Univerza v Ljubljani
Oddelek za matematiko
in fiziko
Jadranska cesta 19. 1000 Ljubljana

Kranj, 8.2. 2003

WALLACE - BOTTOVA HIPOTEZA

AVTOR: Jure Žalohar
MENTOR: prof. dr. Rudolf Podgornik

Uvod

Ena pomembnejših nalog seizmologije in sorodnih geofizikalnih in geoloških ved (npr. tektonofizike in strukturne geologije) je ugotavljanje mehanizmov, ki povzročajo potrese. Pri tem nas med drugim zanima evolucija napetostnega polja preko daljšega časovnega obdobja (npr. nekaj zadnjih milijonov let) ter njegovo današnje stanje. V geološki preteklosti so bile napetosti lahko drugačne od današnjih. Nekdanja napetostna stanja se v kamninah ohranijo v obliki ireverzibilnih sprememb, ki nastanejo kot posledica visokih napetosti. To so naprimer razpoke, prelomi, gube itd. Med najpogostejšimi metodami za ugotavljanje nekdanjih napetosti (paleonapetosti) je analiza zdrsov ob prelomnih ploskvah. Za prelome je značilen makroskopsko viden strižni premik vzdolž prelomne ploskve, ki pogosto na prelomni ploskvi vodi do nastanka usmerjenih drs in podobnih struktur (npr. drsnih lineacij, rasti vlaknastih mineralov v špranji ob prelomni ploskvi). Kadar premik ni makroskopsko viden, govorimo o razpoki (Goldstein in Marshak 1988). Paleonapetostna analiza zdrsov ob prelomnih ploskvah temelji na iskanju napetosti, ki pojasnijo smeri premikov ob prelomih. Osnovno idejo sta prva predstavila Bott (1951) in Wallace (1959). Smer premika ob prelomni ploskvi kaže na smer strižne napetosti $\vec{\tau}$, ki jo povežemo z napetostnim tenzorjem σ na sledeč način: $\vec{\tau} = \sigma\vec{n} - < \sigma\vec{n}, \vec{n} > \vec{n}$, kjer je $\vec{n}$ normala na prelomno ploskev. Pri tem zanemarimo dejstvo, da smo strižno napetost izračunali, kot bi šlo za kontinuum. V resnici obstoj prelomne ploskve v kamnini pomeni diskontinuiteto. Smer strižne napetosti bi morali računati bolj prvidno. V celoten sistem bi morali vgraditi to diskontinuiteto in nato verjetno numerično izračunati napetosti v kamnini pri danih robnih pogojih. V zgornjem primeru uporabimo grob približek, ki pa se izkaže kot čisto uporaben.

Po Wallacu in Bottu sklepamo, da lahko na podlagi merjenja orientacije prelomnih ploskev in mnogih prelomov in merjenja smeri premikov ob njih, ugotovimo tenzor napetosti σ, ki opiše napetostno stanje v času prelamljanja. Pri tem implicitno predpostavimo, da so bile napetosti v kamninah *homogene*, ter da prelomi niso interagirali med sabo. Prav tako predpostavimo, da smer premika ob različno orientiranih prelomih lahko opišemo z enim samin napetostnim tenzorjem. Takšne predpostavke so vprašljive in o njihovi smiselnosti ni mogoče sklepati intuitivno. Polemike o smiselnosti analize paleonapetosti potekajo še danes, saj to vprašanje še ni povsem rešeno (npr. Tikoff in Wojtal 1999). V tem besedilu se ukvarjam prav z vprašanjem ali je paleonapetostna analiza smiselna, oziroma v kakšnih pogojih je smiselna?

1 Napetosti v zemeljski skorji

Napetosti v zemeljski skorji opišemo z napetostnim tenzorjem $\sigma(\vec{r})$, ki je odvisen od krajevne koordinate $\vec{r}$. Običajno napetosti pripišemo večim vzrokom. Tako govorimo o *napetostih zaradi gravitacije, tektonskih, strukturnih* in *residualnih napetostih* (npr. Jaeger in Coock 1969). Napetostni tenzor zapišemo kot vsoto teh štirih prispevkov:

$$\sigma(\vec{r}) = \sigma_g(\vec{r}) + \sigma_t + \sigma_s(\vec{r}) + \sigma_r(\vec{r}).$$

Napetosti zaradi gravitacije $\sigma_g(\vec{r})$ so posledica lastne teže kamnin in naraščajo z globino. Tektonske napetosti σ_t so posledica premikanja tektonskih makro- in mikroplošč. Če bi bila zemeljska skorja homogena, bi bile tektonske napetosti približno homogene v regionalnem vsekakor pa v lokalnem merilu. Vendar so v kamninah prisotne številne nehomogenosti, ki povzročajo odstopanja od nekakšnih povprečnih napetosti. Ta odstopanja pripišemo strukturnim napetostim $\sigma_s(\vec{r})$. Residualne napetosti $\sigma_r(\vec{r})$ so posledica lokalnega raztezanja in krčenja kamnin zaradi naprimer absorbcije ali izgube vode in naprimer segrevanja in ohlajanja kamnin ob metamorfozi. Glavni vzrok prelamljanja v zemeljski skorji so tektonske napetosti, nanj pa vsekakor vplivajo tudi gravitacijske, predsem pa strukturne napetosti (Jaeger in Coock 1969).
Ker so napetosti v kamninah karajevno odvisne, je smer strižne napetosti ob neki prelomni ploskvi na različnih mestih različna: $\vec{\tau} = \vec{\tau}(\vec{r})$. Če je premik ob prelomu majhen se zato njegova smer lahko od mesta do mesta razlikuje. Kamnine ob prelomu se pri tem elastično in plastično bolj ali manj deformirajo. Običajno pa so premiki ob prelomih preveliki, da bi plastične in elastične deformacije lahko kompenzirale različne smeri premikanja ob prelomnih ploskvah. Premik ob prelomih je tako bolj ali manj enak ob večjem delu preloma razen ob njegovem robu (npr. Dupin et al. 1993, Pollard et al. 1993). V določenih primerih je smiselno predpostaviti, da je premik v približku vzporeden rezultanti strižne sile, s katero bloka kamnin pod in nad prelomno ploskvijo delujeta drug na drugega. Za premike, ki so majhni v primerjavi z velikostjo prelomne ploskve, predpostavimo:

$$\vec{s} = \text{konst.}\vec{F}.$$

Konstanta v tej enačbi je povezana z elastičnimi lastnostmi blokov ob prelomnih ploskvah. Ko upoštevamo $\sigma(\vec{r}) = \sigma_g(\vec{r}) + \sigma_t + \sigma_s(\vec{r}) + \sigma_r(\vec{r})$, sledi:

$$\vec{s} = \text{konst.}\vec{F} = \text{konst.}\int_{(S)} \vec{\tau}(\vec{r})dS = \int_{(S)} (\sigma(\vec{r})\vec{n} - <\sigma(\vec{r})\vec{n}, \vec{n}> \vec{n})dS \quad (1)$$

$$= \text{konst.}\int_{S)} (\sigma_t\vec{n} + \Delta\sigma(\vec{r})\vec{n} - <\sigma_t\vec{n}, \vec{n}> \vec{n} - <\Delta\sigma(\vec{r})\vec{n}, \vec{n}> \vec{n})dS \quad (2)$$

$$= \text{konst.}\int_{(S)} (\vec{\tau}_t + \Delta\vec{\tau}(\vec{r}))dS. \quad (3)$$

Kjer je $\Delta\sigma(\vec{r}) = \sigma_g(\vec{r}) + \sigma_s(\vec{r}) + \sigma_r(\vec{r})$, $\vec{\tau}_t$ tektonska strižna napetost, $\Delta\vec{\tau}(\vec{r})$ pa prispevek napetosti zaradi gravitacije, strukturnih napetosti in residualnih napetosti. Za vektor $\vec{s}$ sledi:

$$\vec{s} = \text{konst.}\int_{(S)} \vec{\tau}_t dS + \text{konst.}\int_{(S)} \Delta\vec{\tau}(\vec{r})dS.$$

Pomembno je, da je vektor $\vec{s}$ vsota krajevno neodvisne komponente konst. $\int_{(S)} \vec{\tau}_t dS = \text{konst.}\vec{F}_t$ in krajevno odvisne komponente konst. $\int_{(S)} \Delta\vec{\tau}(\vec{r})dS = \text{konst.}\Delta\vec{F}$. Prva komponenta predstavlja prispevek tektonskih napetosti. V drugi komponenti so upoštevane vse nepravilnosti: neizotropnost prelomne ploskve, vpliv bližnjih prelomov in drugih diskuntinuitet, razmere na robu preloma, vpliv zaradi gravitacije in rezidualnih napetosti. Če bi bil prispevek teh nepravilnosti enak nič, bi smer premika lahko pojasnili z regionalnim tenzorjem tektonskih napetosti. Ker so le-te v regionalnem in lokalnem merilu v približku konstantne, bi lahko pojasnili smeri premikov ob mnogih prelomih. V določenih geoloških sitacijah je to možno, kadar pa so naravne disperzije prevelike, so prelomi lahko strukturno povsem nekorelirani. Premikov ob teh prelomih ni mogoče pojasniti z enim samim tenzorjem napetosti. V tem primeru je paleonapetostna analiza zdrsov ob prelomnih ploskvah vprašljiva.

Kdaj je torej paleonapetostna analiza zdrsov ob prelomnih ploskvah smiselna in kdaj lahko vodi do rešitev, ki dobro opišejo regionalne tektonske napetosti v času prelamljanja. Glede na zgornji račun predpostavimo, da lahko naravne disperzije $\int_{(S)} \Delta\vec{\tau}(\vec{r})dS = \Delta\vec{F}$ obravnavamo kot vektorsko naključno spremenljivko, ki na različnih prelomih zavzame različne vrednosti. Gostote porazdelitve verjetnosti $f(\Delta\vec{F})$ ne poznamo. Smer rezultante strižne sile je odvisna od prispevka regionalnih tektonskih napetosti $\vec{F}_t$ in naravnih disperzij $\Delta\vec{F}$, velja namreč $\vec{F} = \vec{F}_t + \Delta\vec{F}$. Tudi smer $\vec{F}$ je podana z neko gostoto verjetnosti $f_{\vec{F}}$. Običajno nas zanima porazdelitev kotov α odmikov rezultante strižne sile od prispevka tektonskih napetosti. To porazdelitev označimo z f_α. Pri analizi paleonapetosti upamo, da je varianca f_α čim manjša, tenzor regionalnih tektonskih napetosti pa iščemo z zahtevo, da računske smeri zdrsov čim manj odstopajo od dejanskih. Ponavadi postavimo (npr. Angelier 1979, 1984, 1989)

$$\sum_i \alpha_i^2 = \min.$$

Pri tem implicitno predpostavimo, da je pričakovana vrednost kota α enaka nič. Torej:

$$\frac{1}{n}\sum_i \alpha_i = 0.$$

Za takšno predpostavko ne obstajajo nikakršni intuitivni razlogi. Namen tega besedila pa je ugotoviti, v katerih primerih je zgornja predpostavka smiselna.

2 Kaj so regionalne tektonske napetosti?

Variacije napetostnega polja smo v prejšnjem razdelku pripisali strukturnim napetostim $\sigma_s(\vec{r})$. Lokalno so strukturne napetosti lahko zelo velike in pomembno vplivajo na prelamljanje. Pri paleonapetostni analizi zdrsov poskušamo ugotoviti regionalne tektonske napetosti σ_t in ne strukturnih. Pričakujemo, da je to možno takrat, ko na obravnavane prelome strukturne napetosti niso bistveno vplivale. Verjetno strukturne napetosti bolj vplivajo na manjše kot na večje prelome. Kako velike prelome lahko torej uporabimo pri paleonapetostni analizi zdrsov ob prelomnih ploskvah?

Pri iskanju odgovora na zgornje vprašanje se lahko opremo na zakone mehanike kontinuov. Gledali bomo kamninski masiv z volumnom V, ki je na neki globini v zemeljski skorji. Gravitacijske napetosti bomo zato imeli za konstantne. Znotraj volumna V pa v splošnem napetosti opišemo s tenzorjem $\sigma(\vec{r})$, ki ni konstanten. Povprečne napetosti znotraj tega volumna naj bodo:

$$\frac{1}{V}\int_{(V)} \sigma(\vec{r})dV = \overline{\sigma}.$$

Napetosti znotraj kamnine opišemo s povprečnim tenzorjem napetosti $\overline{\sigma}$ in nekim odmikom $\Delta\sigma(\vec{r})$:

$$\sigma(\vec{r}) = \overline{\sigma} + \Delta\sigma(\vec{r}).$$

Tenzor napetosti $\sigma(\vec{r})$ se od mesta do mesta razlikuje, enako pa velja tudi za napetost na neki ploskvi znormalo $\vec{n}$:

$$\vec{\sigma}(\vec{r}) = \sigma(\vec{r})\vec{n}.$$

Integral napetosti $\vec{\sigma}(\vec{r})$ po neki zaključeni ploskvi S, ki oklepa volumen $\mathcal{V}$ je enak nič v primeru, ko je material v ravnovesju:

$$\vec{F} = \oint_S \vec{\sigma}(\vec{r})dS = \oint_S \sigma\vec{n}dS = 0.$$

Glede na Gaussov izrek sledi

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0.$$

Naj nas ne moti, da tenzor napetosti pišemo enkrat kot σ, drugič pa kot σ_{ij}. V zadnjem primeru vsekakor upoštevamo Einsteinov sumacijski dogovor. Glede na zgornjo enačbo moramo torej sklepati, da so tektonske in strukturne napetosti tiste, ki nimajo izvorov znotraj kamnine. V nasprotju za gravitacijske in residualne napetosti to ne velja.

Zdaj glejmo primer preloma z normalo $\vec{n}_p$ in površino S, ki prereže cel volumen V. Izračunajmo integral po zaključeni ploskvi, ki sestoji iz dela zunanjega roba volumna V in našega preloma. Ker je integral po tej ploskvi enak nič, sledi:

$$\oint_S \sigma(\vec{r})\vec{n}dS = \int_{rob} \sigma(\vec{r})\vec{n}dS + \int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}_p dS = 0$$

$$\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}_p dS = -\int_{rob} \sigma(\vec{r})\vec{n}dS.$$

To pomeni, da je strižna sila na tem prelomu odvisna le od prispevka zunanjih sil, notranje deviacije napetostnega polja (znotraj volumna V) pa nimajo vpliva. To velja za vse vzporedne prelome, ki prerežejo celoten volumen V.
Pogosto naletimo v kamninah na prelome z približno isto smerjo $\vec{n}$ in približno isto smerjo premika. Imejmo dva približno enako velika, vzporedna preloma s površinama S_1 in S_2, ki sta v razmiku d. Sestavimo zaključeno ploskev iz obeh prelomov in neke namišljene ploskve S, ki povezuje robova obeh prelomov med seboj. Integral vektorja napetosti po tej zaključeni ploskvi je v primeru ravnovesja enak nič, zato sledi

$$\int_{S_1} \sigma(\vec{r})\vec{n}_1 dS_1 + \int_{S_2} \sigma(\vec{r})\vec{n}_2 dS_2 = -\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}dS.$$

Kadar je razmik med prelomoma mnogo manjši od velikosti preloma, torej $d << \sqrt{S_{1,2}}$ lahko predpostavimo $\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}dS << \int_{S_{1,2}} \sigma(\vec{r})\vec{n}_{1,2}dS_{1,2}$, zato velja:

$$\left|\int_{S_1} \sigma(\vec{r})\vec{n}_1 dS_1\right| \approx \left|\int_{S_2} \sigma(\vec{r})\vec{n}_2 dS_2\right|.$$

Pri tem velja $\vec{n}_1 = -\vec{n}_2$. Smer rezultante strižne sile ob vzporednih prelomih je približno enaka (s tem tudi pričakovana smer premika), če je razdalja med prelomi mnogo manjša, kot so dimenzije prelomov. Ob vzporednih regionalnih prelomih zato pričakujemo vzporeden premik, ki ga je mogoče glede na zgornje račune razložiti s zunanjimi napetostmi, ki delujejo na kamnine v regiji, torej z zunanjimi napetostnimi robnimi pogoji. Lokalne variacije napetostnega polja na regionalne preloma nimajo nujno bistvenega vpliva.

Sedaj smo se dovolj približali odgovoru na vprašanje, kaj so regionalne tektonske napetosti. To so napetosti, ki delujejo na kamnine v regiji in s katerimi je mogoče pojasniti premike ob regionalnih prelomih. Konceptualno si lahko pomagamo, če vpeljemo nekakšno valovno dolžino λ, ki pove, v kakšnem merilu se napetosti znotraj kamnin znatno spreminjajo. Regionalne napetosti so tiste, ki se znatno spreminjajo v merilu večjem kot l, kjer je l dolžina regionalnih prelomov.

3 Prelamljanje ob mezoskopskih prelomih

S krajšim premislekom bomo pokazali, da se lahko do podobnih ugotovitev, kot za regionalne prelome, dokopljemo tudi za mezoskopske prelome. Dolžina teh prelomov meri od manj kot 1m do npr. več kot 10m. S takimi prelomi imamo najpogosteje opraviti pri analizi paleonapetosti. V računu bomo vpeljali t.i. *volumsko gostoto površine prelomov*, η. Ta naj pove, kakšna je površina prelomov s smerjo $\vec{n}$ v določenem volumnu V:

$$\eta = \frac{dS}{dV}.$$

Vpeljava te količine se zdi nekoliko nenavadna, vendar se izkaže kot koristna. Z njeno pomočjo lahko integrale po površini prelomov izrazimo z integrali po volumnu, ki vsebuje obravnavane prelome:

$$\frac{1}{S}\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}dS = \frac{1}{\eta V}\int_V \sigma(\vec{r})\vec{n}\,\eta dV.$$

Obravnavali bomo skupine vzporednih prelomov z normalo $\vec{n}$, ki so na gosto prisotni znotraj celotnega volumna V, pri čemer se omejimo na primer $\eta =$ konst. Napetost na neki ploskvi z normalo $\vec{n}$ je $\sigma(\vec{r})\vec{n}$, zato je povprečna napetost na vseh prelomih enaka

$$\bar{\vec{\sigma}} = \frac{1}{S}\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}dS = \frac{1}{\eta V}\int_V \sigma(\vec{r})\vec{n}\,\eta dV = \left[\frac{1}{V}\int_V \sigma(\vec{r})dV\right]\vec{n} = \bar{\sigma}\vec{n}.$$

Povprečno napetost na prelomih, ki so na gosto posejani znotraj nekega volumna V, lahko izrazimo s povprečnimi napetostmi $\bar{\sigma}$ znotraj tega volumna. Sedaj se dokopljemo do še enega pomembnega zaključka. Napetosti znotraj volumna zapišemo kot $\sigma(\vec{r}) = \bar{\sigma} + \Delta\sigma(\vec{r})$. Zato sledi:

$$\frac{1}{S}\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}dS = \frac{1}{\eta V}\int_V (\bar{\sigma} + \Delta\sigma(\vec{r}))\vec{n}\,\eta dV = \frac{1}{\eta V}\int_V \bar{\sigma}\vec{n}\,\eta dV + \frac{1}{\eta V}\int \Delta\sigma(\vec{r})\vec{n}\,\eta dV = \bar{\sigma}\vec{n}$$

in še:

$$\frac{1}{S}\int_S \Delta\sigma(\vec{r})\vec{n}dS = \frac{1}{\eta V}\int_V \Delta\sigma(\vec{r})\vec{n}\,\eta dV = 0.$$

Prispevek variacij napetostnega polja $\Delta\sigma(\vec{r})$ k povprečni napetosti na prelomih, ki so gosto posejani znotraj volumna V, je enak nič. To je bistven rezultat, do katerega smo hoteli priti. Povprečne variacije strižnih napetosti so ravno tako enake nič, saj je v splošnem strižna napetost projekcija napetosti na ravnino preloma:

$$\frac{1}{S}\int_S \vec{\tau}dS = \frac{1}{S}(\sigma(\vec{r})\vec{n} - < \sigma(\vec{r})\vec{n}, \vec{n} > \vec{n})dS = \bar{\sigma}\vec{n} - < \bar{\sigma}\vec{n}, \vec{n} > \vec{n},$$

$$\frac{1}{S}\int_S (\Delta\sigma(\vec{r})\vec{n} - < \Delta\sigma(\vec{r})\vec{n}, \vec{n} > \vec{n})dS = 0.$$

Za končno mnogo prelomov velja:

$$\frac{1}{N}\sum_i \Delta\vec{\tau}_i \approx 0,$$

kjer definiramo $\Delta\vec{\tau}_i = (1/S_i)\int_{S_i} \Delta\vec{\tau}(\vec{r})dS_i$.

Vektor $\Delta\vec{\tau}$ obravnavamo kot naključno spremenljivko. Bolj nas zanima porazdelitev dejanske povprečne strižne napetosti $\vec{\tau}$ na različnih prelomih $\vec{\tau} = \vec{\tau}_t + \Delta\vec{\tau}$ in porazdelitev kota α, ki ga $\vec{\tau}$ oklepa z $\vec{\tau}_t$. Pri tem je $\vec{\tau}_t = \bar{\sigma}\vec{n} - < \bar{\sigma}\vec{n}, \vec{n} > \vec{n}$. Po eni izmed osnovnih predpostavk analize paleonapetosti naj bi veljalo $\bar{\alpha} = 0$. Ta pogoj je izpolnjen le v primeru, ko sta komponenti vektorja $\Delta\vec{\tau}$ naključno neodvisni. V splošnem to nista, saj sta obe odvisni od tenzorja napetosti in orientacije preloma. Dejstvo, da velja $1/N \sum_i \Delta\vec{\tau}_i \approx 0$, torej ne pomeni, da hkrati velja $1/N \sum_i \alpha_i \approx 0$.

4 Smiselnost Wallace - Bottove hipoteze

Pri analizi paleonapetosti imamo ponavadi opraviti s sistemi prelomov, ki sestoje iz večih skupin vzporednih prelomov (družine prelomov). Imejmo N prelomov, od katerih jih N_1 pripada prvi družini, N_2 drugi družini itd. Zanima nas, koliko je povprečna vrednost naravnih disperzij $\Delta\vec{\tau}$ na vseh teh prelomih:

$$\frac{1}{N}\sum_i \Delta\vec{\tau}_i \le \underbrace{\frac{1}{N_1}\sum_i^{N_1} \Delta\vec{\tau}_i}_{\approx 0} + \underbrace{\frac{1}{N_2}\sum_{k=1}^{N_2} \Delta\vec{\tau}_k}_{\approx 0} + ... \approx 0.$$

Povprečne naravne disperzije so torej na poljubnem sistemu prelomov majhne. Sedaj nam preostane še ocena povprečnih kotnih odstopanj vektorjev $\vec{\tau}_i$ od smeri tektonske strižne napetosti $\vec{\tau}_{t,i}$, kjer je i indeks preloma. Vektorja sta med seboj povezana z enačbo $\vec{\tau}_i = \vec{\tau}_{t,i} + \Delta\vec{\tau}_i$. V prejšnjem razdelku smo videli, da v splošnem ne pričakujemo $\overline{\alpha} = 0$, saj komponente vektorja $\Delta\vec{\tau}$ niso med seboj naključno neodvisne. Obe komponenti sta namreč med seboj povezani preko tenzorja napetosti in orientacije prelomne ploskve. Zato nas tu bolj zanima ocena za zgornjo mejo $\overline{\alpha}$. Račun je razmeroma preprost. Najprej bomo gledali relativno velike prelome, ki prerežejo nek celoten volumen V. Za takšne prelome smo prej pokazali, da velja:

$$\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}_p dS = -\int_{rob} \sigma(\vec{r})\vec{n} dS.$$

V zemeljski skorji premiki ob večjih prelomih v splošnem kompenzirajo določene deformacijske robne pogoje. Ti določajo naprimer deformacijo regije, ki jo opišemo z deformacijskim tenzorjem d_{ij}. Denimo, da so deformacijski robni pogoji v regionalnem merilu konstantni. Tenzor deformacije je za določeno družino približno vzporednih prelomov s približno vzporedno smerjo premika podan z enačbo (npr. Reches 1978):

$$d_{ij} = \gamma n_i s_j.$$

γ je nek koeficient, ki je povezan z povprečnim razmikom med prelomi in velikostjo premikov ob njih. n_i je $i-$ta komponenta vektorja normale $\vec{n}_p$, s_i pa je $i-$ta komponenta vektorja premika $\vec{s}$ ob prelomih. Ker je tenzor deformacije konstanten približno v celotnem volumnu V, so tudi premiki ob velikih vzporednih prelomih, ki prerežejo celoten volumen V, približno vzporedni. Kaj pomeni to glede napetosti? Na robu volumna V je napetostni tenzor dan z enačbo $\sigma(\vec{r}) = \overline{\sigma} + \Delta\sigma(\vec{r})$. Tenzor $\overline{\sigma}$ interpretiramo kot vsaj približek za tenzor regionalnih tektonskih napetosti. Zgornji integral zapišemo sedaj takole

$$\int_S \sigma(\vec{r})\vec{n}_p dS = \int_{rob} \overline{\sigma}\vec{n} dS + \int_{rob} \Delta\sigma(\vec{r})\vec{n} dS.$$

Ker so smeri strižnih napetosti ob obravnavanih prelomih približno kontantne, sledi zato:

$$\int_{rob} \overline{\sigma}\vec{n} dS >> \int_{rob} \Delta\sigma(\vec{r})\vec{n} dS.$$

Smeri premikov lahko torej dobro opišemo s tenzorjem regionalnih tektonskih napetosti $\overline{\sigma} \approx \sigma_t$. Povprečna kotna odstopanja so zato majhna

$$\overline{\alpha} \approx 0.$$

Drugi moment kotnih odstopanj lahko približno ocenimo takole:

$$\sqrt{\overline{\alpha^2}} \approx \arcsin \frac{\overline{||\Delta\vec{\tau}||}}{||\vec{\tau}_t||}.$$

Tu je $\overline{||\Delta\tau||}$ povprečna velikost vektorjev $\Delta\vec{\tau}$, $||\tau_t||$ pa je velikost tektonske strižne napetosti ob prelomih. Predvidevamo, da je drugi moment $\overline{\alpha^2}$ ob velikih prelomih razmeroma majhen, vendar še ne vemo kolikšen je. Zanima nas še drugi moment $\overline{\alpha^2}_m$ ob manjših prelomih. Označimo površino velikih prelomih z S_v, površino manjših prelomov pa z S_m. Večje prelome si lahko predstavljamo kot N_S povezanih manjših prelomov, kjer je $N_S = \frac{S_v}{S_m}$. Povprečni kotni odmik $\overline{\alpha}_m$ in drugi moment $\overline{\alpha^2}_m$ ob manjših prelomih lahko zato ocenimo takole:

$$|\overline{\alpha}_m| \leq \sqrt{\overline{\alpha^2}_m} \approx \arcsin \frac{\sqrt{N_S}\ \overline{||\Delta\vec{\tau}||}}{||\vec{\tau}_t||} = \arcsin \frac{N_l \overline{||\Delta\vec{\tau}||}}{||\vec{\tau}_t||}.$$

Tu je $N_l = \sqrt{N_S} = \sqrt{S_v/S_m} = L_v/L_m$ razmerje med dolžino velikih in manjših prelomov. Iz teorije matematične statistike vemo, da velja $\overline{\alpha} \leq \sqrt{\overline{\alpha^2}}$. Če predpostavimo, da je za velike prelome (npr. z dolžino 1000 m) $||\vec{\tau}_t||/||\Delta\vec{\tau}|| \approx 100$, je povprečje kotnih odstopanj $\overline{\alpha}$ na 1000 krat manjših prelomih (npr. z dolžino nekaj 10 m) še vedno manjše od 20^0.
Rezultati analize paleonapetosti kažejo, da je povprečno kotno odstopanje $\overline{|\alpha|}$ na mezoskopskih prelomih približno $\overline{|\alpha|} \approx 15^0$ ali celo manj, drugi moment pa znaša $\sqrt{\overline{\alpha^2}} \approx 35^0$ (npr. Angelier 1984, 1989 ter Echtecopar et al. 1981). To pomeni, da velja $|\overline{\alpha}| < 15^0$, kar je glede na razmere na terenu presenetljivo malo. Glede na te rezultate lahko ocenimo $\overline{\alpha^2}$ na večjih regionalnih prelomih z dolžino npr. 10 km na vsega 0.1^0. Tako teorija. V praksi lahko to interpretiramo kot dejstvo, da so regionalne tektonske napetosti res homogene v regionalnem merilu. Smeri premikov ob regionalnih prelomih so določene z regionalnimi tektonskimi napetostmi. Lokalne variacije napetostnega polja kot kaže ne vplivajo kaj dosti na premike ob regionalnih prelomih. Statistično ne vplivajo kaj dosti niti na mezoskopske prelome. Iz tega stališča se zdi Wallace - Bottova hipoteza $(1/N)\sum_i \alpha_i \approx 0$ (N je tu število prelomov) smiselna, z njo pa tudi opravičenost paleonapetostne analize zdrsov ob prelomnih ploskvah.

5 Povzetek in zaključki

Pri študiju mehanizmov, ki danes povzročajo potrese, nas pogosto zanima evolucija napetostnega polja v zemeljski skorji preko daljšega časovnega obdobja (npr. nekaj zadnjih milijonov let). Nekdanja napetostna stanja se ohranijo v obliki ireverzibilnih sprememb v kamninah (npr. razpok, prelomov, gub), ki nastanejo pod vplivom visokih napetosti. Paleonapetostna analiza zdrsov ob prelomnih ploskvah je eno od možnih načinov za ugotavljanje napetosti v geološki preteklosti (paleonapetosti). Po Wallace - Bottovi hipotezi sklepamo, da lahko na podlagi merjenja orientacije prelomnih ploskev in smeri premika ob njih določimo napetostni tenzor σ, ki opiše napetostno stanje v času prelamljanja. Pri tem postavimo več hipotez: (1) napetosti v zemeljski skorji so homogene, (2) prelomi niso interagirali med seboj, (3) smer premika ob različno orientiranih prelomih lahko opišemo z enim samim napetostnim tenzorjem. Takšne predpostavke so vprašljive in o njihovi smiselnosti ni mogoče sklepati intuitivno. Polemike o smiselnosti paleonapetostne analize zdrsov ob prelomnih ploskvah potekajo še danes, saj to vprašanje še ni povsem rešeno. Meritve na terenu kažejo, da je paleonapetostna analiza zdrsov ob prelomnih ploskvah smiselna skoraj v vseh geoloških situacijah, tudi npr. v zapletenih alpskih regijah. Vendar do sedaj še nimamo jasnih teoretičnih modelov, ki bi pojasnili, kako je to mogoče. V tem besedilu se ukvarjam prav s tem vprašanjem. Mehanika kontinuov služi kot primerna konceptualna opora. Račun pokaže več pomembnih mehanizmov, ki jim prelamljanje sledi:

1. Smer rezultante strižne sile ob vzporednih prelomih je približno enaka (s tem tudi pričakovana smer premika), če je razdalja med prelomi mnogo manjša, kot je velikost teh prelomov. Ob takih prelomih smer premika lahko opišemo z enim samim napetostnim tenzorjem.

2. Ob vzporednih regionalnih prelomih pričakujemo vzporeden premik, ki ga je mogoče razložiti z regionalnimi tektonskimi napetostmi. Te so v regionalnem merilu približno konstantne. Lokalno se vsekakor pojavljajo odstopanja od regionalnega napetostnega polja, ki pa glede na račune nimajo nujno bistvenega vpliva na regionalne prelome.

3. V kamninah najdemo mnoge približno enako orientirane prelome (družine prelomov). Če je gostota teh prelomov znotraj nekega volumna velika, je prispevek lokalnih variacij napetostnega polja k povprečni strižni napetosti na teh prelomih enak nič (oziroma je majhen). Povprečno vrednost strižne napetosti lahko izrazimo s povprečnimi napetostmi v kamninskem masivu. Če je le ta dovolj velik (npr. regionalne razsežnosti) so izračunane povprečne napetosti lahko približek za regionalne tektonske napetosti in obratno.

4. Dejstvo, da je prispevek lokalnih variacij napetostnega polja k strižni sili ob prelomih v povprečju enak nič (oziroma je majhen), pa ne pomeni, da je povprečno kotno odstopanje smeri premikov od smeri tektonske strižne napetosti enako nič. Ne smemo torej predpostaviti $\overline{\alpha} = 1/n \sum_i \alpha_i = 0$, kjer je n število prelomov. Ob regionalnih prelomih je vrednost $\overline{\alpha}$ lahko razmeroma majhna, če so regionalne tektonske napetosti v regionalnem merilu približno konstantne. V tem primeru je tudi vrednost $\overline{\alpha}$ pri mezoskopskih prelomih lahko razmeroma majhna, npr. manj kot 20^0.

5. Paleonapetostna analiza zdrsov ob prelomnih ploskvah vodi do dobrih rezultatov zlasti v regijah, kjer kamnine v zemeljski skorji lahko obravnavamo kot *homogeno anizotropne*. To pomeni, da v regiji nimamo prisotnih struktur kjer imajo kamnine povsem drugačne trdnostne lastnosti od okoliških kamnin. Če ta pogoj ni izpolnjen, lahko pričakujemo nekoliko slabše ujemanje med teorijo in prakso.

Zakoni mehanike kontinuov kažejo, da je prelamljanje v statističnem smislu v vseh merilih v določenih geoloških situacijah *samopodobno* in ima fraktalne lastnosti. Ravno ta lastnost prelamljanja govori v prid smiselnosti paleonapetostne analize zdrsov ob prelomnih ploskvah.

6 Viri in literatura

1. Angelier J. 1979: Determination of the mean principal directions of stress for a given fault population., *Tectonophysics* 56, T17-T26.

2. Angelier J. 1984: Tectonic analysis of fault slip data sets., *Journal of Geophysical Research* 89, 5835-5848.

3. Angelier J. 1989: From orientation to magnitudes in paleostress determinations using fault slip data., *Journal of Structural Geology* 11, 37-50.

4. Etchecopar A., G. Vasseur, M. Daigniers 1981: An inverse problem in microtectonics for the determination of stress tensors from fault striation analysis., *Journal of Structural Geology* 3, 51-65.

5. Goldstein A., S. Marshak 1988: Analysis of fracture array geometry., in *Basic Methods of Structural Geology*, 249-266, Prentice Hall, Englevood Cliffs, New Jersey.

6. Jaeger J. C., N. G. W. Cook 1969: Fundamentals of Rock Mechanics., Methuen London.

7. Pollard D. D., D. Saltzer, A. M. Rubin 1993: Stress inversion methods: are they based on faulty assumptions?, *Journal of Structural Geology* 15, 1045-1054.

8. Reches Z. 1978: Analysis of faulting in three-dimensional strain field., *Tectonophysics* 47,109-129.

9. Tikoff B., S. F. Wojtal 1999: Displacement control of geologic structures., *Journal of Structural Geology* 21, 959-967.