a(t) = a(0)e^{\frac{t}{\tau}} \quad \text{, kjer je} \quad \tau = \frac{e^2}{6\pi m' \epsilon_0 c^3}.$$

Vidimo, da nam pospešek in hitrost rasteta brez mej, kar je seveda nesmiselno. Izkaže se tudi, da problem ostaja tudi, če je prisotna zunanja sila(glej [3]). Dirac[10] je predlagal rešitev problema, vendar pridemo do problema Diracovega predpospeška, ki trdi, da je pospešek ob času t odvisen od sile pri času $t + t'$, kar je kjub majhnosti t' precejšen problem. Preko teorije absorbcije sta Feeynman in Wheeler predlagala razrešitev problema. Omenimo še poskus Lorentza, ki je poskusil opisati nabite delce s končnimi dimenzijami in njegova rešitev se pokaže kot vsota potenc radija delca. Ničti člen res prinese zgornjo rešitev, vendar so višji členi vedno bolj odvisni od strukture delca.

2.2.1 Še en Diracov predlog

Zanimivo opažanje je že pred razvojem FWE opravil Dirac, ki je predlagal naslednji opis radiacijske sile: naj bo gibanje delca znano in potem iz Maxwellovih enačb izračunamo retardirano rešitev. Prav tako izračunaj avansiran

[9] Za podrobnejšo analizo celotnega problema glej [3]

[10] Paul Adrien Maurice Dirac(1902-1984),britanski fizik

potencial in definirajmo radiacijsko polje kot $0.5(E_{ret} - E_{avan})$. Polje je vsepovsod končno in če ga evaluiramo blizu samega izvora dobimo res pravilni izraz za reakcijsko silo. Ta opis je najprej dobro definiran in z njim se znebimo vseh singularnosti. Dobimo tudi pravilni rezultat za nerelativistične hitrosti in naboj nam je lokaliziran kot matematična točka. Ima pa tudi probleme, ker ko se znebimo vseh neskončnosti pridemo v navzkrižje z Maxwellovimi zakoni, saj bi morali imeti na poziciji naboja singularnost. Feynman navaja, da je možna rešitev tudi, da radiacija prihaja iz neskončnosti(glej [1]). Vendar je Diracova ideja radiacijskega polja še vedno sprejemljiva in nam ponuja časovno simetričen opis in ohranja skladnost z izkušnjami. Vendar nič ne vemo o samem izvoru radiacijske sile, saj je definirana brez globjega razloga. Vendar kot bomo videli nas podrobnejša analiza pripelje do enakega rezultata.

2.3 Neskončno število prostorskih stopenj polja

Kot smo že omenili je to kvantni pojav, vendar je bil v času nastajanja teorije absorbcije nadvse pereč problem in eden izmed povodov za absorbcijsko teorijo. Povedano na kratko je problem v tem, da če kvantiziraš harmonski oscilator je njegova ničelna energija enaka $\frac{1}{2}\hbar\omega$. V škatli je neskončno število načinov nihanja in potem je tudi neskončna energija v škatli sami. Feynman je prišel na idejo, da če polja sploh ne bi bilo, potem ta problem odpade. Še več znebimo se tudi singularnosti polja na mestu delca samega, saj tako delec deluje samo na druge delce, in s tem odpravimo tudi probleme opisane zgoraj. Torej kot alternativni opis elektrodinamike je predlagal akcijo na daljavo, katere temelji so že bili postavljeni s Fokkerjevim akcijskim principom. Pogljemo torej kakšna sta sedaj možna opisa elektromagnetne interakcije:

$$\text{Prvi delec} \longrightarrow \text{Polje} \longrightarrow \text{Drugi delec} \qquad \text{Opis s polji}$$

$$\text{Prvi delec} \longrightarrow \text{Drugi delec} \qquad \text{Akcija na daljavo}$$

To razmišljanje pa zaključimo še z Einsteinovim citatom, ki je opozoril na nadvse očiten problem, ki bo nastopil pri razdaljah, ki so tipične za kvantne pojave:

> “..the energy tensor can be regarded only as a provisional means of representing matter. In reality, matter consist of electrically charged particles”

3 Feynman-Whelerjeva absorbcijska teorija

Strnimo zahteve, ki bi jih željena teorija elektromagnetne interakcije morala imeti:

1. Konsistentnost z eksperimentalnimi dejstvi
2. Konsistentnost s klasičnim opisom elektromagnetizma, predvsem na področjo radiacijske sile, in potencialna razrešitev problemov, ki se pri tem pojavu pojavljajo
3. Razrešitev singularnih energij na poziciji delca
4. Odpravljanje entitete polja
5. Zgraditi časovno invariatno teorijo elektromagnetnega polja
6. Ekonomičnost v predpostavkah teorije

Razlaga teorije bo sledila zgodovinskemu poteku, kar pomeni, da so bomo najprej posvetili Fokkerjevi akciji in pokazali njeno ekvivalenco z klasičnim opisom in izpeljali časovno simetrične rešitve. Izkaže se, da je problem radiacijske sile najtrši oreh in zato bomo konsistentnost absorbcijske teorije preverili prav na tem problemu(glej [1]). Nazadnje bo potrebno še pojasniti vsakodnevna opazovanja; problem se pojavi predvsem zaradi principa kavzalnosti, ki mu moramo zadostiti zaradi vsakodnevnih izkušenj. Potrebno je podati še smernico časa iz podobnih razlogov kot pri principu kavzalnosti.

3.1 Fokkerjeva akcija

Ideja Fokkerjeve akcije je, da imamo akcijo elektromagnetnega interakcije, v kateri ne nastopa polje. Našel je torej akcijo, ki je Lorentzovo invariantna in nam opisuje delovanje na daljavo. Zapišimo za problem večih delcev:

$$S = -\sum_a \int m_a c^2 \sqrt{\frac{dx_i^a}{d\tau}\frac{dx_a^i}{d\tau}} d\tau + \sum_{a<b} e_a e_b \iint \delta(|x_a^i - x_b^i|^2) dx_a^i dx_i^b = S_1 + S_2, \tag{2}$$

kjer je m_a masa posameznega delca in τ parametriziran čas. Indeksa a in b tečeta po posameznih delcih, indeks i teče po koordinatah štirivektorja. Prvi člen že poznamo in je enak kot v klasični relativistični teoriji. Drugi člen, ki nam opisuje interakcijo med naelektrenimi delci pa je nov. Če se spomnimo standardnega zapisa drugega dela je

$$S_2' = \int eA^i u_i d\tau,$$

kjer je A^i štirivektor elektromagnetnega potenciala. Takoj vidimo razliko med zapisoma, saj v Fokkerjevi akciji nastopa samo razlika koordinat dveh delcev, brez polja. Prav tako vsota teče po različnih delcih in se znebimo interakcije delca samega s sabo. Pokažimo ekvivalentnost drugega člena z klasičnim opisom, saj člen, ki ga dobimo iz S_1 že poznamo. Definirajmo naslednjo količino

$$A_i^b(x) := e_b \int \delta([xi - x_i^b]^2) dx_i^b \tag{3}$$

kjer b teče po delcih in i po koordinatah štirivektorja. Potem je

$$S_2 = \sum_a \sum_{b<a} e_a \int A_i^b(x_a) dx_a^i. \tag{4}$$

Gremo še naprej in definirajmo

$$S_2 = \sum_a e_a \int A_i(x_a) dx_a^i. \tag{5}$$

Uporabimo princip minimalne akcije in upoštevajoč zvezo

$$\begin{aligned} \delta S &= \sum_a e_a \int [\delta A_i(x_a) dx_a^i + A_i(x_a) \delta dx_a^i] && (6) \\ \delta A_i &= \frac{\partial A_i}{\partial x^j} \delta x^j && (7) \end{aligned}$$

dobimo naslednji izraz, kjer v prehodu preko enačaja uporabimo nemost indeksa:

$$\delta S = \sum_a e_a \int [\partial_i A_j \delta x_a^i dx_a^j + A_i \delta dx_a^i] = \sum_a e_a \int [(\partial_i A_j - \partial_j A_i) \delta x_a^i dx_a^j] \tag{8}$$

Opazimo analogijo z klasičnim opisom in definiramo

$$F_{ij} := \partial_i A_j - \partial_j A_i. \tag{9}$$

Če tako združimo izraz za akcijo dobimo:

$$\delta S = \delta S_1 + \delta S_2 = \sum_a \int (m_a [\frac{d^2 x_i^a}{d\tau_a^2}) + e_a F_{ij}(x_a) \frac{dx_a^j}{d\tau_a}] \delta x_a^i d\tau_a. \qquad (10)$$

V tem izrazu pa že prepoznamo relativističen Lorentzov zakon, če le zahtevamo, da je izraz v oklepaju enak nič:

$$m_a \frac{d^2 x_i^a}{d\tau^2} = -e_a F_{ij}(x_a) \frac{dx_a^j}{d\tau_a}. \qquad (11)$$

V izpeljavi smo definirali količino $A_i^a(x)$ ne da bi to opravičili. Poglejmo kaj se dobimo, če delujemo na izraz (3) z D'Lambertovim operatorjem ($\Box^2 = \nabla^2 - \frac{d^2}{dt^2}$):

$$\Box^2 A_i^b(x) = e_b \int \Box^2 (\delta(|x_j - x_j^b|^2)) dx_i^b \qquad (12)$$

in upoštevajoč Diracovo identiteto

$$\Box^2 \delta(x^2) = 4 * \pi \delta^4(x) \qquad (13)$$

dobimo dva Maxwellova zakona:

$$\Box^2 A_i^b = 4 * \pi \int e_b \delta^4(x - x_b) dx_i^b \qquad (14)$$

$$\Box^2 A_i^b = 4\pi J_i^b, \qquad (15)$$

kjer smo zopet z analogijo iz klasične elektrodinamike definirali količino J_i^b. Pokažimo, da je res ekvivalent štirivektorju gostote električnega toka na primeru točkastega delca.

$$J_i^b(x) := e^b \int \delta^4(x - x_b) dx_i^b \qquad (16)$$

$$J_0^b(x) = e^b \delta^3(x - x_b) \int \delta(x_0 - x_b) dx_0^b = e_b \delta^3(x - x_b) \qquad (17)$$

$$J_j^b(x) = e^b \int \delta^4(x - x_b) \frac{dx_i^b}{dx_0^b} dx_0^b = e^b v_i^b(x_0^b) \delta^3(x - x_b) \qquad (18)$$

Tako prepoznamo v izrazu (17) gostoto naboja in v (18) gostoto toka točkastega delca.
Vse kar nam še preostane je, da si podrobneje pogledamo kaj so posledice

definicije (3). Najprej se moramo spomniti naslednje lastnosti Diracove delta funkcije in uporabe za določeno funkcijo, ki nastopa v definiciji:

$$\delta(f(x)) = \sum_j \frac{1}{|f'(x_j)|}\delta(x-x_j), \text{ kjer} \quad f'(x_j) \neq 0 \quad \text{in} \quad f(x_j)=0 \tag{19}$$

$$f(x) = (x-a)(x+a) \tag{20}$$

$$\delta(x^2-a^2) = \frac{1}{2|a|}[\delta(x+a)+\delta(x-a)] \tag{21}$$

$$\tag{22}$$

Tako lahko prepišemo definicijo (3) v:

$$A_i^b(x) = \frac{1}{2}\int J_a(x')[\frac{\delta(x_0-x_0'-|\vec{x}-\vec{x}'|)}{|\vec{x}-\vec{x}'|} + \frac{\delta(x_0-x_0'+|\vec{x}-\vec{x}'|)}{|\vec{x}-\vec{x}'|}dx'^4. \tag{23}$$

Pokažimo, da je to tudi rešitev nehomogene valove enačbe:

3.1.1 Reševanje valovne enačbe

Rešujemo valovno enačbo

$$\Box A_i = -\mu_0 j_i \tag{24}$$

Definirajmo Greenovo funkcijo kot

$$\Box G(x,x',t,t') = -\frac{1}{\epsilon_0}\delta(x-x')\delta(t-t') \quad t>t' \tag{25}$$

$$\Box G(x,x',t,t') = -\frac{1}{\epsilon_0}\delta(x-x')\delta(t'-t) \quad t<t', \tag{26}$$

predpostavimo, da je potencial podan s konvolucijo:

$$A_i = \int d^4x' G(x-x')J_i(x') \tag{27}$$

Računajmo samo za primer $t > t'$, kajti izpeljava drugega primera poteka analogno. Preselimo se v Fourierov prostor in izračunamo pogoj za Fourierovo transformiranko Greenove funkcije:

$$G(x-x',t-t') = (\frac{1}{2\pi})^4 \iint g(\omega,\vec{k})e^{i(\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')-\omega(t-t'))}d^3k d\omega \tag{28}$$

$$\delta(x-x',t-t') = (\frac{1}{2\pi})^4 \iint e^{i(\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')-\omega(t-t'))} d\omega d^3k \tag{29}$$

$$[(i\vec{k})(i\vec{k}) - \frac{1}{c^2}(-i\omega)(-i\omega)]g(\vec{k},\omega) = -\frac{1}{\epsilon_0} \tag{30}$$

$$g(k,\omega) = -\frac{1}{\epsilon_0}\frac{1}{\frac{\omega^2}{c^2}-k^2} \tag{31}$$

Tako smo dobili Fourierovo transformiranko Greenove funkcije, sedaj je potrebna le obratna Fourierova transformacija. Izkaže se, da je izračun le-te precej problematična operacija. Izračun je uspel z uporabo primernega programskega paketa(Mathematica), tako da prilagam samo rezultate, ki pa so že znani, saj sta to retardirani in avansirano potencial:

$$G_{ret}(\vec{x},\vec{x}',t,t') = \frac{\delta[t'-(t-\frac{|\vec{x}-\vec{x}'|}{c})]}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \tag{32}$$

$$G_{ava}(\vec{x},\vec{x}',t,t') = \frac{\delta[t'-(t+\frac{|\vec{x}-\vec{x}'|}{c})]}{|\vec{x}-\vec{x}'|}. \tag{33}$$

Potencial je enak kot smo ga zapisali v enačbi (23). Tukaj bi lahko zaradi intuicije o kavzalnosti a priori zavrgli avansirano rešitev. Vendar ideja Feynmana in Wheelerja je, da ohranimo časovno simetrijo enačb, ter avansiranega člena potenciala ne završemo.

3.2 Occamova britev [11]

V 40. letih 20. stoletja sta Feynman in Wheeler reanalizirala klasično teorijo elektrodinamike in predlagala nov pristop , ki bi se znebil anomalnosti v teoriji in prinesel elegantno razširitev v kvantno teorijo polja. Vrnila sta se nazaj k velikemu problemu klasične fizike- gibanje nabitega delca v sistemu drugih delcev pod vplivom elektromagnetnega polja - in iskala rešitev, ki bi bila dobro definirana, ekonomična v postulatih in se ujemala z eksperimentalnimi podatki. Postavila sta teorijo, ki temelji ne treh postulatih:

[11] Occamova britev je raziskovalno načelo, ki zahteva, da pri oblikovanju hipotez in teorij privzamemo čim manj predpostavk, ter pojav pojasnimo s kar najmanjšim številom vplivnih spremenljivk in delnih procesov. Na kratko povedano:če najdemo dve razlagi pojava, ki sta enako verodostojni, izberemo tisto, ki je preprostejša. Princip je poimenovan po Viljemu iz Ockhama(1295-1349)

1. Znebimo se koncepta polja, neodvisne entitete z lastnimi prostostnimi stopnjami
2. Nabit delec ne more delovati sam na sebe in posledično se znebimo problemov z neskončnostmi energije elektromagnetnega poljaž
3. Simetrija med preteklostjo in prihodnostjo ni več logična možnost, temveč postulatska zahteva.

Princip Fokkerjeve akcije omogoča opis skladen z zgornjimi zahtevami, saj je časovno simetričen in ne vsebuje polja, temveč je gibanje odvisno zgolj od pozicije delcev v prostoru Minkovskega. Pri časovni simetriji je potrebno dodati še idejo Tetrode-a[12], ki je predlagal, da opustimo elektromagnetno sevanje kot elementaren proces, temveč ponudil interpretacijo sevanja kot interakcije med izvorom in absorberjem. V tem smislu moramo tudi razumeti avansirane in retardirane potenciale, kot je to že razmišljal Einstein, katerega citat smo v uvodu že omenili. Pokazali smo že, da je Fokkerjeva akcija ekvivalentna klasičnemu opisu, vendar kot smo že omenili je problematična predvsem teorija radiacijske sile. Zgornja ideja se je morala preizkusiti predvsem na tem nenavadnem področju elektromagnetizma.

3.3 Radiacijska sila

Pri obravnavi radiacijske sile bomo sledili izpeljavi iz članka(glej [1]), vendar nikakor ne v celotnem obsegu; kajti vse nadaljne računanje je posledica osnovne ideje, ki je tukaj predstavljena. Zaradi konsistentnosti s poskusi moramo dobiti izraz za polje, ki je:

1. Neodvisen od lastnosti medija
2. Odvisen samo od gibanja izvora in njegova jakost mora biti sorazmerja z časovnim odvodom pospeška in imeti zadostno jakost, da je se energija ohranja(glej enačbo (1))
3. Njegova jakost je enaka polovici razlike med retardiranim in avansiranim potencialom (Diracov predlogu za radiacijsko sevanje)

[12] H.Tetrode

4. Radiacijsko polje kombinirano z vsoto polovice retardiranega in avansiranega potenciala izvora se sešteje v končno motnjo, ki ima jakost celotnega retardiranega potenciala, v skladu z izkušnjami.

Računali bomo polje v bližini pospešenega izvora, ki je sferično simetrično obdan z absorberjem, ki je sestavljen iz : prostih delcev. Delci se gibljejo dovolj počasi glede na izvor, so dobro ločeni med sabo in jih je dovolj, da poskrbijo za popolno absorbcijo. Naj bo pospešek izvira a in naboj e, ter naj ima tipičen naboj absorberja naboj e_k in maso m_k. Izvor naj deluje na delec v absorberju z eksperimentalno potrjenim retardiranim potencialom, medtem ko delec v absorberju deluje na izvor s polovico retardiranega in polovico avansiranega potenciala. Naj bo razdalja med izvorom in poljubnim delcem absorberja enaka r_k, tako lahko izračunamo s kakšnim poljem deluje izvor na absorber

$$E_{rad} = \frac{\mu_0 a}{4\pi r_k} sin(\phi), \tag{34}$$

kjer je ϕ kot med pospeškom izvora in vektorjem r_k. To polje deluje na tipičen delec absorberja in ta se pospeši in zopet seva. Zanima nas avansiran potencial naboja absorberja na mestu naboja izvora. Tega izračunamo podobno kot prej, le dodana je polovica ker gledamo samo avansirani del. Izraz za silo tipičnega delca absorberja na izvor se glasi:

$$F_{avan} = -\frac{a}{m_k}(\frac{e e_k \mu_0}{4\pi r_k})^2 sin^2(\phi). \tag{35}$$

Če imamo radiacijsko silo enega delca lahko z integracijo preko celotne sferične lupine z debelino dr_k dobimo izraz za celotno silo. Vemo, da je število delcev enako $dN = n4 * \pi * r_k^2 dr_k$, kjer je n številska gostota delcev absorberja. Najprej izračunamo, da bo geometrijski faktor za $sin^2(\vec{a}, \vec{r}_k)$ preko celotne sfere enak $\frac{2}{3}$. Tako dobimo izraz za celotno silo kot

$$dF_{radia} = -\frac{a}{m_k}\frac{2}{3}(\frac{e e_k \mu_0}{4\pi r_k})^2 4\pi r_k^2 * n * dr_k \tag{36}$$

Vendar kaj hitro vidimo neujemanje z začetnimi željami, saj je ta sila sorazmerna s pospeškom(in ne odvodom pospeša), odvisna od lastnosti absorberja in raste z debelino absorberja brez limite. Vendar nismo še upoštevali faznega zamika med radiacijskim potencialom in avansiranim potencialom. Ker je lomni količnik snovi odvisen od frekvence valovanja vzemimo le eno komponento Fourierovega razvoja pospeška, kajti posplošitev na poljubno funkcijo je trivialna. Tako je sedaj napišemo namesto pospeška

$$a = a_0 e^{-i\omega t}.$$

Vemo, da se hitrost motnje v snovi z lomnim količnikom spremeni na $c = \frac{c_0}{n}$, kjer je c_0 hitrost svetlobe v vakumu. Lomni količnik pa je odvisen od frekvence valovanja motnje in za redko snov velja zveza:

$$n(\omega) = 1 - \frac{ne_k^2}{m_k \omega^2 \epsilon_0^2} \tag{37}$$

Pod predpostavko, da avansirani del ne doživi faznega zamika(to je predpostavka, ki je avtorja nista znala obrazložiti) dobimo zamik v fazi:

$$\omega(\frac{r_k}{c} - \frac{nr_k}{c}) = \frac{Ne_k^2}{m_k c \omega \epsilon_0^2} \tag{38}$$

Z dodatkom tega faznega zamika lahko integriramo preko celotnega območja in integracijske meje potegnemo vse do neskončnosti, če imamo le dovolj močno absorbcijo, ki poskrbi, da integral dovolj hitro konvergira in je tako na zgornji meji enak nič.

$$F_{radia} = -\frac{2}{3} a \int_0^\infty (\frac{ee_k \mu_0}{4\pi r_k})^2 4\pi r_k^2 n e^{-i\frac{Ne_k^2 r_k}{m_k \epsilon_0^3 c\omega}} dr_k \tag{39}$$

$$F_{radia} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \epsilon_0^3 \mu_0^2 c}{4\pi} (-i\omega a) \tag{40}$$

$$F_{radia} = \frac{1}{6\pi} \frac{e^2}{\epsilon_0 c^3} \frac{da}{dt} \tag{41}$$

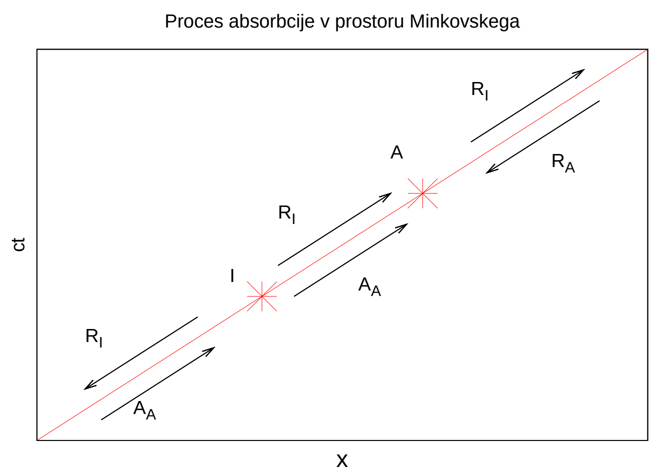
kjer smo v zadnji vrstici uporabili dejstvo

$$\frac{da}{dt} = -i\omega a.$$

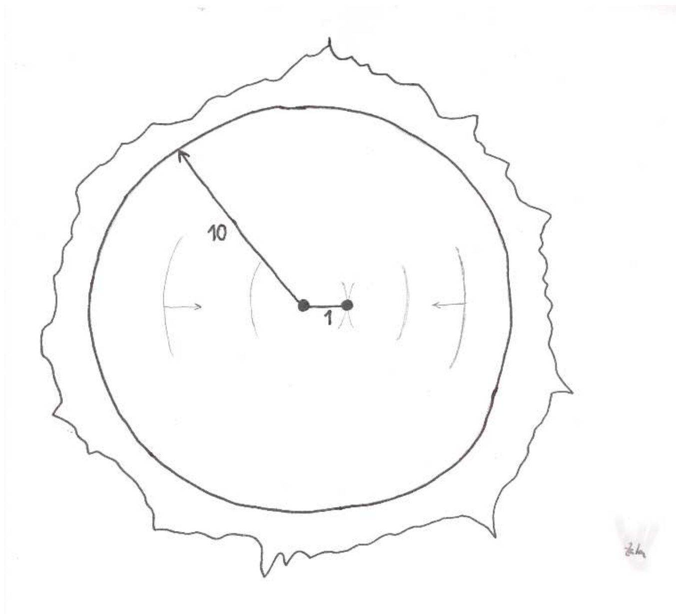
S tem smo res prišli do željenega izraza, kjer je radiacijska sila sorazmerna z odvodom pospeška in zadostuje eksperimentalno potrjeni jakosti. Seveda se je sedaj potrebno znebiti še predpostavk o hitrosti, ki ni relativistična in o tem, da so delci absorberja daleč narazen. Preko nadaljih obravnav se da pokazati, da tudi v relativističnih primerih pridemo do ustreznega izraza in da je rezultat neodvisen od oblike in vrste absorberja(glej [1]). Namesto te izpeljave si rajši poskusimo ustvariti bolj intuitivno razumevanje problema.

3.3.1 Miselni poskus za razlago izpeljave

Še enkrat razložimo izpeljavo, tokrat z besedami: naj bo izvor obkrožen s sferično simetričnim absorberjem, ki je oddaljen 10 svetlobnih sekund in naj bo testni naboj 1 svetlobno sekundo od izvora. Če zmotimo izvor ob času $t = 0$, se bo to preko retardiranih potencialov preneslo na absorber ob času $t = +10$. Avansirani efekt absorberja se bo poznal na testnem naboju ob času $t = -1$, vendar bo ob tem času tam tudi avansirani potencial izvora, tako da se ta dva prispevka, ki sta nasprotno enaka, ravno odštejeta. Ob času $t = 1$ pa se avansirani potencial absorberja sešteje z retardiranim izvora v klasično pričakovani celotni retardirani potencial. Lep vpogled v to dogajanje nam daje narisan proces v prostoru Minkovskega:



Slika 1: Interakcija med izvorom in absorberjem v prostoru Minkovskega. R_I razumemo kot polovico retardiranega potenciala izvora in podobno za A_I. Vidimo, da se v območjo med izvorom in absorberjem seštejeta v celotni retardiran potencial, kot ga poznamo iz izkušenj



Slika 2: Postavitev zgornjega miselnega poskusa. Rob absorberja je oddaljen 10 svetlobnih s in testni naboj 1 svetlobnmo sekundo.

4 Ireverzibilnost radiacije

Če res sprejmemo časovno simetrijo v enačbah elektrodinamike moramo seveda pojasniti, od kod izvira smernica časa in ohraniti princip kavzalnosti. Feynman in Wheeler sta bolj podrobno razvila starejšo Einsteinovo idejo, da je smernica časa zgolj statistične narave. Poglejmo si kako sta razmišljala: Vse pojave v elektrodinamiki lahko opišemo na dva načina ekvivalentna načina, ki nas vodita do enakih rezultatov: preko avansiranih ali retardiranih rešitev. V prvem primeru gledamo na interakcijo med izvorom in absorberjem kot odhajajoči (retardirani) potencial od izvora, v drugem pa kot prihajajoči-konvergentni(avansirani) potencial k absorberju. In ta pogleda sta kot smo videli zgoraj ekvivalentna. če napišemo enačbi za oba procesa pri problemu radiacijske sile(zaradi lažjega razumevanja kar v nerelativistični obliki) je prvi člen Lorentzova sila vseh ostalih delcev in drugi radiacijska sila:

$$m_i a = \sum_{i \neq j} F_{j,ret} + \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} x^{(3)} \qquad \text{Retardirani potencial} \tag{42}$$

$$m_i a = \sum_{i \neq j} F_{j,avn} - \frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} x^{(3)} \qquad \text{Avansirani potencial.} \tag{43}$$

Tako nam elektrodinamika ne poda rešitve tega problema. Zato sta našla rešitev na drugem področju fizike - statistična mehanika. Ireverzibilnost radiacije je tako posledica asimetrije v začetnih pogojih glede na čas. Poskusimo pojasniti to idejo. Če interpretiramo prvo rešitev (retardiran potencial), potem retardirana sila absorberja nima efekta na pospešek izvora. Pospešek kot smo že ugotovili izhaja iz avansiranih potencialov absorberja. Če pa gledamo na proces radiacije preko absorbcije pa ugotovimo, da ima vsota avansiranih potencialov v (43) pomembno vlogo. Doprinos avansiranih potencialov mora biti enak dvakratni magnitudi radiacijske sile, če hočemo dobiti znan izraz. Vendar ravno v tem je problem, saj morajo kaotična gibanja v absorberju imeti ravno pravi pospešek ob ravno pravem času, da bo vsota retardiranih potencialov res konvergirala k izvoru in da bo le-ta občutil pravilno silo. Seveda je verjetnost za drugi scenarij mnogo manjša kot za prvi. Ekvivalenten je primer z ohlajajočim telesom: če opazujemo vroče telo z hladnejšo okolico, potem lahko z veliko večjo verjetnostjo sklepamo, da se bo to telo ohladilo, kot pa da bo njena temperatura naraščala. O preteklosti tega telesa lahko rečemo, da je bila z veliko večjo verjetnostjo segreta do sedanjega stanja kot ohlajena do sedanjega stanja. To je posledica termodinamske smernice časa, saj nam le-ta govori, da je smer večje urejenosti preteklost. A vse to drži, če je bilo telo izolirano. Ampak zdrava pamet nas uči, da višje temperature telesa (napram okolici) ne bomo pripisovali nenavadni statistični fluktuaciji, temveč temu, da jo je nekdo segrel; torej postavil začetne pogoje. Podobno pri radiaciji ne bomo pripisalu scenarija avansirane radiacije naklučnemu gibanju, ker je enostavno preveč neverjetna, temveč da je nekdo uredil začetne pogoje.

5 Eksperimentalno preverjanje

Naredimo analogijo iz statistične fizike. Primer z difuzijo je preprost: v makroskopskem sistemu je problem difuzije očitno ireverzibilen, vendar če vzamemo dve posodi z zelo majhnim številom molekul se izkaže, da lahko opazujemo statistične fluktuacije prehoda molekul iz ene v drugo posodo. Podobno lahko naredimo tudi v našem primeru. Imamo majhen nabit delec v okrogli lupini(absorberju). Ko izvor pospešimo in če upoštevamo samo retardirane potenciale, potem se bo površje absorberja deformiralo zakasnjeno za čas, ki ga potrebuje svetloba do absorberja. Avansiran potencial bi nam zmotil površje absorberja že pred pospeškom izvora, vendar bi za zadostno intenziteto potrebovali izredno urejene začetne pogoje.

6 Zaključek

Feynman-Wheelerjeva absorbcijska teorija je nastala v upanju, da bo ponudila naravno razširitev v kvantno elektrodinamiko, česar klasično opis zaradi zgoraj omenjenih problemov ni uspel. Vendar je razvoj pokazal, da se problem neskončnosti ohranja tudi v kvantni mehaniki in tako absorbcijska teorija ni dobila svojega nadaljevanja. Vendar je s tem nikakor ni potrebno zavreči, saj je s tem odpadel samo del z Fokkerjevo akcijo, medtem ko so Maxwellove enačbe še vedno časovno simetrične in vso razglabljanje o retardiranih in avansiranih potencialih je še kako na mestu. Še več, pozneje se pojavilo kar nekaj člankov o reformulaciji Feynman-Wheelerjeve elektrodinamike, ki je primerna za kvantno sliko in preko dela Freda Hoyle-a[13] tudi v teoriji gravitacije. Zagotovo bodo zdaj že možni eksperimenti dodali nov zagon teoriji, ki pa s tem že daleč prerašča meje elektrodinamike, saj vključuje polja statistične in kvantne fizike, ter nenazadnje kozmologije.

Literatura

[1] J.A.Wheeler,R.P.Feynman: Classical electrodynamics in term of direct interparticle action, Rev. of Modern Physics,vol.21,number 3(1949)

[2] J.A.Wheeler,R.P.Feynman: Interaction with the absorber as the mechanism of radiation, Rev. of Modern Physics, vol.17,number 2,(1945)

[3] R.Podgornik: Elektromagnetno polje,Skripta za predmet Elektromagnetno polje

[13]Fref Hoyle (1905-2001)-angleški astronom

[4] J.A.Hedberg: Classical electrodynamics: With fields or without?

[5] Feynman-Wheeler absorber theory in *Wikipedia:The free Encyclopedia* Wikimedia Foundation Inc. Encyclopedia on-line. Available from http://en.wikipedia.org/wiki/Feynman-Wheelertheory Internet. Retrieved 23 December 2008.