

# Fizika kolesarjenja

Bine Flajnik

Mentor: prof. dr. Marko Žnidarič

Seminar, 3. letnik

Oddelek za fiziko, FMF, UL, 2021/2022

# 1 Uvod

V svetu se vedno bolj poudarja pomen trajnosti v prometu in kolo se omenja kot eno najbolj okolju prijaznih prevoznih sredstev. Vožnja kolesa na prvi pogled izgleda preprosta - pritiskamo na pedala in se peljemo naprej, a za na videz preprostim načinom premikanja stoji veliko fizikalnih procesov, ki niso vsi enostavno razumljivi.

V prvem delu seminarja si pogledamo delovanje človeškega telesa pri fizični aktivnosti, v drugem pa si pogledamo kakšne sile delujejo na nas med kolesarjenjem.

## 2 Človeško telo kot proizvajalec moči

### 2.1 Pridobivanje energije

Ko govorimo o človeškem telesu kot proizvajalcu moči, lahko hitro najdemo podobnosti in razlike s strojem, kot je na primer avtomobilski motor. Energija se pridobiva prek goriva (v primeru človeka hrane in pijače). Tako pri avtomobilu kot tudi pri človeškem telesu se nekaj energije iz goriva porabi za mehansko delo (gibanje mišic, poganjanje motorja,...) ostala energija pa se disipira v okolje kot odvečna toplota. Tako pri avtomobilskem motorju kot pri človeškem telesu lahko definiramo izkoristek:

$$\eta = \frac{E_{Mehanska}}{E_{Gorivo}}, \quad (1)$$

kjer je  $E_{Gorivo}$  pri avtomobilu celotna energija shranjena v gorivu, pri človeku pa celotna energija, iz dodatne hrane, ki jo moramo zaužiti zaradi fizičnega napora. Človeško telo in avtomobilski motor imata dokaj podobna izkoristka ( $\eta \approx 25\%$ ) [1].

Razlikujeta pa se v tem, da se v nasprotju z avtomobilskim motorjem, človeškega telesa ne da ugasniti in zato tudi, v čistem mirovanju porablja nekaj energije. Energija, ki jo telo porablja v mirovanju za ohranjanje samo funkcij nujnih za preživetje se imenuje **bazalni metabolizem (BM)**. Je seštevek energij, ki jih telo porablja za dihanje, delovanje živčnega sistema, cirkulacijo krvi, ipd.

Vrednost bazalnega metabolizma je specifična vsakemu človeku, obstajajo pa različne empirične formule, po katerih se da približno izračunati njeno vrednost. Vrednosti se po navadi podaja v kilokalorijah na dan, kar pa se hitro pretvori v joule na dan, oziroma vate ( $1 \text{ kcal/dan} = 4.19 \text{ kJ/dan} = 0.0485 \text{ W}$ ). Bazalni metabolizem moškega starega 30 let, visokega 175 cm in težkega 80 kg, znaša približno 1800 kcal/dan, torej mirujoče telo porablja moč okoli 87 W.

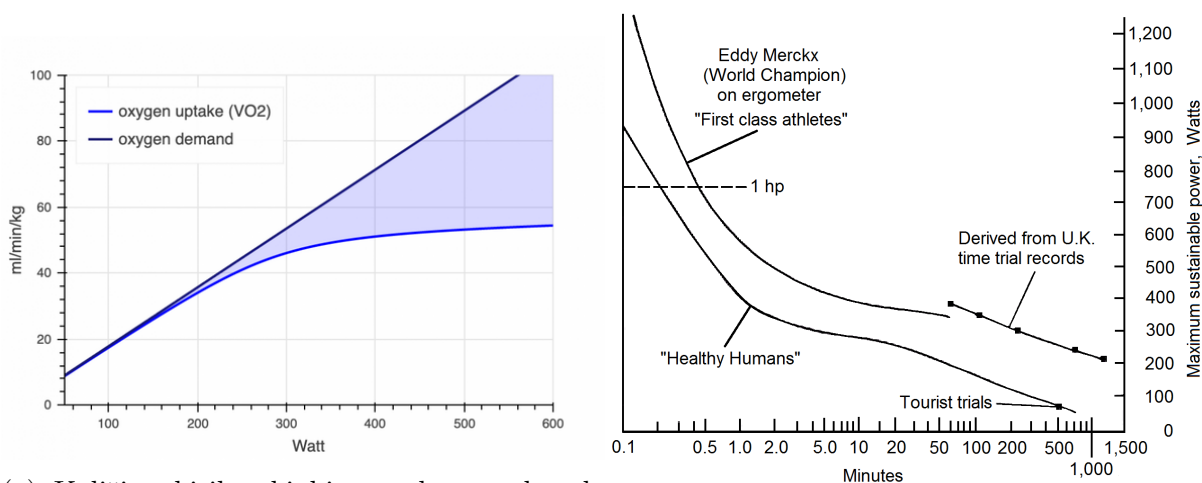
Naslednja pomembna razlika je to, da človeško telo za svoje delo lahko "črpa" energijo iz različnih virov, glede na to kakšne vrste aktivnosti opravlja [4]:

1. **Kratkoročna goriva** se porabljajo pri kratkih, visoko intenzivnih naporih. Shranjena so kot ATP (adenozin trifosfat) v mišičnih vlaknih. Pri pridobivanju energije iz ATP molekul kisik ni potreben, torej gre za anaeroben proces. Telo ima v mišičnih vlaknih shranjenih dovolj ATP-molekul le za nekaj sekund, potem pa mora zaloge obnoviti. Izkoristek za mehansko delo:  $\eta \sim 50\%$ .
2. **Dolgoročnejša goriva** so goriva v obliki ogljikovih hidratov (glikogen, glukoza), predstavljajo vir večine energije, pri naporih srednje intenzivnosti. Ogljikovi hidrati

se razgrajajo do piruvične kisline, pri čemur nastaja ATP. Piruvična kislina potem ob prisotnosti kisika naprej razpade na ogljikov dioksid in vodo. V primeru, da na voljo ni dovolj kisika (pri večjih intenzivnostih) pa iz piruvične kisline nastane mlečna kislina oziroma laktat, ki se kopiči v mišičnih vlaknih in povzroča pekoč občutek v mišicah, ob visokih koncentracijah pa nadaljni fizični napor ni več mogoč. V telesu spočitega in nahranjenega človeka je shranjeno okrog 500 g ogljikovih hidratov. Gostota energije je približno 16 MJ/kg, torej je v obliki ogljikovih hidratov shranjenih  $\sim 8$  MJ energije. Izkoristek za mehansko delo:  $\eta \sim 25\%$ .

- Goriva za dolga obdobja** se porabljajo pri nizko intenzivnih naporih. Gre za maščobe, oziroma lipide. Energija iz maščob nastaja izključno ob prisotnosti kisika in je najpočasnejši vir energije. Pozitivna stvar maščob je, da ima človek v obliki maščob tipično shranjenih 200-800 MJ energije, kar je dovolj za več kot en teden zmernega fizičnega napora. V maščobah je shranjeno 37 MJ/kg, kar je podobno kot pri bencinu ( $\sim 44$  MJ/kg). Izkoristek za mehansko delo:  $\eta \sim 20\%$ .

Slika 1(a) prikazuje odvisnost kisika, ki bi ga morali porabiti, da bi se energija sproščala povsem aerobno in dejanskega porabljenega kisika v odvisnosti od moči, s katero posameznik kolesari. Vidimo, da lahko pri nižjih intenzivnostih povsem zadovoljimo potrebe telesa po kisiku, ko pa se moč povečuje, je vse bolj pomembno anaerobno pridobivanje energije. Pri nadaljnem povečevanju moči se potreba po kisiku povečuje linearno, dejanska poraba pa konvergira proti neki maksimalni vrednosti. Tej količini se v športu reče  $VO_2\text{max}$  in je definirana kot maksimalna prostornina kisika, na kilogram telesne mase, ki ga telo lahko porabi v časovni enoti in ima enoto  $\left[\frac{\text{mL}}{\text{kg min}}\right]$ .  $VO_2\text{max}$  je eden izmed pokazateljev fizične pripravljenosti športnikov. V primeru na sliki je ta vrednost malo pod  $60 \frac{\text{mL}}{\text{kg min}}$ , najvišje izmerjene vrednosti pa so okoli  $90 \frac{\text{mL}}{\text{kg min}}$ . Do neke mere je pogojen



(a) Količina kisika, ki bi ga telo potrebovalo za popolno aerobno pridobivanje energije in (b) Maksimalna moč, ki jo posamezniki na količina kisika, ki ga telo dejansko porabi. [2] določeni stopnji fizične pripravljenosti lahko proizvajajo neko časovno obdobje. [3]

Slika 1

z genetiko, lahko pa ga izboljšamo tudi s treningom.

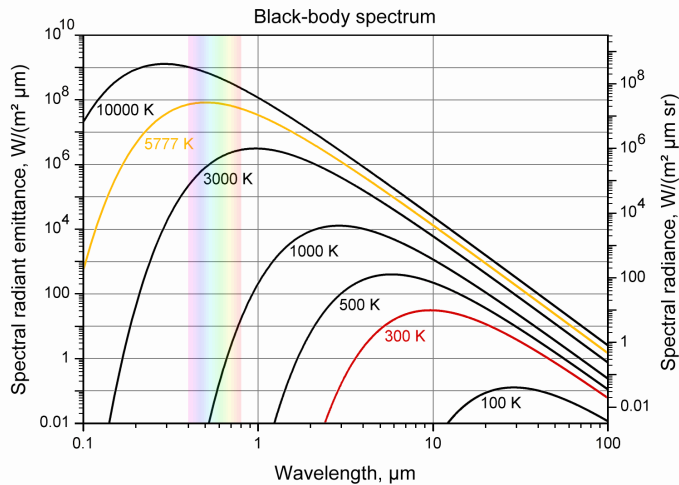
Poglejmo še kolikšne moči smo pri kolesarjenju sposobni proizvajati ljudje. Človeško telo, ima značilnost da se hitro utruji, zato so moči, ki jih lahko vzdržujemo v kratkih obdobjih veliko večje od tistih, ki jih lahko vzdržujemo dlje. Slika 1(b) prikazuje krivulje moči v odvisnosti od časa napora, za "atlete" in za "zdrave ljudi". Vidimo, da sta obe krivulji podobne oblike: na začetku je padec zelo strm, eno minuto lahko proizvajamo približno polovico maksimalne moči, eno uro pa le še četrtnino. Po teh podatkih lahko atleti 1 uro vzdržujejo moč preko 300 W, zdrav človek pa okoli 200 W.

V eni uri pedaliranja pri 200 W opravimo 720 kJ dela, ob upoštevanju 25% izkoristka, to pomeni da porabimo za 2880 kJ, oziroma okoli 700 kcal energije. To je približno 35 % kalorij, ki jih moramo zaužiti samo zaradi bazalnega metabolizma. Za primerjavo: da zaužijemo 700 kcal bi morali pojesti 200 g makaronov.

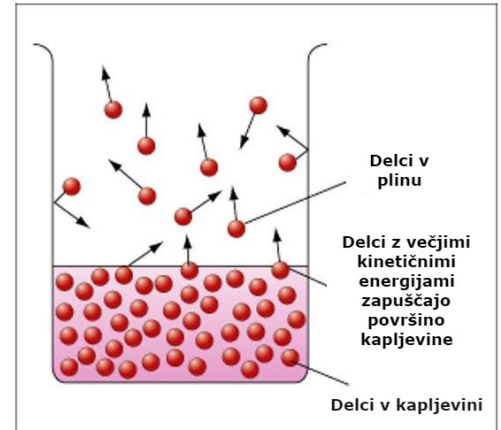
## 2.2 Hlajenje

75% porabljene energije, ki ne gre v mehansko delo se porabi za ogrevanje telesa. Ker se naše telo ne sme pregrevati, so pri naporih zelo pomembni **hladilni mehanizmi**. Človeško telo se hladi na štiri osnovne načine: sevanje, konvekcija, prevajanje in izhlapevanje [1].

1. **Sevanje:** Vsaka snov s temperaturo nad absolutno ničlo seva elektromagnetne žarke, ki so posledica nihanja nabitih delcev v snovi. Pri sevanju se notranja energija snovi spreminja v elektromagnetno energijo. Za črno telo velja, da je izsevana moč odvisna samo od temperature telesa. Gostota energijskega toka je zvezno porazdeljena po vseh možnih valovnih dolžinah po Planckovem zakonu:  $\frac{dj}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(k_B T \lambda)} - 1}$ , kot prikazuje slika 2(a). Vidimo, da ima pri temperaturah okrog temperature človeškega telesa ( $\sim 300$  K) večina izsevanih žarkov valovne dolžine reda  $10 \mu\text{m}$ , ki predstavljajo infrardečo svetlobo. Koža katerekoli polti je skoraj popolno črno telo, zato zanjo velja Stefanov zakon:  $j = \sigma T^4$ . Moč, s katero se telo hladi zaradi sevanja je:  $P_{sevanje} = S\sigma(T^4 - T_{okolje}^4)$ , kjer je  $T$  temperatura kože,  $S$  pa površina kože, ki je za odraslega moškega  $\sim 2\text{m}^2$  [1]. V okolju s temperaturo višjo od temperature kože, se energija absorbira, torej sevanje telo greje. Če je del telesa direktno izpostavljen sončni svetlobi absorbira še okoli  $1 \text{ kW/m}^2$ . Pri 10% izpostavljenosti površine je to  $\sim 200$  W. Oblačila so slabši sevalci kot koža, njihovo sevanje je 70-80 % sevanja kože. V mirovanju je to najpomembnejši mehanizem hlajenja.
2. **Izhlapevanje** poteka na površini kapljevine. Gre za spremembo faze - iz kapljevina-  
ste v plinasto. Skica izhlapevanja je na sliki 2(b), na molekule v kapljevini delujejo medmolekulske sile, ki jo "držijo skupaj". Molekule trkajo med sabo in si pri tem izmenjujejo kinetično energijo. Da molekula izhlapi mora biti blizu površine, se gibati v smeri proti površini in imeti dovolj kinetične energije, da premaga medmolekulske sile. Ker iz kapljevine uhajajo molekule z veliko kinetično energijo, se povprečje kinetičnih energij molekul v kapljevini manjša, kar pomeni, da se kapljevina hladi. Pri višjih temperaturah imajo molekule večje kinetične energije in posledično je izhlapevanje hitrejše. Pomemben dejavnik je tudi veter, saj molekule v kapljevini trkajo tudi z molekulami v zraku in se jim pri tem povečuje kinetična energija. Tako, kot lahko molekule prehajajo iz kapljevine v plin, lahko prehajajo tudi v obratni smeri - iz plina v kapljevino. Pri visoki vlažnosti okoliškega zraka je



(a) Planckov zakon v log-log skali.



(b) Prikaz izhlapevanja

Slika 2

ta efekt velik, zato je izhlapevanje počasnejše. Hlajenje telesa zaradi izhlapevanja je pri visokih vlažnostih manjše, saj velik del vode ne izhlapi, pač pa iz kože spolzi.

Moč hlajenja je sorazmerna masi izhlapele vode na časovno enoto in njeni izparilni toploti:  $P = \frac{dm}{dt} q$ ,  $q = 2400 \text{ kJ/kg}$  (pri  $34^\circ \text{C}$ ). Pri temperaturah višjih od temperature kože je izhlapevanje edini vir hlajenja telesa.

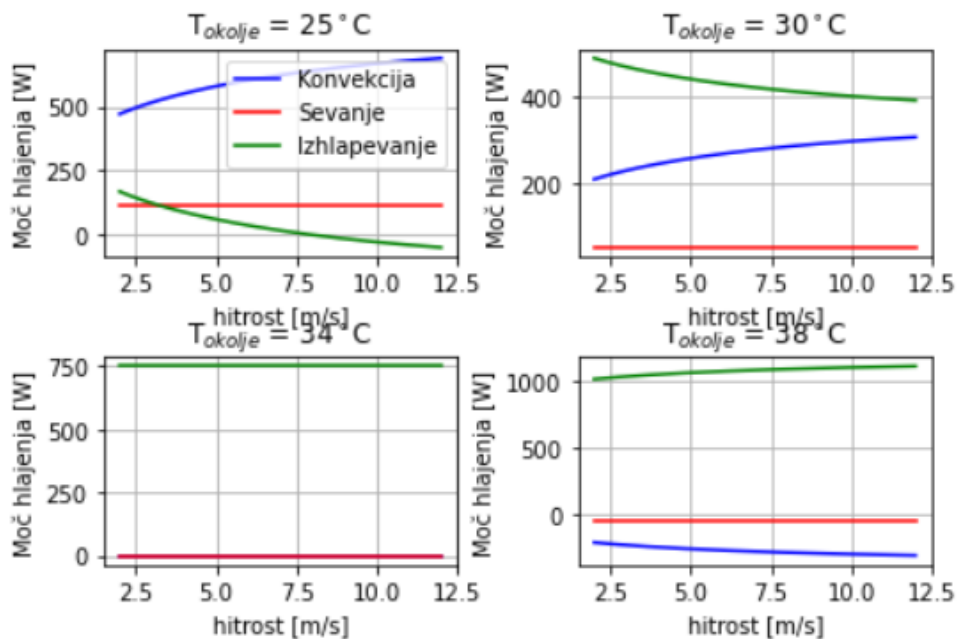
- Konvekcija** je proces prenosa toplote zaradi premika segrete tekočine. Segreti zrak ob koži je redkejši od okoliškega, zato se dviguje. Konvekcijo pa povzročata tudi gibanje skozi zrak ali veter, ki odnaša segret zrak in prinaša hladnejšega. Konvekcijsko hlajenje je sorazmerno površini, temperaturni razliki med kožo in zrakom in koeficientu prenosa toplote  $h_c$ :  $j = h_c(T - T_{okolje})$ . Koeficient  $h_c$  je med drugim odvisen od relativne hitrosti okoliškega zraka.

Ko je zrak povsem pri miru konvekcije ni, vsak relativni premik zraka, ki se lahko pojavi zaradi dvigovanja segretega zraka ob koži, vetra ali premikanja skozi zrak (kolesarjenja), pa povzroči neničelen koeficient  $h_c$ . Zaradi številnih parametrov od katerih je odvisen, se ga ne da izračunati analitično, obstajajo pa empirični približki, na primer:  $h_c = 10.4 - v + 10\sqrt{v}$ ,  $v$  enotah  $[\frac{\text{kcal}}{\text{hm}^2\text{K}}]$  (Siple, Passel (1945)).

- Prevajanje** je izmenjevanje toplote med dvema telesoma, ki sta v medsebojnem stiku. Molekule na stiku med površinama z različnima temperaturama trkajo in si pri tem izmenjujejo kinetično energijo. Tako prehaja toplota iz območja z višjo temperaturo na območje z nižjo. Da pride do prevajanja je potreben temperaturni gradient.

Pri kolesarjenju je prevajanje veliko manjše od ostalih treh načinov hlajenja, zato ga lahko zanemarimo. Celotna hladilna moč je torej:

$$P = S\sigma(T^4 - T_{okolje}^4) + \frac{dm_{H_2O}}{dt}q + Sh_c(T - T_{okolje})$$



Slika 3: Mehanizmi hlajenja kolesarja s površino kože  $2\text{ m}^2$  temperature  $34^\circ\text{C}$ , ki kolesari z močjo  $250\text{ W}$  ob upoštevanju izkoristka  $\eta = 25\%$ . Prevajanje je zanemarjeno.

. Na hlajenje s kondukcijo in radiacijo telo nima vpliva, lahko pa vpliva na hlajenje z izhlapevanjem - če ostali načini hlajenja ne odvedejo dovolj toplote se začnemo potiti, več odvečne toplote pomeni bolj intenzivno potenje. Slika 3 prikazuje prispevke hladilnih mehanizmov pri različnih temperaturah in hitrostih. Pri moči  $250\text{ W}$  mora kolesar z  $\eta = 25\%$ , da se ne pregreva, oddajati  $750\text{ W}$  toplotne moči v okolje. Na konvekcijo in sevanje človeško telo nima vpliva, lahko pa regulira potenje. Večja kot je razlika med toploto, ki nastane v telesu in tisto, ki jo odvedeta konvekcija in sevanje, bolj se potimo. Pri  $25^\circ\text{C}$  je hlajenje konvekcije večje, kot hlajenje ostalih dveh mehanizmov skupaj, že pri  $303\text{ K}$  pa največjo vlogo igra izhlapevanje. Sevanje je neodvisno od hitrosti: pri  $25^\circ\text{C}$  K prispeva  $133\text{ W}$  hladilne moči, pri  $30^\circ\text{C}$   $51\text{ W}$ , pri kožni temperaturi je seveda  $0$ , pri  $38^\circ\text{C}$  pa sevanje telo ogreva z močjo  $53\text{ W}$ . Pri temperaturi  $34^\circ\text{C}$  sta prispevka konvekcije in sevanja enaka nič, zato je izhlapevanje edini način hlajenja.  $750\text{ W}$  moči pomeni, da mora iz naše kože izhlapati več kot kilogram vode na uro.

### 3 Moč in hitrost

V 2. poglavju je opisan stroj - človeško telo, ki opravlja mehansko delo, primer katerega je tudi kolesarjenje. Z vrtenjem pedal kolesar povzroči silo, med podlago in kolesom  $F_K$ , ki ga poganja naprej. Ko je izpolnjen pogoj ravnovesja je ta sila enaka vsoti vseh sil, ki kolo in kolesarja zavirajo. Te sile so (obrazložil jih bom pozneje):

- Zračni upor ( $F_A$ ), odvisen od relativne hitrosti med kolesarjem in zrakom,
- Upor zaradi klanca ( $F_S = mg\sin(\alpha)$ , kjer je  $\alpha$  kot ki ga klanec tvori z vodoravno ravnino).
- Kotalno trenje ( $F_R$ ), zaradi deformacije kolesarskih gum in/ali deformacije podlage.

Lahko zapišemo 2. Newtonov zakon za sistem kolesa in kolesarja:

$$F_K = F_A + F_S + F_R + ma, \quad (2)$$

kjer je  $m$  skupna masa kolesarja in kolesa,  $a$  pa pospešek. Pri kolesarjenju se redko govori o sili, ki jo proizvede kolesar, pač pa o moči. Moč s katero kolesarjeve noge delujejo na pedalih ( $P_N$ ), ni enaka moči, ki poganja kolesarja naprej ( $P_K$ ), zaradi izgub na pogonskem sklopu kolesa zaradi trenja. Definiramo izkoristek:  $\eta = \frac{P_K}{P_N}$ . Od sedaj naprej moč kolesarja pomeni  $P_K$ . Sila ki poganja kolesarja in kolo, ki se premikata s hitrostjo  $v$  je tako:  $F_K = \frac{P_N}{\eta v}$ , kar sledi iz enačbe  $P = Fv$ , kjer je  $v$  hitrost premikanja kolesarja. To združimo z enačbo (2) in zapišemo:

$$P_K = (F_A + F_S + F_R + ma)v \quad (3)$$

### 3.1 Sila zračnega upora

Pri normalnih hitrostih kolesarjenja po ravnini je upor zraka glavna zaviralna sila, ki jo moramo premagovati. Kolesar med vožnjo spreminja kinetično energijo okoliškega zraka, za kar porablja energijo.

Sila zračnega upora po kvadratnem zakonu je:

$$F_A = \frac{1}{2} \rho c_u A v^2 \quad (4)$$

kjer je  $c_u$  koeficient upora,  $A$  sprednja površina telesa,  $\rho$  gostota zraka,  $v$  pa relativna

Shape	Drag Coefficient
Sphere	0.47
Half-sphere	0.42
Cone	0.50
Cube	1.05
Angled Cube	0.80
Long Cylinder	0.82
Short Cylinder	1.15
Streamlined Body	0.04
Streamlined Half-body	0.09

Measured Drag Coefficients

Slika 4: Koeficient upora za nekaj teles,  $Re = 10^4$ - $10^6$  [7]

hitrost zraka. Na sliki 4 so podani koeficienti upora za nekaj teles. Vidimo, da na koeficient upora telesa ne vpliva le sprednja stran telesa, ampak tudi zadnja stran (sfera in pol sfere imata različna  $c_u$ ). Vrednost  $c_u$  za kolesarje je nekje od 0.5 - 1, odvisno od vrste kolesa in drže kolesarja.

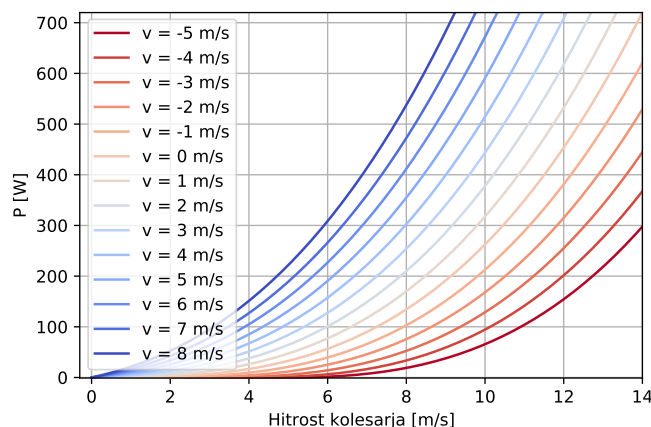
Poglejmo sedaj, kako sila upora vpliva na hitrost gibanja. Če v enačbi (3) vse člene razen zračnega upora zanemarimo dobimo moč, ki jo mora proizvajati kolesar, da se premika s konstantno hitrostjo  $v_k$ :

$$P = \frac{1}{2} \rho c_u A v_k^3.$$

Ko pa piha veter s hitrostjo  $v_v$  v nasprotni smeri vožnje, se sila upora poveča na:  $F_v = \frac{1}{2}\rho c_u A(v_k + v_v)^2$ . V tem primeru pa je moč, ki jo mora kolesar generirati za ohranjanje konstantne hitrosti:

$$P = \frac{1}{2}\rho c_u A(v_k + v_v)^2 v_k$$

Če kolesarju veter piha v hrbet velja ista enačba le da hitrost vetra negativno predznačimo. Slika 5 prikazuje ravnovesno hitrost sistema kolesarja in kolesa z uporabno površino:  $c_u A = 0.4 \text{ m}^2$ , (tipična vrednost za kolesarje [1]), v odvisnosti od kolesarjeve moči pri različnih hitrostih vetra v smeri gibanja (pri hitrostih manjših od hitrosti od vetra v hrbet bi veter sam premikal kolesarja in bi bila zato moč negativna, kar ni narisano na sliki). Vidimo, da so razlike že pri nizkih hitrostih vetra občutne.



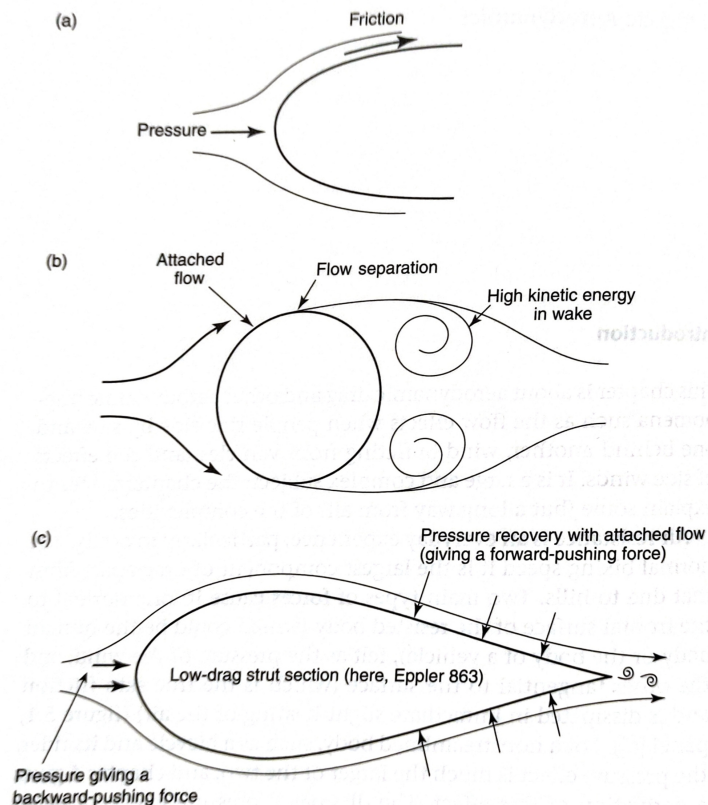
Slika 5: Ravnovesne hitrosti kolesarja pri dani moči poganjanja pedal, ob različnih hitrostih vetra v smeri vožnje. Pozitivna hitrost vetra je nasprotna smeri vožnje.

Zračni upor sestavljata dva glavna tipa sil: prva deluje v smeri normale na sprednjo stran telesa, vzrok zanjo pa je pritisk vetra (na sliki 6(a) označeno kot Pressure). Energija, ki se disipira pri tem je v obliki kinetične energije okoliškega zraka. Druga sila pa je tangentialna na površino in predstavlja kožno trenje (na sliki 6(a) Friction), disipirana energija zaradi kožnega trenja se takoj spremeni v toploto. Je posledica tega, da se tekočina tik ob površini telesa "lepi" na površino, kar poznamo kot **viskoznost**. Za vsa telesa razen najbolj aerodinamičnih (slika 6(c)) je sila zaradi pritiska veliko večja od sile zaradi kožnega trenja. S pomočjo slike 6 lahko definiramo tri vrste tokov:

- **Laminaren**, kjer plasti tokov gladko ležijo ena na drugi, kot na sprednjih delih v vseh treh primerih na sliki 6.
- **Turbulenten** tok je sestavljen iz majhnih ampak divjih vrtincev, kot na zadnjem delu aerodinamičnega telesa - na sliki 6(c).
- **Ločen** tok, kjer glavni tok zapusti površino telesa in se razbije v velike curke in vrtince, ki povzročijo velike izgube v obliki kinetične energije, kar vidimo na zadnjem delu pri sliki 6(b).

Zaradi viskoznosti zrak teži k temu, da bi ostal na površini, a pri večjih hitrostih zraka in ukrivljenostih telesa vztrajnost zraka prevlada nad viskoznostjo in mejna plast zraka





Slika 6: Tok prek različnih teles in prikaz sil.[1]

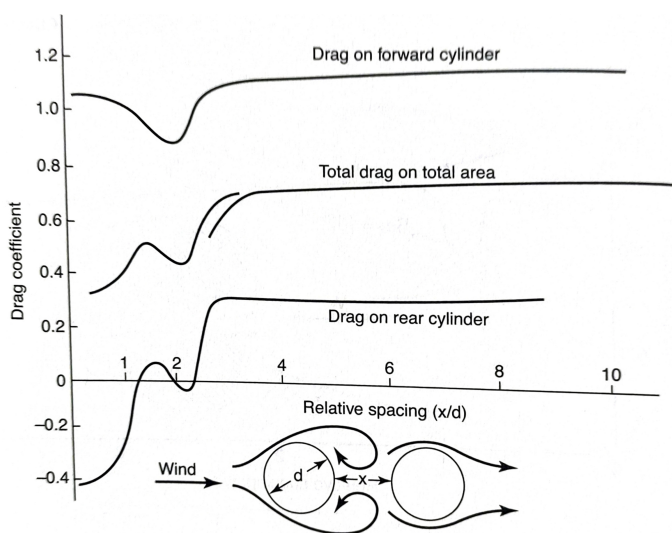
se loči od površine, za telesom pa nastanejo veliki vrtinci, ki povzročajo veliko silo upora. Na vrsto toka ob telesu torej med drugim vplivajo viskoznost, gostota tekočine in njena hitrost ter velikost telesa. Te količine povezuje **Reynoldsovo število**:

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu}, \quad (5)$$

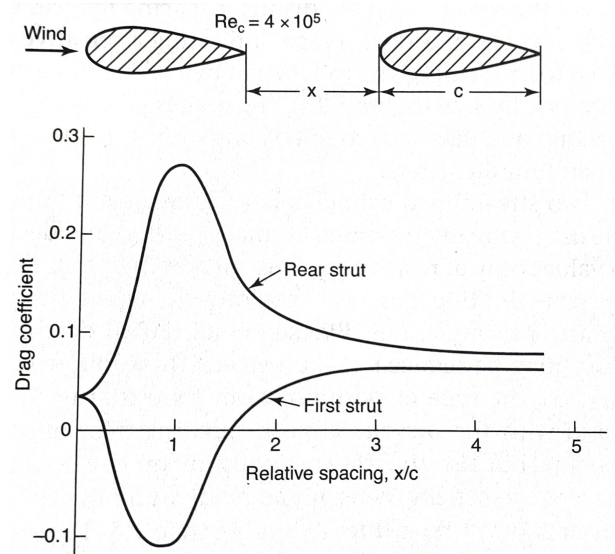
kjer je  $v$  relativna hitrost tekočine glede na oviro,  $\mu$  viskoznost,  $\rho$  gostota tekočine,  $l$  pa je dolžina ali razdalja, ki je določena za opazovano telo. Pri nizkih vrednostih Reynoldsovega števila ( $Re < 10^3$ ) prevladujejo viskozne sile, zato je tok laminaren, pri visokih ( $Re > 10^6$ ) pa prevlada vztrajnost tekočine, kar povzroči turbulenten tok. Za vmesne vrednosti Reynoldsovega števila je težko napovedovati kakšen bo tok, saj že najmanjše nepravilnosti na površini lahko povzročijo, da se tok loči od površine in nastanejo vrtinci. Reynoldsovo število lahko gledamo tudi lokalno: na začetnih delih poti zraka ob telesu je  $Re$  nizek, ob potovanju po površini telesa pa s časom in razdaljo narašča. Tako je za večino teles tok na sprednjih delih laminaren, ko pa lokalni  $Re$  dovolj naraste, postane tok ločen ali turbulenten. Cilj pri oblikovanju aerodinamičnih vozil je, da ostane tok čim dlje vezan na površino, saj je tako izgub energije v obliki vrtincev najmanj in je posledično sila upora najmanjša. Tok okrog istega telesa je lahko za neko tekočino laminaren, za neko drugo pa turbulenten, zato različne tekočine povzročajo različne koeficiente upora. Koeficient upora  $c_u$  za določeno obliko torej ni konstanten, ampak je odvisen od  $Re$ . Pri nizkih  $Re$  ( $< 10^3$ ) je tok v celoti laminaren in deluje na telo le sila viskoznosti, ki je samo linearno odvisna od hitrosti, zato je  $c_u$  sorazmeren z  $v^{-1}$  in posledično z  $Re^{-1}$ , da zadostimo enačbi (4). Pri visokih  $Re$  pa lahko viskoznost zanemarimo, zato je  $c_u$  konstanten.

Poglejmo, kakšne vrednosti ima  $Re$  pri kolesarjenju, podatki za zrak pri normalnih temperaturah:  $\rho \approx 1 \text{ kg}/(\text{m}^3)$  in  $\mu \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ kg}/(\text{ms})$ . Hitrosti pri kolesarjenju so okrog  $10 \text{ m/s}$ , "dolžina" kolesarja pa  $\sim 0.5 \text{ m}$ . Po enačbi (5) je torej  $Re \approx 10^5$ .

Večina ljudi, ki je že kdaj sedela na kolesu ve, da je potrebno vložiti manj napora za enake hitrosti, če na kratki razdalji pred njim pelje še en kolesar ali neko drugo vozilo. V tem primeru pravimo, da se vozimo v zavetrju. Na kolesarskih dirkah s skupinskim štartom je eden od glavnih ciljev kolesarjev čim večji del poti voziti v zavetrju in s tem potrošiti čim manj energije. Uporaben zgled sta dva valja s premerom  $d$ , ki sta postavljena eden za drugim, tako da je razmik med valjema vzporeden z vetrom. Skico sistema ter vpliv na sprednji in zadnji valj prikazuje slika 7 (a). Koeficient enega samega valja je:  $c_u = 1.17$ . Iz slike vidimo, da se zmanjša sila na zadnji valj, ki je pri majhnih razdaljah  $x$  celo negativna. Vrtinci ki jih naredi prvi valj drugega potiskajo naprej. Nekoliko bolj presenetljivo pa je dejstvo, da se pri razdalji med valjema enaki  $2d$ , za okoli 15 % zmanjša tudi sila upora na prvi valj, to je posledica zraka, ki ga drugi valj "potiska" pred sabo. Pri razdalji  $x = 4d$  prvi valj nima nobenih koristi več, koeficient drugega pa je blizu tretjine originalnega. Na sliki 7 (b) imamo enak primer, le z aerodinamičnimi telesoma namesto valjev. Ko je razmik med prvim in drugim telesom enak dolžini enega telesa prvo telo veter "potiska", drugo telo pa občuti skoraj štiri krat večjo silo upora kot osamljeno telo v vetru (iz slike 3:  $c_u = 0.4$ ). Do povečanja sile pride, ker motnje v zraku, ki jih pusti za seboj prvo telo povzročijo ločen tok na površini drugega telesa, kar močno poveča silo upora. Ko se razdalja med telesoma povečuje naprej, prvo telo ne čuti več vpliva, sila na drugo telo pa je nekoliko višja. Kolesarji so v smislu aerodinamike bolj podobni valjem



(a) Vpliv razdalje med dvema zaporednima valjema v vetru na njun koeficient upora [1]



(b) Koeficient upora dveh zaporednih aerodinamičnih teles v vetru[1]

Slika 7: Koeficienti upora dveh teles v zavetrju ( $c_u = \frac{F_A}{\rho A v^2}$ )

kot pa aerodinamičnim telesom, koeficient upora kolesarja na cestnem kolesu je  $\sim 1$ .

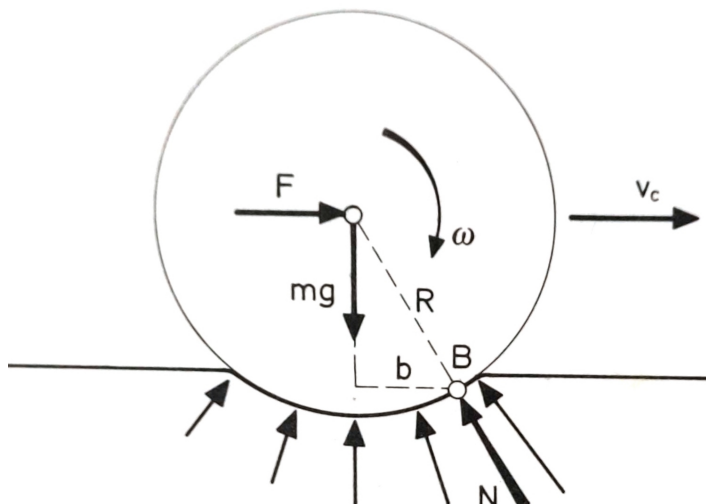
Na kolesarskih dirkah se kolesarji v veliki skupini, oziroma glavnini, v želji po čim bolj ugodni poziciji razporedijo v obliko puščice, kot prikazuje slika 8. Slika 8 prikazuje kakšna sila upora deluje na kolesarje na različnih položajih. Prikazani so odstotki sile

upora osamljenega kolesarja pri isti hitrosti. Vsem se sila upora zmanjša - najbolj tistim v sredini skupine, najmanj pa tistemu ki se pelje prvi, a tudi on čuti le 85 % sile upora osamljenega kolesarja.



Slika 8: Efekt položaja v kolesarski "glavnini" na silo upora [8].

### 3.2 Sila podlage



Slika 9: Prikaz kotalnega trenja [6]

Sila podlage na gladkih podlagah (cestah) je v veliki meri posledica kotalnega trenja. **Kotalno trenje** si lahko pogledamo na precej preprostem primeru nedeformiranega kolesa z maso  $m$  in polmerom  $R$  na deformirani podlagi, kot prikazuje slika 9. Če zanemarimo silo zračnega upora se v idealnem primeru, ko sta kolo in podlaga nedeformirana, kolo po vodoravni podlagi kotali s konstantno hitrostjo. Ko pa se kolo ali podlaga deformirata, sila podlage ne deluje več samo v eni točki, kot v idealnem primeru, ampak je neenakomerno porazdeljena vzdolž stične površine med kolesom in podlago in je na sprednji strani kolesa močnejša kot na zadnji. Rezultanta sile podlage tako prijema v točki B, okoli katere se mora kolo zavrteti. Tako kotaljenju nasprotuje sila teže  $mg$ , z navorom  $mg b$  ( $b$  je ročica teže glede na kotalno točko B), torej je potrebna potisna sila  $F$ , ki prevlada navor teže:

$$FR = mg b \Rightarrow F = (b/R)mg,$$

Tako dobimo koeficient kotalnega trenja, ki je definiran kot:

$$c_R = b/R,$$

ki je očitno odvisen od velikosti kolesa. Razdalja  $b$  pa je odvisna od podlage (koliko se gume ugreznejo v mehki podlagi) in gum (debelina, tlak v njihovi notranjosti,...). Koeficient kotalnega trenja se na primer močno poveča pri vožnji po snegu ali pesku ter ko gume niso dovolj napolnjene. Značilne velikosti koeficienta kotalnega trenja kolesarskih gum na trdi podlagi so  $c_R \sim 0.005$ .

### 3.3 Hitrosti pri različnih močeh

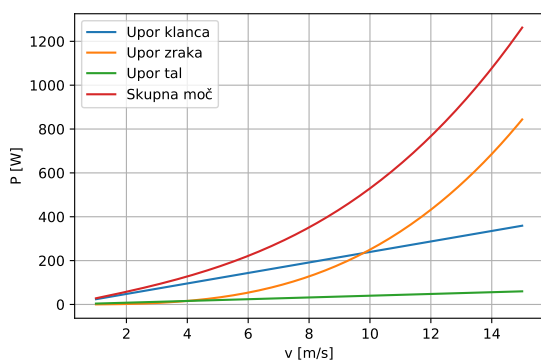
Spoznali smo silo zračnega upora ter silo podlage. Če k temu dodamo še silo na klanecu, lahko že zelo dobro napovemo, kakšna bo ob neki moči, ki jo generira kolesar njegova hitrost. Strmina klanca se lahko poda kot kot  $\alpha$ , bolj pogosto, ko govorimo o cestah, pa se poda naklon, definiran kot razmerje navpične in vodoravne spremembe položaja na klanecu. Kot  $\alpha$  in naklon  $s$  torej povezuje enačba:

$$s = \tan(\alpha).$$

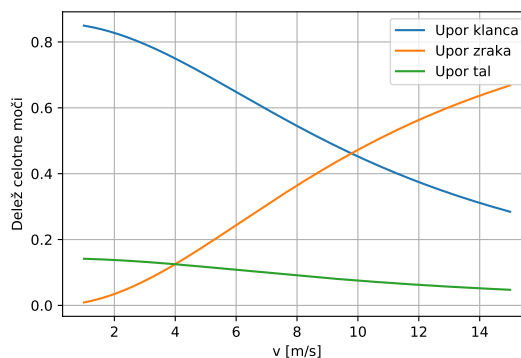
Dinamična komponenta gravitacijske sile na klanecu je:

$$F_S = mg \sin(\alpha) = mg \sin(\arctan(s)) = mg \frac{s}{\sqrt{1+s^2}} \quad (6)$$

Na sliki 10(a) je prikaz, kakšno moč mora na 3% klanecu proizvajati kolesar, pri določeni



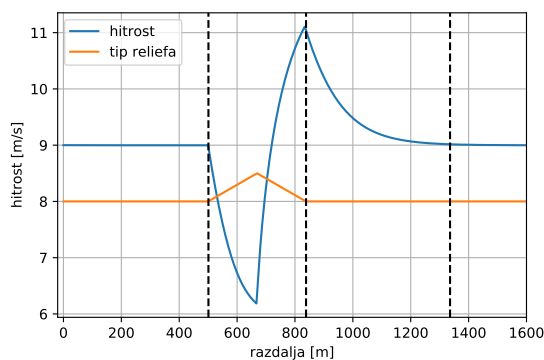
(a) Skupna moč zaustvljalnih sil in moči posameznih komponent



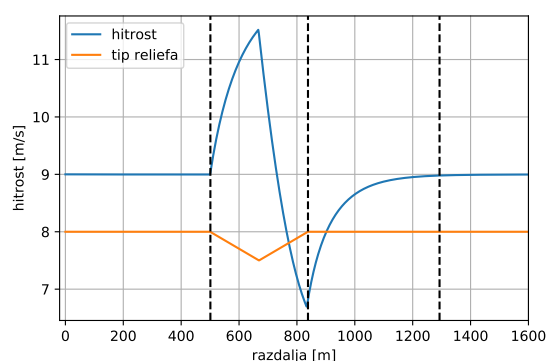
(b) Deleži posameznih komponent

Slika 10: Moč, pri kateri se kolesar z maso 80 kg, uporovnim presekom  $c_u A = 0.4 \text{ m}^2$  in koeficientom kotalnega trenja  $c_R = 0.005$  pelje z neko hitrostjo po 3% klanecu.

hitrosti, da se giblje nepospešno in prispevki posameznih komponent moči sil, ki ga zaustavljajo. Na sliki 10(b) pa so narisani deleži moči. Vidimo, da pri nizkih hitrostih največjo vlogo igra gravitacijska sila in tudi kotalno trenje ni zanemarljivo, pri povečevanju hitrosti pa moč zaradi zračnega upora narašča kubično, moč zaradi gravitacije in kotalnega trenja pa samo linearno. Pri hitrosti 15 m/s, oziroma 54 km/h je potrebno vzdrževati



(a) Hitrost na vzponu in potem spustu, z 3% vzponom (in spustom) dolgim 169 m (strmina klanca je močno pretirana).



(b) Hitrost na spustu in potem vzponu

Slika 11: Kolesar z maso 80 kg, uporabnim presekom  $c_u A = 0.4 \text{ m}^2$  in koeficientom kotalnega trenja  $c_r = 0.005$ , ki se z močjo 220 W pelje prek vzpona in spusta

skoraj 1200 W, kar tudi najboljši kolesarji zmorejo le nekaj sekund (iz slike 1 (b)). Od teh 1200 W prispeva zračni upor približno 80 %.

Zanimivo je tudi pogledati, kako različni profili vplivajo na hitrost kolesarja. Na sliki 11 sta primera, ko kolesar z maso 80 kg, uporabnim presekom  $c_u A = 0.4 \text{ m}^2$ , koeficientom kotalnega trenja  $c_R = 0.005$  z močjo 220 W v prvem primeru prevozi hrib z naklonom 3 % dolžine 169 m, pri tem naredi 5 m višinske razlike. Vzponu takoj sledi klanec enake dolžine a z nasprotnim naklonom. Drugi primer je podoben, le da je namesto hriba dolina, torej najprej spust in nato vzpon. V prvem primeru vidimo, da se na vzponu hitrost zmanjša, na spustu pa se poveča, kot bi tudi pričakovali. Z vožnjo navkreber kolesar nabira potencialno energijo, ki jo potem izkoristi za pospeševanje pri vožnji navzdol. Najvišjo hitrost doseže na dnu spusta, potem pa hitrost konvergira k isti hitrosti kot jo je imel na začetku. Pri vožnji skozi "dolino", pa najprej pospeši, nato pa do vrha vzpona izgublja hitrost, ki je pri vstopu na ravnino nižja kot tista na začetku. Po ravnini potem hitrost konvergira k začetni. Poglejmo, kako spremembe profila vplivajo na povprečne hitrosti. Na obeh slikah so narisane tri navpične črte, prva označuje začetek spremenjenega profila, druga konec, tretja črta pa je na mestu, kjer postane absolutna razlika trenutne in ravnovesne hitrosti manjša od 0.01 m/s. V obeh primerih, je hitrost na ravnini po dolgem času enaka in sicer 9 m/s. Na sliki 11(a) je povprečna hitrost med prvima črnima črtama, torej na vzponu in spustu manjša in sicer 8.07 m/s. Na ravnino prinese kolesar nekaj dodatne hitrosti iz spusta in povprečna hitrost med drugo in tretjo črto, je višja in sicer 9.42 m/s. Vseeno pa je povprečna hitrost na celotnem območju, na katerega je vplivala sprememba profila torej med prvo in tretjo črto nižja od ravnovesne: 8.83 m/s. V drugem primeru pa je med prvima črtama povprečna hitrost 9.33 m/s, med zadnjima 8.55 m/s, na celotnem območju na katerega vpliva sprememba profila pa 8.86 m/s. Vidimo torej, da je v obeh primerih zaradi klanca povprečna hitrost padla. Razlog za to se skriva v nelinearni odvisnosti moči izgubljene zaradi upora vetra od hitrosti.

V splošnem velja, da se je zaradi nelinearnosti moči zračnega upora najbolj ugodno voziti s konstantno hitrostjo.

## 4 Zaključek

Človeško telo ni narejeno za to, da bi cele dneve sedeli na mestu ampak za fizično aktivnost, kar vse več ljudi zanemarja. Eden od najbolj zabavnih (pa tudi zdravih) načinov rekreacije je kolesarjenje, ki pa poleg dobrega počutja omogoča tudi enega izmed najbolj smotrnih načinov transporta, še posebej v mestih. Razmišljanje o fizikalnih procesih, ki pri tem potekajo nas ne bo naredilo hitrejših in boljših kolesarjev, a je vseeno zanimivo.

## Literatura

- [1] D. Gordon Wilson, T. Schmid, *BicyclingScience* (The MIT Press, 2020)
- [2] <https://4endurance.si/blogs/trener-svetuje/vo2max>
- [3] <http://mysolarelectriccargobike.blogspot.com/2014/04/bicycle-bodywork-24-power-numbers.html>
- [4] G. Hočevar, *Ustvarjen za gibanje* (Ciceron, 2013)
- [5] <https://www.britannica.com/science/convection>
- [6] R. Kladnik, *Visokošolska fizika* (Državna založba Slovenije, 1985)
- [7] [https://en.wikipedia.org/wiki/Drag\\_coefficient](https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient)
- [8] <https://www.hpcwire.com/2018/07/05/aerodynamic-simulation-reveals-best-position-in-a-peloton-of-cyclists/>